

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR**

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

**IDEIAS DE FUNÇÃO MOBILIZADAS POR  
ESTUDANTES DO 2º ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES MISTAS**

**Fabiane Larissa da Silva Vargas**

**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática  
PRPGEM**

Campo Mourão,  
2023



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

IDEIAS DE FUNÇÃO MOBILIZADAS POR ESTUDANTES DO 2º ANO DO ENSINO  
FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES MISTAS

Fabiane Larissa da Silva Vargas

Orientadora:  
Veridiana Rezende

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: conhecimento, linguagens e práticas formativas em Educação Matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão  
Julho de 2023

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Vargas, Fabiane Larissa da Silva  
Ideias de Função mobilizadas por estudantes do 2º  
ano do Ensino Fundamental em situações mistas /  
Fabiane Larissa da Silva Vargas. -- Campo Mourão-  
PR, 2023.  
367 f.: il.

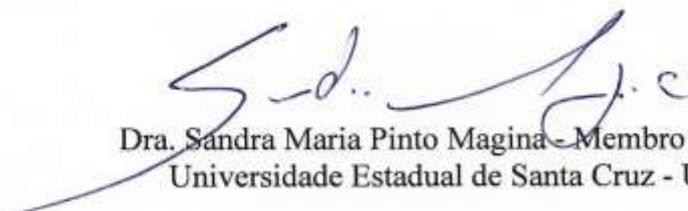
Orientador: Veridiana Rezende.  
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação  
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) --  
Universidade Estadual do Paraná, 2023.

1. Ideias de Função. 2. Situações mistas. 3.  
Teoria dos Campos Conceituais. 4. Ensino  
Fundamental - Anos Iniciais. I - Rezende, Veridiana  
(orient). II - Título.

Fabiane Larissa da Silva Vargas

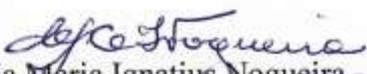
IDEIAS DE FUNÇÃO MOBILIZADAS POR ESTUDANTES DO 2º ANO DO  
ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES MISTAS

Comissão Examinadora:

  
Dra. Sandra Maria Pinto Magina - Membro da Banca  
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC

Documento assinado digitalmente  
 ROSINALDA AURORA DE MELO TELES  
Data: 31/07/2023 11:51:38-0300  
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles - Membro da Banca  
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

  
Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira - Membro da Banca  
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR

Resultado: Aprovada

Campo Mourão  
Julho de 2023

*Dedico o presente trabalho à minha amada filha, Helena!*

## **AGRADECIMENTOS**

*"Até aqui nos ajudou o Senhor".*

*1 Samuel 7:12*

Primeiramente agradeço a Deus, por ter me concedido sabedoria, a vida, por ter me sustentado nos momentos difíceis a quem eu mantenho a fé.

À minha mãe Dulcileide da Silva, pelos seus ensinamentos, apoio e exemplo de vida. Obrigada, minha mãe, por ter se dedicado tanto na minha formação, pelas orações, por me incentivar a estudar e mudar nossa realidade. Que o Senhor me permita recompensá-la. Te amo!

Ao meu amado, Vinicius Renan Rigolin de Vicente, a quem eu devo meu amor, afeto e gratidão. Obrigada por me apoiar e incentivar. Obrigada por toda dedicação com nossa família, em especial, por ser esse pai tão maravilhoso que soube cuidar tão bem da nossa menina, nos momentos em que precisei ficar ausente. Nada disso seria possível sem Deus e você. Amo-te pra sempre!

À professora Dr.<sup>a</sup> Veridiana Rezende, agradeço-lhe pela oportunidade de ter sido aceita como sua orientanda no Mestrado. Obrigada por todo conhecimento compartilhado. Sua paciência, disponibilidade e afeto foram essenciais para o meu progresso e amadurecimento como estudante. Obrigada pelas doces palavras encorajadoras, elas foram essenciais. Minha eterna gratidão e respeito!

À tão especial banca de defesa, professoras Dr.<sup>a</sup> Sandra Maria Pinto Magina, Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles e Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira, agradeço-lhes por aceitarem o convite de participar da etapa de qualificação e da defesa. Obrigada, por terem contribuído significativamente com a pesquisa, obrigada pela disponibilidade e dedicação. Professora Sandra, obrigada por realizar meu sonho, vossa vasta experiência e profundos conhecimentos têm sido uma fonte constante de inspiração e aprendizado. Professoras Rosinalda e Clélia, obrigada por terem contribuído diretamente na construção do instrumento desta pesquisa, por todo conhecimento compartilhado durante as reuniões do GEPeDiMa. As senhoras ficarão pra sempre guardadas em meu coração.

Às minhas amigas de mestrado e de vida, Fernanda e Maria. Por todas as conversas, por todos os trabalhos que realizamos juntas, por todos momentos que nos reunimos. Fernanda, jamais terei palavras suficientes que possam expressar minha gratidão a você, obrigada por ser

essa amiga tão presente, carinhosa e disposta a me ajudar e ensinar “Um amigo fiel é uma poderosa proteção: quem o achou, descobriu um tesouro”. Amo vocês!

À professora, Dra. Olinda Teruko Kajihara, por me ensinar, orientar e apresentar a Teoria dos Campos Conceituais durante a graduação em Pedagogia, minha eterna gratidão.

À minha sogra, Patricia, à D. Cleusa por se disporem em diversos momentos cuidar da Helena, com tanto zelo e carinho, para que eu pudesse estudar. À minha tia Fia, pelas orações para que pudesse ingressar e realizar o mestrado.

À Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso pela licença qualificação concedida, que muito ajudou para continuar e concluir os estudos de pós-graduação nesse Mestrado em Educação Matemática.

À Escola Estadual Leônidas de Matos por disponibilizar a implementação do estudo, de modo especial, a professora regente da turma pesquisada, Sra. Laura.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, desde os secretários, Leonardo Zanatta e Renan Lourenço da Fonseca, até o coordenador, Everton José Goldoni Estevam, que de alguma maneira contribuíram para a realização desse trabalho.

Aos professores e professoras do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unespar, Everton José Goldoni Estevam, Fábio Alexandre Borges, Mariana Moran, Regina Maria Pavanello, Sérgio Carrazedo Dantas e Wellington Hermann, com quem pude aprender durante as disciplinas do curso. À professora Marli Schmitt Zanella por me ensinar tanto durante a disciplina A Teoria dos Campos Conceituais no ensino de Ciências e Matemática, ministrada no Programa em Educação em Ciências e Educação Matemática da Unioeste.

Aos colegas do Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática (GEPeDiMa), pelos estudos compartilhados e que contribuíram para a escrita da pesquisa.

A todos os estudantes que contribuíram com a realização deste estudo. Estar com vocês foi uma experiência incrível. Agradeço de coração!

Por fim, todas as pessoas que não referi, mas que fizeram parte do meu percurso.

## RESUMO

A presente pesquisa teve como principal objetivo investigar se estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental resolvem situações mistas e mobilizam ideias de Função. As situações mistas são aquelas que envolvem simultaneamente relações de tipo multiplicativo (multiplicação e divisão) e relações de tipo aditivo (adição e subtração). Esta pesquisa foi fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais no que se refere à elaboração do instrumento de pesquisa e análises dos dados produzidos. Para o desenvolvimento da investigação, foram elaboradas quatro situações mistas da classe Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas com Estado final desconhecido. O instrumento de pesquisa foi implementado com 28 estudantes de uma turma do 2º Ano do Ensino Fundamental, em uma escola localizada na baixada cuiabana, no estado de Mato Grosso. As situações foram resolvidas em dois dias e os estudantes estavam organizados em duplas. Para a produção dos dados considerou-se as produções dos estudantes, o diálogo entre pesquisadora e estudantes. Os resultados desta pesquisa revelam que os estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental são capazes de resolverem situações mistas, cujo enunciado é apresentado de forma gradativa, em que as estruturas multiplicativas e aditivas vão se relacionando. Além disso, os estudantes apresentam indícios de mobilização das ideias-base de Função como variável, dependência, regularidade e generalização e também demonstraram compreensão das ideias de correspondência e proporcionalidade. Eles utilizaram diferentes estratégias, incluindo representações pictóricas, operações multiplicativas e aditivas, o que evidencia um processo de construção do conhecimento matemático. A presença ou ausência de tabelas influenciou as abordagens dos estudantes, ressaltando a importância de oferecer diversas representações para apoiar o aprendizado, especialmente associado a ideias de Função.

Palavras-chave: Ideias de Função; Situações mistas; Teoria dos Campos Conceituais; Ensino Fundamental - Anos Iniciais.

## **ABSTRACT**

The main objective of this research is to investigate whether students in the 2nd year of Elementary School solve mixed situations and mobilize ideas of function. Mixed situations are those that simultaneously involve multiplicative type relations (multiplication and division) and additive type relations (addition and subtraction). This research is based on the Theory of Conceptual Fields concerning the development of the research instrument and analysis of the data produced. For the development of the investigation, four mixed situations of the class Simple Proportion Multiplication one to many and Transformation of measures with unknown final state were elaborated. The research instrument was implemented with 28 students from a classroom in the 2nd year of elementary school, in a school located in Baixada Cuiabana, in the state of Mato Grosso. The situations were resolved in two days and the students were organized in pairs. For the production of data, the students' productions and the dialogue between the researcher and the students were considered. This research reveals that students in the 2nd year of Elementary School can solve mixed situations, in which the statement is presented gradually, in which the multiplicative and additive structures are related. In addition, students show signs of mobilization of the base ideas such as function as dependence, variable, regularity and generalization, and also demonstrated an understanding of the base ideas of correspondence and proportionality. They used different strategies, including pictorial representations, and multiplicative and additive operations, which show a construction process of mathematical knowledge. The presence or absence of tables influenced students approaches, highlighting the importance of offering diverse representations to support learning, especially those associated with function ideas.

**Keywords:** Ideas of Function; Mixed situations; Theory of Conceptual Fields; Elementary Education - Early Years.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Correspondências entre objetos e números.....	60
Figura 2 - Hierarquização das situações aditivas.....	86
Figura 3 - Esquema do Exemplo 1. ....	93
Figura 4 - Esquema da estratégia escalar do Exemplo 2. ....	94
Figura 5 - Esquema da estratégia funcional do Exemplo 2.....	95
Figura 6 - Esquema da estratégia escalar do Exemplo 3 .....	96
Figura 7 - Esquema da estratégia funcional do Exemplo 3 .....	97
Figura 8 - Esquema da estratégia escalar do Exemplo 4 .....	98
Figura 9 - Esquema da estratégia do Exemplo 5 .....	99
Figura 10 - Esquema da estratégia escalar do Exemplo 6 .....	100
Figura 11 - Esquema de dupla correspondência .....	102
Figura 12 - Representação de tabela cartesiana como resolução da situação 8.....	104
Figura 13 - Situação mista inserida na apostila dos colaboradores desta pesquisa .....	117
Figura 14 - Situação 1 proposta no primeiro estudo piloto .....	123
Figura 15 - Situação 2 proposta no primeiro estudo piloto .....	117
Figura 16 - Situação 3 proposta no primeiro estudo piloto .....	123
Figura 17 - Situação 4 proposta no primeiro estudo piloto .....	123
Figura 18 - Estratégia de um estudante do estudo piloto referente à situação 3 .....	124
Figura 19 - Situação 1 proposta no segundo estudo piloto.....	124
Figura 20 - Situação 2 proposta no segundo estudo piloto.....	126
Figura 21 - Situação 3 proposta no segundo estudo piloto.....	127
Figura 22 - Situação 4 proposta no segundo estudo piloto.....	127
Figura 23 - Situação mista 1 – Proporção Simples Multiplicação um para muitos e Transformação negativa de medidas com Estado final desconhecido .....	128
Figura 24 - tabela do item “b” da primeira situação.....	129
Figura 25: Estratégia do estudante E1 referente ao item “b” da primeira situação .....	141
Figura 26: Estratégia do estudante E11 referente ao item “b” da primeira situação.....	142
Figura 27: Estratégia do estudante E20 referente ao item “b” da primeira situação.....	142
Figura 28: Estratégia do estudante E25 referente ao item “b” da primeira situação.....	143
Figura 29: Estratégia do estudante E13 referente ao item “c” da primeira situação.....	145
Figura 30: Estratégia do estudante E8 referente ao item “c” da primeira situação.....	146

Figura 31: Estratégia do estudante E5 referente ao item “c” da primeira situação.....	147
Figura 32: Esquema do estudante E1 referente ao item “c” da primeira situação.....	148
Figura 33: Esquema do estudante E9 referente ao item “c” da primeira situação.....	150
Figura 34: Estratégia do estudante E12 referente ao item “c” da primeira situação.....	151
Figura 35: Estratégia do estudante E18 referente ao item “c” da primeira situação.....	153
Figura 36: Estratégia do estudante E21 referente ao item “c” da primeira situação.....	153
Figura 37: Estratégia do estudante E22 referente ao item “c” da primeira situação.....	153
Figura 38: Estratégia do estudante E23 referente ao item “c” da primeira situação.....	155
Figura 39: Estratégia do estudante E26 referente ao item “c” da primeira situação.....	155
Figura 40: Estratégia do estudante E27 referente ao item “c” da primeira situação.....	156
Figura 41: Estratégia do estudante E24 referente ao item “c” da primeira situação.....	156
Figura 42: Estratégia do estudante E14 referente ao item “d” da primeira situação.....	157
Figura 43: Estratégia do estudante E23 referente ao item “d” da primeira situação.....	158
Figura 44: Estratégia do estudante E15 referente ao item “d” da primeira situação.....	158
Figura 45 – Situação mista 2 – Proporção Simples Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido.....	160
Figura 46 - Situação mista 2 – Proporção Simples Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido.....	165
Figura 47: Estratégia do estudante E11 referente ao item “b” da segunda situação.....	166
Figura 48: Estratégia do estudante E9 referente ao item “b” da segunda situação.....	166
Figura 49: Estratégia do estudante E10 referente ao item “b” da segunda situação.....	171
Figura 50: Estratégia do estudante E17 referente ao item “b” da segunda situação.....	171
Figura 51: Estratégia do estudante E20 referente ao item “b” da segunda situação.....	172
Figura 52: Estratégia do estudante E13 referente ao item “b” da segunda situação.....	174
Figura 53: Estratégia do estudante E22 referente ao item “b” da segunda situação.....	175
Figura 54: Estratégia do estudante E15 referente ao item “b” da segunda situação.....	177
Figura 55: Estratégia do estudante E24 referente ao item “b” da segunda situação .....	179
Figura 56: Estratégia do estudante E3 referente ao item “c” da segunda situação .....	180
Figura 57: Estratégia do estudante E10 referente ao item “c” da segunda situação.....	180
Figura 58: Estratégia do estudante E12 referente ao item “c” da segunda situação.....	181
Figura 59 - Estratégia do estudante E15 referente ao item “c” da segunda situação.....	181
Figura 60: Situação mista 3 – Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação negativa de medidas com Estado final desconhecido.....	183
Figura 61: Estratégia do estudante E1 referente ao item “b” da terceira situação.....	188

Figura 62: Estratégia do estudante E17 referente ao item “b” da terceira situação.....	191
Figura 63: Estratégia do estudante E13 referente ao item “b” da terceira situação.....	191
Figura 64: Estratégia do estudante E22 referente ao item “b” da terceira situação.....	192
Figura 65: Estratégia do estudante E18 referente ao item “b” da terceira situação.....	194
Figura 66: Estratégia do estudante E15 referente ao item “b” da terceira situação.....	194
Figura 67: Estratégia do estudante E9 referente ao item “b” da terceira situação.....	195
Figura 68: Estratégia do estudante E25 referente ao item “b” da terceira situação .....	195
Figura 69: Estratégia do estudante E19 referente ao item “c” da terceira situação.....	197
Figura 70: Estratégia do estudante E2 referente ao item “c” da terceira situação.....	197
Figura 71: Estratégia do estudante E13 referente ao item “c” da terceira situação.....	198
Figura 72: Estratégia do estudante E12 referente ao item “c” da terceira situação.....	199
Figura 73: Estratégia do estudante E17 referente ao item “c” da terceira situação.....	200
Figura 74: Estratégia do estudante E4 referente ao item “c” da terceira situação.....	200
Figura 75: Estratégia do estudante E9 referente ao item “c” da terceira situação.....	200
Figura 76: Estratégia do estudante E24 referente ao item “c” da terceira situação.....	201
Figura 77: Estratégia do estudante E25 referente ao item “d” da terceira situação.....	201
Figura 78: Estratégia do estudante E13 referente ao item “d” da terceira situação.....	202
Figura 79: Estratégia do estudante E5 referente ao item “d” da terceira situação .....	203
Figura 80: Estratégia do estudante E20 referente ao item “d” da terceira situação .....	204
Figura 81: Estratégia do estudante E19 referente ao item “d” da terceira situação .....	204
Figura 82: Estratégia do estudante E6 referente ao item “d” da terceira situação .....	205
Figura 83: Estratégia do estudante E9 referente ao item “d” da terceira situação .....	205
Figura 84: Estratégia do estudante E4 referente ao item “d” da terceira situação .....	207
Figura 85: Estratégia do estudante E26 referente ao item “d” da terceira situação .....	207
Figura 86: Situação mista 4 – Proporção Simples Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido .....	210
Figura 87: Estratégia do estudante E5 referente ao item “b” da quarta situação.....	214
Figura 88: Estratégia do estudante E3 referente ao item “b” da quarta situação.....	215
Figura 89: Estratégia do estudante E8 referente ao item “b” da quarta situação.....	216
Figura 90: Estratégia do estudante E7 referente ao item “b” da quarta situação.....	217
Figura 91: Estratégia do estudante E13 referente ao item “b” da quarta situação.....	217
Figura 92: Estratégia do estudante E19 referente ao item “b” da quarta situação.....	219
Figura 93: Estratégia do estudante E4 referente ao item “b” da quarta situação.....	220
Figura 94: Estratégia do estudante E22 referente ao item “b” da quarta situação.....	221

Figura 95: Estratégia do estudante E20 referente ao item “b” da quarta situação .....	221
Figura 96: Estratégia do estudante E3 referente ao item “c” da quarta situação.....	223
Figura 97: Estratégia do estudante E19 referente ao item “c” da quarta situação.....	223
Figura 98: Estratégia do estudante E5 referente ao item “c” da quarta situação.....	224
Figura 99: Estratégia do estudante E17 referente ao item “c” da quarta situação.....	224
Figura 100: Estratégia do estudante E14 referente aos itens “b” e “c” da quarta situação.....	226
Figura 101: Estratégia do estudante E24 referente aos itens “b” e “c” da quarta situação.....	227
Figura 102: Estratégia do estudante E20 referente ao item “c” da quarta situação.....	227
Figura 103: Estratégia do estudante E26 referente ao item “c” da quarta situação.....	228
Figura 104: Estratégia do estudante E28 referente ao item “c” da quarta situação.....	228

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplos de situações aditivas da primeira categoria .....	81
Tabela 2 – Exemplos de situações aditivas da segunda categoria.....	82
Tabela 3 – Exemplos de situações aditivas da terceira categoria .....	83
Tabela 4 – Exemplos de situações aditivas da quarta categoria .....	84
Tabela 5 – Exemplos de situações aditivas da quinta categoria.....	85
Tabela 6 – Exemplos de situações aditivas da sexta categoria.....	85
Tabela 7 – Exemplos de situações Proporção Simples - Isomorfismo de Medidas .....	91
Tabela 8 – Exemplos de situações da classe Comparação Multiplicativa.....	105

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Definições de Função no decorrer dos séculos XVII, XVIII e XIX .....	29
Quadro 2 – A álgebra e os objetos de conhecimento para os Anos Iniciais .....	45
Quadro 3 – Pensamento algébrico no documento Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental .....	46
Quadro 4 – Idades em que se iniciam os conceitos algébricos nos currículos de diversos países .....	48
Quadro 5 – Níveis de compreensão do conceito de Função .....	61
Quadro 6 – Resultados das pesquisas encontradas de acordo com os descritores de busca ....	63
Quadro 7 – Produções científicas em teses e dissertações de programas de pós-graduação ...	64
Quadro 8 – Símbolos utilizados na representação dos esquemas.....	79
Quadro 9 – Expressão analítica resultante do tipo de relação .....	109
Quadro 10 – Representações da classe Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas com Estado Final desconhecido .....	111
Quadro 11 – Quantidade de estudantes por turma e período da escola pesquisada .....	114
Quadro 12 - Variável didática e os respectivos valores da situação 1.....	137
Quadro 13 - Esquema sagital da Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e equação da primeira situação.....	139
Quadro 14 - Esquema sagital da Transformação negativa Estado final desconhecido e equação da primeira situação.....	139
Quadro 15 – Representações da primeira situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação negativa com o Estado final desconhecido.....	139
Quadro 16 – Possíveis estratégias de resolução para a situação 1.....	140
Quadro 17 - Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “c” da primeira situação.....	144
Quadro 18 – Variáveis didáticas e os respectivos valores da situação 2.....	161
Quadro 19 - Esquema sagital da Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e equação da segunda situação .....	162

Quadro 20– Esquema sagital da Transformação positiva com o Estado final desconhecido e equação da segunda situação .....	163
Quadro 21 – Representações da segunda situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação positiva com o Estado final desconhecido.....	163
Quadro 22 - Possíveis estratégias de resolução para a situação 2.....	163
Quadro 23 - Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “b” da segunda situação.....	165
Quadro 24 - Variáveis didáticas e os valores da situação 3.....	184
Quadro 25 – Esquema sagital da Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e equação da terceira situação.....	185
Quadro 26 – Esquema sagital da Transformação negativa com Estado final desconhecido e equação da terceira situação .....	186
Quadro 27 - Representações da terceira situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação negativa de medidas com o estado final desconhecido.....	186
Quadro 28 - Possíveis estratégias de resolução para a situação 3.....	187
Quadro 29 - Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “b” da terceira situação.....	188
Quadro 30 – Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “c” da terceira situação.....	196
Quadro 31 - Variáveis didáticas e valores da situação 4.....	210
Quadro 32 - Esquema sagital da Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e equação da quarta.....	211
Quadro 33 - Esquema sagital da Transformação positiva de medidas com Estado final Desconhecido da quarta situação.....	212
Quadro 34 - Representações da quarta situação do tipo Proporção Simples – multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com o Estado Final Desconhecido.....	212
Quadro 35 - Possíveis estratégias de resolução para a situação 4.....	212
Quadro 36 - Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “b” da quarta situação.....	213
Quadro 37 - Síntese das estratégias utilizadas pelos estudantes nos itens que envolvem a estrutura multiplicativa.....	232
Quadro 38 - Síntese da quantidade de estudantes nas situações mistas.....	237

## **LISTA DE SIGLAS**

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CAPES - Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CIS - Contrato de Impacto Social

COEF - Coordenação Geral do Ensino Fundamental

DICEI - Diretoria de Currículos e Educação Integral

EELM - Escola Estadual Leônidas de Matos

FGV - Fundação Getúlio Vargas

GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática

GEPeDiMa - Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

IMUK - Internationale Mathematische Unterrichtskommission

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MEC - Ministério da Educação

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PET - Programa de Educação Tutorial

PIC - Pesquisa de Iniciação Científica

PNE - Plano Nacional de Educação

PPP - Projeto Político Pedagógico

PRPGEM - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica

SAL - Santo Antônio de Leverger

SEB - Secretaria de Educação Básica

SEDUC-MT - Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso

SENAC - Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial

SENAI - Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial

TALE - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCC - Teoria dos Campos Conceituais

TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UEM - Universidade Estadual de Maringá

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
<b>1 ESTUDOS QUE ENVOLVEM A NOÇÃO DE FUNÇÃO .....</b>	<b>28</b>
1.1 Um breve panorama da temática Função .....	28
1.2 Função na escolarização no Brasil .....	29
1.3 Função nos documentos curriculares .....	40
1.4 O raciocínio algébrico e o raciocínio funcional .....	46
1.5 Ideias associadas ao conceito de Função .....	52
1.6 Revisão bibliográfica .....	61
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>73</b>
2.1 Teoria dos Campos Conceituais .....	73
2.2 Campo conceitual das estruturas aditivas .....	79
2.3 Campo conceitual das estruturas multiplicativas .....	87
2.4 Situações mistas .....	105
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>110</b>
3.1 Caracterização do ambiente escolar .....	110
3.2 Considerações para a elaboração do instrumento de pesquisa .....	113
3.3 Variável didática .....	117
3.4 Estudo piloto .....	120
3.5 Colaboradores da pesquisa .....	128
<b>4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS SITUAÇÕES E DAS PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES .....</b>	<b>130</b>
4.1 Análise da situação 1 .....	132
4.1.1 Análise e discussão dos dados da situação 1 .....	136
4.2 Análise da situação 2 .....	155
4.2.1 Análise e discussão dos dados da situação 2 .....	159
4.3 Situação 3 .....	176
4.3.1 Análise e discussão dos dados da situação 3 .....	181
4.4 Análise da situação 4 .....	202
4.4.1 Análise e discussão dos dados da situação 4 .....	205
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>220</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>228</b>

APÊNDICES .....	239
-----------------	-----

## INTRODUÇÃO

O interesse em desenvolver esta pesquisa de mestrado em Educação Matemática direcionada para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental é decorrente dos caminhos percorridos como acadêmica em Pedagogia e professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Na introdução deste texto, apresento<sup>1</sup> parte da minha formação acadêmica e da minha atuação como pedagoga, parte da trajetória até a definição do objetivo da pesquisa, informações gerais com respaldo teórico para o desenvolvimento desta investigação e a organização desta dissertação.

No ano de 2011, ingressei no curso de Pedagogia da Universidade Estadual de Maringá (UEM), localizada no estado do Paraná. No segundo ano da graduação, participei como bolsista do Programa de Educação Tutorial (PET-Pedagogia). Como parte do PET, realizei Pesquisas de Iniciação Científica (PICs), aspecto que foi essencial para a efetivação das minhas primeiras investigações sobre o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Durante a graduação, desenvolvi dois PICs que tinham como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud (VARGAS; KAJIHARA, 2013, 2014). Nesse período, tive a oportunidade de estudar e dialogar com colegas e professores sobre o ensino de Matemática, além de produzir textos, apresentá-los e participar de eventos científicos.

Após finalizar a graduação, em 2015, trabalhei como professora em uma escola particular de Maringá, no Paraná, e realizei um Curso de Especialização *Lato Sensu* em Psicopedagogia na UEM. Ao final da minha especialização, no ano de 2018, ingressei como professora pedagoga efetiva da rede estadual de ensino na Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (SEDUC-MT) e, a partir das minhas novas vivências como professora, surgiram algumas inquietações e a vontade de aprofundar os estudos na área de Educação Matemática, especialmente, embasados na Teoria do Campo Conceituais.

No ano de 2021, o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) estava com edital aberto. Participei da seleção e fui aprovada, o que me conduziu à participação no Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática (GEPeDiMa). Naquele momento, um misto de sentimentos invadiu o meu ser. Eu estava eufórica em participar do grupo que tanto

---

<sup>1</sup> A Introdução desta pesquisa está escrita na primeira pessoa do singular, porque apresenta as experiências pessoais da pesquisadora.

desejava, mas sabia dos desafios que enfrentaria, pois o grupo tem se dedicado ao desenvolvimento de pesquisas com vistas ao mapeamento do Campo Conceitual da Função Afim. Formalmente, “uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se afim quando existem constantes  $a, b \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x) = ax + b$  para todo  $x \in \mathbb{R}$  (LIMA *et al.*, 2012, p. 101).

No início, pensei que era preciso me especializar no ensino formal de Função para me enquadrar no grupo e desenvolver uma pesquisa que fosse alinhada aos objetivos de pesquisa do GEPeDiMa. No entanto, os estudos e as discussões realizados pelos integrantes são visionários e inovadores, diferentemente daquilo que eu pensei. Recordei-me de algumas experiências em sala de aula, mas não sabia que elas estavam relacionadas com a noção de Função. Porém, ainda, era necessário muito estudo para me integrar aos objetos de estudos alinhados ao grupo de pesquisa.

A minha experiência como docente, nos últimos anos, tem sido especialmente nos 1º e 2º Anos do Ensino Fundamental. Sendo assim, em conversa com a minha orientadora, estabelecemos a realização de uma pesquisa com a turma do 2º ano do Ensino Fundamental, visto que é nesse ano escolar que aparece pela primeira vez, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)<sup>2</sup>, uma habilidade envolvendo situações de multiplicação. Com isso, visualizamos a possibilidade de investigar indicativos de ideias-base<sup>3</sup> de Função sendo mobilizadas pelos estudantes dessa faixa escolar.

Para Vergnaud (1996b), autor da Teoria dos Campos Conceituais, a aprendizagem de um conceito acontece durante o processo escolar, isto é, um conceito está em constante aperfeiçoamento, em decorrência das diversas situações vivenciadas pelos estudantes. O conhecimento de um conceito ocorre por meio de diversas situações e, ao mesmo tempo, uma situação envolve diferentes conceitos. Segundo o pesquisador, um conceito nunca aparece sozinho em uma situação matemática e, assim sendo, é necessário estudar o campo conceitual ao qual ele pertence (VERGNAUD, 1993).

No tocante às diferentes situações, Vergnaud (2009a) estabeleceu dois campos conceituais, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas, para os quais apresenta classes de situações distintas e que demandam dos estudantes esquemas (organização da

---

<sup>2</sup> Atualmente o documento que direciona os currículos brasileiros da Educação Básica é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018).

<sup>3</sup> Ideias-base são conceitos científicos aceitos pela comunidade científica e que são fundamentais ao estabelecimento dos demais conceitos, isto é, as ideias-base constituem os conceitos primários de outros conceitos (MERLI, 2022).

atividade) diferentes para a respectiva resolução. Além das situações aditivas e multiplicativas, Vergnaud (2009a) definiu as situações mistas, que exigem, em suas soluções, ao menos, uma operação do campo conceitual aditivo (adição ou subtração) e, ao menos, uma operação do campo conceitual multiplicativo (multiplicação ou divisão). Contudo, Vergnaud não apresenta uma classificação para as situações mistas. De acordo com Miranda (2019), é possível associar as situações mistas à Função Afim, pois, em sua forma algébrica, uma Função Afim pode ser modelada como  $f(x) = ax + b$ , envolvendo, desse modo, as estruturas aditiva e multiplicativa.

A princípio, a pesquisa iria envolver somente as situações da estrutura multiplicativa. Contudo, atualmente, os interesses principais do GEPeDiMa são o estabelecimento de classes de situações que dão sentido ao conceito de Função Afim e a análise de conhecimentos dos estudantes de diferentes níveis de ensino ao resolverem tais situações. Além disso, estudos (MIRANDA, 2019; CALADO, 2020; RODRIGUES, 2021; SILVA, 2021; DEZILIO, 2022) realizados por integrantes do GEPeDiMa vêm mostrando que as situações mistas podem ser associadas ao conceito de Função Afim e que podem ser classificadas a partir de uma combinação de classes dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. Diante do contexto apresentado, senti-me motivada a estudar as situações mistas e mostrar a possibilidade de tais situações serem propostas aos estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental.

Ao analisar o livro didático (MAXI, 2019) utilizado pelos estudantes da rede estadual de ensino do estado de Mato Grosso, onde a presente pesquisa foi realizada, identifiquei cinco situações que poderiam ser classificadas como situação mista. Rodrigues e Rezende (2021) encontraram cinco situações mistas em um livro voltado para o 2º Ano e que faz parte de uma coleção de livros didáticos elaborados para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Assim, diante desses resultados, em conversa com a minha orientadora, propus que trabalhássemos, de modo introdutório, as situações mistas associadas às ideias-base de Função.

O conceito de Função é considerado um conceito essencial para a Matemática (CARAÇA, 1951). Entretanto, segundo Bernardino, Garcia e Rezende (2019), o estudo desse conceito é complexo e pode causar incompreensões nos estudantes durante a aprendizagem escolar nos diversos níveis de ensino. Desse modo, “é inquestionável que quanto antes se familiarize um estudante com o conceito de Função, tanto melhor para sua formação matemática” (EVES, 2011, p. 661).

No ensino de Funções, o fato de o aspecto prático ser deixado de lado tem sido um enorme equívoco, visto que, no decorrer dos tempos, a noção de Função se desenvolveu a partir de problemas práticos, com uma perspectiva de relação entre grandezas. Tal equívoco tem

levado pesquisadores das áreas da Educação e da Psicologia a buscarem subsídios que reiterem a relevância de um ensino pragmático (MERLI, 2022).

A BNCC regulamenta que, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, algumas dimensões do trabalho com a álgebra devem estar presentes nos processos de ensino e aprendizagem, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. Além disso, afirma que a noção intuitiva de Função pode ser explorada por meio da resolução de situações que envolvem a proporcionalidade direta, mas sem o uso de letras para expressar regularidades. Já o conceito formal de Função deve ser estabelecido a partir do 9º ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Para o desenvolvimento do conceito de Função pelo estudante, Tinoco (2002) apresenta as ideias de: variável, dependência, regularidade e generalização. O GEPeDiMa chama de ideias-base de Função aquelas que servem para todas as Funções. Pavan (2010) e Rodrigues (2021) consideram cinco ideias-base de Função: as quatro ideias apresentadas por Tinoco (2002) e a ideia de correspondência. Merli (2022), em sua pesquisa de doutoramento, mostrou, por, que as ideias-base de Função são quatro e correspondem às mencionadas por Tinoco (2002): variável, dependência, regularidade e generalização. Merli (2022) demonstra que a correspondência não constitui uma ideia-base de Função, mas do próprio número, antecedendo o conceito de Função. Todavia, como os estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental podem não ter consolidado ainda o conceito de número, optou-se por investigar essa ideia nesta pesquisa.

Outra ideia de Função contemplada nesta pesquisa é a proporcionalidade, pois a BNCC (BRASIL, 2018) regulamenta que essa ideia precisa ser proposta aos estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, visto que ela permite o desenvolvimento da noção intuitiva de Função. Outras pesquisas, tais como as de Rodrigues (2021), Silva, L. Del C. P. da (2021), Dezilio (2022) e Campiteli e Campiteli (2006), também consideram a proporcionalidade uma noção essencial para o desenvolvimento do conceito de Função, especialmente para a Função Linear, da forma  $f(x) = ax$ , com  $a$  sendo número real. Desse modo, para esta pesquisa, são contempladas, nas situações propostas aos estudantes, seis ideias de Função. São elas: as quatro ideias-base (variável, dependência, regularidade e generalização) e as ideias de correspondência e proporcionalidade.

Segundo os estudos de Braga (2006), as ideias de variação e de dependência, por exemplo, deveriam ser abordadas em sala de aula desde os Anos Iniciais e, progressivamente,

durante os demais anos escolares. Elas deveriam transitar pelas representações tabulares, gráficas e analíticas, alcançando a formalização do conceito de Função pelo indivíduo.

Considerando a importância do conceito de Função para a Matemática – e para outras áreas – e por esse campo conceitual abranger ideias que podem ser desenvolvidas bem antes da inserção formal desse conceito, Pavan (2010) se propôs a investigar se as situações envolvendo estrutura aditiva e estrutura multiplicativa permitiam às crianças da 4<sup>o</sup> série (atual 5<sup>o</sup> ano) do Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar as ideias básicas<sup>4</sup> envolvidas no conceito de Função, como variável, dependência, regularidade, correspondência e generalização.

A análise dos resultados de Pavan (2010) com estudantes da 4<sup>a</sup> série (5<sup>o</sup> ano) possibilitou a constatação de que as ideias-base envolvidas no conceito de Função podem e devem ser trabalhadas já na primeira etapa do Ensino Fundamental, para, posteriormente, ser consolidado esse conceito.

Rodrigues (2021) analisou invariantes operatórios associados ao conceito de Função mobilizados por estudantes do 5<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental na resolução de situações mistas. Por meio da investigação, a pesquisadora verificou que os discentes utilizaram esquemas incompletos para a resolução das situações mistas, ou seja, apresentaram somente a relação multiplicativa, ignorando a relação aditiva. Com isso, conjecturou-se que os estudantes não estão habituados com a resolução de tais situações. Os resultados da pesquisadora fortaleceram a importância da introdução de situações mistas para os estudantes do Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Não só, mas também reforçou os nossos questionamentos sobre a introdução de situações mistas para os estudantes do 2<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental.

Os resultados da pesquisa de Dezilio (2022) com 13 estudantes do 5<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, que foram divididos em cinco duplas e um trio, mostraram que as ideias de correspondência, dependência, regularidade, variável e proporcionalidade e a modelação da Função Afim sem formalidade algébrica foram identificadas por todos os grupos de estudante. Além do mais, a ideia de generalização foi manifestada em dois grupos, mostrando que é possível propor situações envolvendo ideias-base de Função desde os Anos Iniciais.

Blanton e Kaput (2005) citam que os estudantes, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, podem usar diferentes ferramentas em prol do desenvolvimento do próprio

---

<sup>4</sup> Na pesquisa de Pavan (2010), no lugar de “ideias-base”, é utilizado o termo “ideias básica”. Além disso, a pesquisa considera correspondência como uma das ideias básica de Função.

raciocínio sobre Funções. Desde os primeiros anos escolares, os estudantes podem recorrer a tabelas, desenhos, gráficos, palavras ou símbolos de relações recursivas, de covariação e de correspondência. Desse modo, a compreensão da noção de Função pode ser explorada antes da introdução formal das Funções e o professor pode ajudar os estudantes a desenvolver o raciocínio funcional (NCTM, 2007).

Com o intuito de identificar a existência de pesquisas que envolvem o objeto desta investigação, no ano de 2022, realizamos uma pesquisa no banco de dados Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Para tanto, foram usados os seguintes descritores: Problema misto; Problemas mistos; Ideias-base de Função; Pensamento funcional; Raciocínio funcional; Pensamento algébrico; e Raciocínio algébrico. Na referida busca e por meio de alguns filtros, encontramos nove pesquisas. Nossos estudos indicaram que nenhuma dessas pesquisas teve como objetivo investigar as ideias-base de Função dos estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações mistas.

Considerando, com base na Teoria dos Campos Conceituais, que um conceito está em constante aprimoramento pelo indivíduo, sendo compreendido no decorrer da experiência escolar por meio das diferentes situações que lhes são propostas, assumimos a importância da exploração da noção de Função por meio das ideias-base desse conceito desde o Ensino Fundamental - Anos Iniciais, com a finalidade de que, quando o estudante se deparar formalmente com o conceito de Função, tenha subsídios para compreendê-lo. Logo, a presente pesquisa é norteada pela seguinte questão: *é possível que estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental resolvam situações mistas e mobilizem ideias de Função?*

Isto posto, para responder à questão de pesquisa, estabelecemos como objetivo geral: investigar se estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental resolvem situações mistas e mobilizam ideias de Função. O objetivo geral em ênfase se desdobra nos seguintes objetivos específicos:

- ✓ Analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de situações mistas;
- ✓ Analisar a influência de tabelas nas situações;
- ✓ Identificar quais ideias do conceito de Função são mobilizadas pelos estudantes em situações do tipo Proporção Simples - Multiplicação um para muitos.

Para alcançar os objetivos e, assim, responder à questão de pesquisa, elaboramos quatro situações mistas, considerando as subclasses da classe Proporção Simples e Transformação de medidas. Elas foram resolvidas por vinte e oito estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental de

uma escola localizada na baixada cuiabana. Os registros das resoluções das situações propostas foram individuais, porém os estudantes estavam sentados em duplas, para que pudessem discutir a situação. A análise dos dados ocorreu por meio de registros escritos e de entrevistas entre a pesquisadora e os estudantes. A TCC respaldou a fundamentação teórica, a constituição das classes/subclasses de situações mistas e as análises das estratégias dos estudantes.

No que se refere à estrutura desta pesquisa, ela está dividida em quatro capítulos, além da Introdução e das Considerações Finais. A seguir, é exposta a descrição de cada capítulo.

No Capítulo 1, é apresentado um estudo que envolvem a noção de Função, isso inclui: algumas reformas educacionais, a inserção do conteúdo de Função na escolarização, a análise dos atuais documentos curriculares, estudos sobre o raciocínio funcional, as ideias associadas ao conceito de Função e a revisão bibliográfica sobre a temática.

No Capítulo 2, são descritos os principais elementos que compõem a TCC. Para tanto, são apresentadas as estruturas aditiva e multiplicativa. Por fim, são explicitadas as situações mistas e a classe Proporção Simples um para muitos e Transformação de medidas.

No Capítulo 3, são retratados, de modo delineado, os procedimentos metodológicos admitidos para a pesquisa.

No Capítulo 4, intitulado “Análise e Discussão dos Dados”, são apresentadas as análises e as discussões dos dados produzidos pelos 28 estudantes, referentes às quatro situações propostas.

Por fim, são expostas as considerações finais da pesquisa, as referências e os apêndices.

# 1 ESTUDOS QUE ENVOLVEM A NOÇÃO DE FUNÇÃO

Neste primeiro capítulo, são apresentados alguns estudos que auxiliaram para o desenvolvimento da pesquisa: a inserção do conteúdo de Função na escolarização, definições e orientações de documentos oficiais que direcionam o ensino de Matemática. Explana-se, também, o raciocínio funcional e as ideias associadas ao conceito de Função, que são possíveis de serem mobilizadas pelos estudantes desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, além da revisão bibliográfica realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Finaliza-se este capítulo justificando a pertinência do desenvolvimento da presente pesquisa.

## 1.1 Informações preliminares sobre Função

Os conceitos matemáticos são desenvolvidos, uma vez que sejam postos problemas de interesse capital, prático ou teórico. Dois exemplos são: o número natural, desenvolvido a partir da necessidade da contagem, e o número real, desenvolvido para assegurar a compatibilidade lógica de diferentes aquisições (CARAÇA, 1951). Dentre os conceitos fundamentais para a Matemática, Caraça (1951) e Ponte (1990) mencionam o conceito de Função. Para D'Ambrosio (2006), existem diversas ideias centrais da Matemática. No entanto, não há ideia mais abrangente do que Função. De acordo com Nogueira, “[...] o conceito de função é um dos mais importantes da Matemática. É a função que dá mobilidade à Matemática, que retira a Rainha das Ciências da sua rigidez estática e permite a representação e o estudo de fenômenos móveis” (2014, p. 121).

O conceito de Função durante a história da Matemática apresentou um extenso e desordenado processo de formulação de ideias, generalizações e compreensão embasado nos pensamentos filosófico e científico (PIRES, 2014). A origem desse conceito ocorreu com o intuito de que filósofos e cientistas desenvolvessem um instrumento matemático que colaborasse para compreender e analisar os fenômenos naturais (o movimento dos corpos, a vaporização da água, a passagem de uma corrente elétrica em um condutor, a germinação de uma semente, dentre outros), descrever regularidades, interpretar interdependências de variáveis e generalizá-las (CARAÇA, 1951). Na Antiguidade, algumas de suas noções já estavam presentes nas atividades dos povos antigos, como nas dos babilônios, uma vez que os registros por meio de suas tábuas direcionam para relações entre variáveis (PIRES, 2014).

Todavia, a noção de Função, como conceito individualizado e como objeto de estudo em Matemática, ocorreu somente no final do século XVII (PONTE, 1990).

Vazquez, Rey e Boubée (2008) realizaram um resumo sobre as definições de Função no decorrer dos séculos XVII, XVIII e XIX:

**Quadro 1-** Definições de Função no decorrer dos séculos XVII, XVIII e XIX

Época	Definição
Século XVII	Qualquer relação entre variáveis
	Uma quantidade obtida de outras quantidades mediante operações algébricas ou qualquer outra operação imaginável.
	Qualquer quantidade que varia de um ponto a outro em uma curva.
	Quantidades formadas usando expressões algébricas e transcendentais de variáveis e constantes.
Século XVIII	Quantidades formadas usando expressões algébricas e transcendentais de variáveis e constantes.
	Função de algumas variáveis, como quantidade, que é composta, de alguma forma, de variáveis e constantes.
	Qualquer expressão útil para calcular.
Século XIX	Correspondência entre variáveis.
	Correspondência entre um conjunto A e os números reais.
	Correspondência entre os conjuntos.

Fonte: Vázquez; Rey; Boubée (2008, p. 153, tradução nossa)

Entre os séculos XIX e início do século XX foram realizadas grandes descobertas referentes às Funções contínuas, diferenciáveis e descontínuas em determinados pontos. Dentre as contribuições para a evolução do conceito de Função no início do século XX, destaca-se a realizada pelo grupo Bourbaki. O grupo formado por jovens matemáticos franceses objetivava organizar toda Matemática, conforme o pensamento formal de Hilbert. No ano de 1939, Bourbak publicou o primeiro livro da coleção *Théorie des Ensembles*<sup>5</sup>, ao qual contém a seguinte definição de Função (PIRES, 2014):

Sejam  $E$  e  $F$  dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável  $x$  de  $E$  e uma variável  $y$  de  $F$  chama-se relação funcional em  $y$ , ou relação funcional de  $E$  em  $F$ , se, qualquer que seja  $x \in E$ , existe um elemento  $y$  de  $F$ , e somente um, que esteja na relação considerada com  $x$ .

Dá-se o nome de função à operação que associa a todo elemento  $x \in E$  o elemento  $y \in F$  que encontra na relação dada com  $x$ , e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função (BOURBAKI, 1990, p. 6 *apud* PIRES, 2014. p. 43).

<sup>5</sup> Teoria dos Conjuntos.

A definição de Bourbaki pontua sobre a unicidade de  $y$  (a unicidade distingue as Funções unívocas e plurívocas) e elucida sobre a diferença entre relação funcional e Função. Pires (2014), ao analisar o processo histórico de evolução e entendimento do conceito de Função, verificou que o percurso utilizado para se chegar a compreensão e a definição que atualmente é empregada, teve influência dos modos de representar uma relação funcional.

[...] desde a antiguidade até o movimento de estruturalista empregado na Matemática pelo grupo Bourbaki, surgiram diferentes concepções de função, seja na maneira de olhar o objeto matemático, seja no modo de utilizar ou enfatizar suas propriedades. Algumas dessas concepções foram utilizadas simultaneamente na mesma definição, como também, diferentes concepções foram adotadas em uma mesma época. Contudo, toda essa diversidade de ideias respaldadas no pensamento científico e filosófico contribuiu com a evolução do conceito desse objeto matemático, desencadeando as definições que temos nos dias atuais (PIRES, 2014, p. 44).

Segundo Rodrigues (2021), Caraça estabelece a definição mais atual do conceito de Função, do ponto de vista propriamente matemático:

[...] sejam  $x$  e  $y$  duas variáveis representativas de conjunto de números; diz-se que  $y$  é função de  $x$  e escreve-se  $y = f(x)$ , se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido de  $x \rightarrow y$ . A  $x$  chama-se variável independente e a  $y$  variável dependente. Para indicar que  $y$  é função de  $x$ , usaremos também escrever simplesmente  $y(x)$ , para representar aquele valor  $b$  de  $y$  que corresponde a um valor particular  $a$  de  $x$ , escreve-se  $b = f(a)$  ou  $b = y(a)$ , conforme se usou a representação  $y = f(x)$  ou  $y(x)$  (CARAÇA, 1951, p. 121).

Em relação à compreensão do conceito de Função, diversos estudos (TRINDADE, 1996; PIRES, 2016; BERNARDINO, GARCIA E REZENDE, 2019; CALADO, NOGUEIRA, REZENDE, 2020) mostram incompreensões por parte dos estudantes de diferentes níveis de ensino. As principais incompreensões advêm da não compreensão das ideias interligadas às funções, tais como das variáveis envolvidas, da dependência entre elas, da generalização, da associação entre as diferentes formas de representação simbólica, dentre outras.

O ensino de Função, até meados do século XX, ocorria apenas na universidade. Desse modo, não esteve inserido nos primeiros currículos de Matemática. Somente após diversas discussões que se pensou no ensino de Função na escolarização. De acordo com Maia (2007), isso pode ajudar a entender o motivo pelo qual parte dos estudantes têm dificuldades em compreender o conceito de Função. Destarte, enfatiza-se que o desenvolvimento desse conceito precisa ser abordado com os estudantes no decorrer de toda a escolarização. Na próxima seção é explicado como o conteúdo de Função foi palco de diversas discussões até fazer parte dos atuais documentos curriculares brasileiros.

## 1.2 Função na escolarização no Brasil

No início do século XX, havia um movimento mundial de renovação nas escolas secundárias do ensino da Matemática. Esse movimento tinha bases na Alemanha, na Inglaterra, na França e nos Estados Unidos. O matemático alemão Christian Felix Klein (1849-1925) foi fundamental no movimento internacional que teve como objetivo a reforma do Ensino Secundário (BRAGA, 2006). Naquele período, a diversidade de formação dos estudantes que ingressavam nas Escolas Técnicas Superiores de diversos países era evidenciada. Muitos estudantes adentravam com déficit de conteúdo, havendo a necessidade de uma formação mais uniforme (MACIEL; CARDOSO, 2014).

No ano de 1908, em Roma, ocorreu o IV Congresso Internacional de Matemática, considerado um marco para o surgimento do campo da Educação Matemática em virtude do desenvolvimento de uma comissão internacional: a Internationale Mathematische Unterrichtskommission, conhecida pelas siglas IMUK<sup>6</sup>. Esse fato resultou na primeira proposta de internacionalização do ensino de Matemática. Como líder, havia o alemão Félix Klein, que apoiava a necessidade de serem feitas alterações no currículo de Matemática e no método de ensino, que aspirava os métodos intuitivos no ensino (OLIVEIRA, 2009).

O matemático Klein dedicou parte da própria carreira ao ensino, ao divulgar as próprias palestras em livros com finalidades didáticas (SOUZA, 2010). Segundo Braga (2006), Klein também se dedicou à formação dos professores do Secundário e objetivava reformar o ensino da Matemática Universitária, mas verificou que precisava considerar o Ensino Básico como alicerce para a Educação Superior.

Braga (2003), a partir da própria leitura, resumiu os dez princípios orientadores do movimento reformista, segundo a reflexão de Klein:

- I) Introduzir noções de cálculo Infinitesimal entre os conteúdos da escola secundária;
- II) Incluir o conceito de função com o papel de ideia coordenadora dos diversos assuntos da matemática escolar;
- III) Procurar desenvolver o “pensamento funcional” do aluno desde as séries iniciais;
- IV) Fomentar as conexões entre as diversas partes da Matemática;
- V) Trabalhar, sempre que possível, com a ideia de movimento da Geometria;
- VI) Apresentar e desenvolver nas primeiras séries uma geometria propedêutica;

---

<sup>6</sup> Em 1954, a comissão internacional tornou a ser conhecida pela sigla ICMI, que significa “Internacional Commission on Mathematical Instruction”.

- VII) Explorar no dia-a-dia da matemática escolar aplicações práticas de significação real na vida moderna;
- VIII) Valorizar a indução e a intuição, inclusive como recursos heurísticos, para se chegar a conhecimentos que possam ser oportuna e posteriormente sistematizados;
- IX) Dar atenção especial à lei fundamental biogenética no processo de ensino;
- X) Priorizar o ponto de vista psicológico na aprendizagem (BRAGA, 2003, p. 57-58).

Os princípios dois e três possibilitam justificar o Cálculo entre os conteúdos do Secundário. Braga (2003) sugere a hipótese de que, entre os dez princípios citados, a introdução do Cálculo entre os conteúdos no ensino Secundário era o primordial. Os demais princípios serviam de base para a consolidação de um ideal maior, mas que não podia ser explicitado pela maioria dos professores. Diante disso, Klein tornou, de modo estratégico, o conteúdo de Função a ideia principal de ensino. O autor ressaltava a ideia de Função na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral:

Aliás, cabe observar que a função revelava-se imprescindível pra a abordagem por ele proposta para a disciplinarização do Cálculo, fato este denunciado pela própria nomenclatura de seus elementos constituintes: limite de uma função, derivada de uma função num ponto, função derivada, função primitiva, integral de uma função, etc. Dessa forma, o sucesso no ensino de Cálculo estaria intimamente ligado a um bom domínio de função por parte do aluno. E mais o entrelaçamento desses dois assuntos poderia vingar se o educando soubesse transitar com relativo desembaraço pelas várias representações de função (BRAGA, 2006, p. 52).

A proposta de Klein estabelecia o Cálculo como uma consequência natural e fundamental do curso de Funções. Para o matemático, o curso de Função não atingiria a própria finalidade, se não intervisse no ensino de Cálculo ainda no Secundário (BRAGA, 2003).

Klein, a despeito de informações controversas sobre sua personalidade, era segundo Schubring, um organizador e administrador talentoso. Estas características, aliadas ao grande respeito de que gozava como matemático, fez com que suas consistentes e modernas concepções ganhassem circulação internacional (BRAGA, 2003, p. 63).

Essa circulação internacional ganhou destaque nas discussões de pensadores brasileiros. O processo de disciplinarização da Função no Ensino Secundário<sup>7</sup>, no Brasil, está relacionado à tentativa de unificação da Aritmética, da Geometria e da Álgebra em uma disciplina chamada Matemática. Essa fusão foi realizada com base em referenciais internacionais fundamentados

---

<sup>7</sup> No Brasil, historicamente, era chamado de Ensino Secundário o que, atualmente, corresponde ao Ensino Fundamental Anos Finais (a partir do sexto ano) e ao Ensino Médio.

por Klein, que sugeria, além da introdução do Cálculo Diferencial e Integral, uma renovação no ensino da Matemática no Ensino Secundário (BRAGA, 2006). Nas próximas linhas, são discorridas algumas reformas que ocorreram no Brasil.

No decorrer do século XX, no Brasil, governos e especialistas se esforçaram para aprimorar a qualidade do ensino de Matemática. As ideias do professor Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950), por exemplo, influenciaram as reformas no ensino da Matemática que ocorreram nas décadas de 1930 e 1940 (CARVALHO *et al.*, 2000).

Roxo foi diretor do renomado Colégio Pedro II, localizado no Rio de Janeiro, de 1925 a 1935. Em 1937, assumiu o cargo de diretor do Ensino Secundário no Ministério da Educação e Saúde<sup>8</sup>. Foi membro do Conselho Nacional de Educação e presidente da Comissão Nacional do Livro Didático (CARVALHO *et al.*, 2000). Os conteúdos ministrados no Colégio Pedro II serviram de base, naquela época, para a elaboração de livros didáticos (SOUZA, 2010).

Durante a gestão como diretor, Roxo propôs, na reunião dos professores do dia 14 de novembro de 1927, a reforma do ensino de Matemática do Colégio Pedro II (WERNECK, 2003). Roxo se fundamentou nas ideias do movimento escolanovista e, por isso, defendeu que o ensino deveria estar mais próximo da realidade dos estudantes. Também se baseou nas prerrogativas do matemático Félix Klein, o que o levou a propor o ensino conjunto da Aritmética, da Álgebra e da Geometria (CARVALHO *et al.*, 2000).

Em 15 de janeiro de 1929, foi promulgado o Decreto nº 18.564, que regulamentou o novo programa do qual resultou a unificação das três áreas, a Aritmética, a Álgebra, a Geometria, em uma: a denominada Matemática. As propostas modernizadoras de Roxo, além de apresentarem modificações curriculares, enfatizavam uma nova proposta metodológica de ensino baseado na intuição e incluíram o estudo das noções de Função e a introdução ao Cálculo Diferencial e Integral nas séries mais adiantadas do Ensino Secundário (SOUZA, 2010).

Segundo Braga (2006), o tema “Função” foi inserido no currículo de Matemática do Brasil:

O processo de inserção do tema função entre os conteúdos da nossa matemática do secundário está diretamente vinculado à criação, concretizada no ano letivo de 1929, de uma nova disciplina escolar do ensino brasileiro, denominada matemática, resultante da unificação de três outras, até então, independentes: a aritmética, a álgebra e a geometria (BRAGA, 2006, p. 25).

---

<sup>8</sup> Getúlio Vargas, em seu governo provisório, criou dois novos ministérios: o da “Educação e Saúde” e o do “Trabalho, Indústria e Comércio” (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004).

As ideias de Roxo eram embasadas nas ideias propostas pelo Movimento de Reforma Internacional e nas ideias de Klein, especialmente sobre a inserção de métodos intuitivos e a introdução do conceito de Função e do Cálculo Diferencial e Integral (Cálculo Infinitesimal). “Essa transformação estrutural da nossa matemática escolar é, em 1931, referendada por uma reforma educacional mais ampla, conhecida como Reforma Francisco Campos” (BRAGA, 2006, p. 25).

A década de 1930 foi marcada, na Matemática, pela Reforma de Francisco Campos (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004). Em 18 de abril de 1931, Francisco Campos, influenciado pelos ideais do movimento escolanovista, implantou mudanças no Ensino Secundário por meio do Decreto nº 19.890, de 18 de abril de 1931. Essas modificações foram consolidadas por meio do Decreto nº 21.241, de 4 de abril de 1932. A Reforma Francisco Campos assinalava a Função como noção primordial no ensino de Matemática, por ser um conceito capaz de unificar esse ensino (MIORIM, 1998).

A noção de função constituirá a idéia [sic] coordenadora do ensino. **Introduzida, a princípio, intuitivamente, será depois desenvolvida sob feição mais rigorosa, até ser estudada, na última série, sob ponto de vista geral e abstrato.** Antes mesmo de formular qualquer definição e de usar a notação especial, o professor não deixará, nas múltiplas ocasiões que se apresentarem, tanto em Álgebra como em Geometria, de **chamar a atenção para a dependência de uma grandeza em relação a outra** ou como é determinada uma quantidade por uma ou por várias outras.

A representação gráfica e a discussão numérica devem acompanhar, constantemente, o estudo das funções e permitir, assim, uma estreita conexão entre os diversos ramos das matemáticas elementares.

[...] Como **recursos indispensáveis à resolução rápida dos problemas da vida prática, é necessário que o estudante perceba serem tabelas**, gráficos e fórmulas algébricas representações da mesma espécie de conexão entre quantidades e verifique a possibilidade de se tomar qualquer desses meios **como ponto de partida**, conforme as circunstâncias (BRASIL, 1931 *apud* MIORIM, 1998, p. 97, grifo nosso).

Roxo defendia que o desenvolvimento da ideia de Função é acessível ao estudante do Curso Secundário, desde que seja aprimorada de modo paulatino e gradativo em um curso que abarcasse toda a matéria, iniciando por uma “simples e vaga ideia de dependência, passar-se-á depois à de relacionalidade e à de funcionalidade, apresentadas sob o tríplice aspecto (tabelar, gráfico e algébrico), evitando-se de começo as definições formais e as demonstrações rigorosas” (BRAGA, 2006, p. 86).

A Reforma de Francisco Campos propôs que o Curso Secundário deixasse de ser propedêutico e passasse a preparar para o ingresso no Ensino Superior. Além disso, passaria a

ter sete anos, divididos em duas partes: a primeira, comum ou fundamental, teria a duração de cinco anos, enquanto a segunda, preparatória para o Ensino Superior, teria a duração de dois anos (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004).

A Reforma de Francisco Campos tentou se adequar às ideias vigentes naquela época. Por exemplo, a divisão do Curso Secundário estava em concordância com a proposta feita pela Seção de Ensino Secundário do Departamento Carioca da Associação Brasileira de Educação. Em relação à Matemática, a reforma em questão se apropriou das ideias de Euclides Roxo, as quais foram colocadas em prática no Colégio Pedro II (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004).

Braga (2003) analisou, com foco no conceito de Função, seis coleções de livros didáticos mais representativas devido ao caráter inovador e ao segmento em que estavam inseridas, além de serem de maior aceitação do mercado, editadas durante a década de 1930. O autor constatou que tais livros propiciavam poucas chances para introduzir o pensamento funcional, mencionando alguns assuntos. Por exemplo, nos materiais das três últimas séries do curso do fundamental, “a exploração da noção de variação e dependência que deveria estar presente em todo o curso fundamental só é constatada nos livros em que Roxo participa como autor ou co-autor” (BRAGA, 2003, p. 140). Essas noções poderiam desenvolver tal pensamento. Nas demais coleções, a manifestação do raciocínio funcional está praticamente ausente e não há uma articulação com as três áreas, isto é, Álgebra, Aritmética e Geometria, dificultando, desse modo, a construção das noções de Função pelos estudantes.

Nos livros dos primeiros e segundos anos, os capítulos destinados à Função foram configurados pela maioria dos autores, de modo a facilitar uma pequena ou até mesmo nenhuma abordagem. Em todos os materiais do quinto ano que Braga (2003) analisou, o conteúdo de Função aparece em um capítulo inicial ao de Cálculo. A maioria dos livros dos anos intermediários estava restrito “à interpretação gráfica de sistema lineares, do trinômio do segundo grau e das Funções trigonométricas, mas sem nenhum enfoque significativo quanto ao pensamento funcional” (BRAGA, 2003, p. 142).

Roxo foi autor de alguns livros didáticos que atribuíam à Função uma ênfase especial. Apesar do pioneirismo sobre o assunto, a coleção didática escrita por Roxo não foi sucesso na época. Braga (2006) analisou três livros escritos por Roxo e concluiu que o não sucesso dos materiais se deve por dois motivos: primeiramente, existiram apenas duas edições dos livros “Curso de Matemática Elementar, volume I” e “Curso de Matemática Elementar, volume II”, e não houve complemento do livro “Curso de Matemática, 3ª série, II Geometria”. Logo, outras obras escritas pelos professores Cecil Thiré e Júlio César de Mello e Souza, que tinham um

cunho mais conservador em relação aos procedimentos metodológicos e atendiam aos requisitos dos novos programas da época, foram mais aceitas (BRAGA, 2006).

Todavia, é essencial destacar o trabalho pioneiro e inovador realizado por Euclides Roxo no que tange à introdução da Função nos programas oficiais de Matemática do Curso Secundário durante a implementação da reforma de Francisco Campos (PIRES, 2014).

De modo geral, ao menos duas das alterações contidas na Reforma Francisco Campos relacionadas à Matemática permanecem até os dias atuais. São elas: o componente curricular Matemática em todos os anos do currículo e o estudo do conjunto, em uma única disciplina, dos vários ramos da Matemática Elementar (Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria) (OLIVEIRA, 2009).

Em julho de 1934, Gustavo Capanema substituiu Francisco Campos no Ministério da Educação e Saúde e deu continuidade ao processo da reforma educacional. Em 1936, foram iniciados os trabalhos para a elaboração do Plano Nacional de Educação, previsto pela Constituição de 1934, que deveria ser elaborado pelo Conselho Nacional de Educação. Com o objetivo de recolher informações e estudos para a elaboração desse plano, Capanema distribuiu um questionário que continha questões sobre o ensino (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004).

Diversos educadores demonstraram interesse pelo conteúdo do Ensino Secundário. De modo a esclarecer os questionamentos feitos pelos educadores, a Associação Brasileira de Educação, entre maio e agosto de 1937, promoveu diversas conferências, dentre elas, uma que foi realizada por Roxo. Mesmo após ter deixado a direção do Colégio Pedro II, Roxo continuou exercendo um papel de liderança e influenciou a proposta de ensino da Matemática da Reforma Capanema (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004).

Em 1939, Capanema iniciou os estudos para a reformulação do Ensino Secundário. O ministro analisou um relatório elaborado pelo Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos sobre a educação escolar brasileira no período de 1932 a 1936, a proposta do Colégio Pedro II e um relatório sobre a legislação do Ensino Secundário vigente em alguns países europeus (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004).

No período de 1942 a 1946, a educação brasileira passou por novas reformas, impostas por meio de decretos. Capanema manteve a divisão do Ensino Secundário em dois ciclos: o ginasial, com duração de quatro anos, e o colegial, com duração de três anos, nas modalidades clássica e científica:

Art. 2º O ensino secundário será ministrado em dois ciclos. O primeiro compreenderá um só curso: o curso ginásial. O segundo compreenderá dois cursos paralelos: o curso clássico e o curso científico.

Art. 3º O curso ginásial, que terá a duração de quatro anos, destinar-se-á a dar aos adolescentes os elementos fundamentais do ensino secundário.

Art. 4º O curso clássico e o curso científico, cada qual com a duração de três anos, terão por objetivo consolidar a educação ministrada no curso ginásial e bem assim desenvolvê-la e aprofundá-la. No curso clássico, concorrerá para a formação intelectual, além de um maior conhecimento de filosofia, um acentuado estudo das letras antigas; no curso científico, essa formação será marcada por um estudo maior de ciências (BRASIL, 1942, on-line).

Também por meio de lei orgânica, foi criado o ramo secundário técnico-profissional, subdividido em industrial, comercial e agrícola, além do normal, destinado à formação de professores para a escola primária. Essas reformas foram dualistas, porque separaram o Ensino Secundário, destinado para as elites, e o Ensino Profissional, para o povo. Somente os egressos do Ensino Secundário poderiam ingressar no Ensino Superior (MORALES *et al.*, 2003).

Em relação ao ensino da Matemática, Roxo, em 1942, enviou uma carta para Gustavo Capanema sugerindo, dentre outras coisas, que o **conceito de Função** fosse o **eixo central** no ensino de Matemática e que esse conceito fosse **introduzido de modo intuitivo no ginásial**. Roxo lista os processos gerais para que os objetivos pudessem ser alcançados. Dentre eles, destaca-se: “[...] adotar-se a noção de função – apresentada a princípio de modo intuitivo – como ideia axial do ensino, capaz de dar unidade à matéria e estabelecer estreita conexão entre as diversas modalidades do pensamento matemático” (DASSIE, 2001, p. 92).

Dentre os programas apresentados por Euclides Roxo para a Reforma Capanema, destaca-se a apresentada para a terceira série (atual 8º ano) na disciplina de Álgebra:

VI. Representação gráfica da função linear. 1. Noção de variável e de função. 2. Verificação que a reta é o lugar geométrico dos pontos cujas coordenadas são valores correspondentes na função linear. 3. Resolução gráfica de um sistema de duas equações com duas incógnitas; interpretação gráfica da discussão (DASSIE, 2001, p. 92).

Capanema envia uma cópia dos programas elaborados por Roxo para alguns líderes religiosos e para o exército, solicitando um parecer. Essa atitude gerou grandes discussões. As maiores reivindicações foram realizadas pelo padre Arlindo Vieira, transferindo alguns programas para as séries posteriores, pois acreditava que tais programas estavam muito carregados, especialmente relacionado à Álgebra da 3ª e 4ª séries (atuais 8º e 9º anos). Além disso, solicitou a exclusão da noção de variável e da Função, item contido na unidade VI da 3ª série, que Roxo tanto defendia. Para o padre Vieira:

**Não é possível que meninos de 13 e 14 anos aprendam tais noções. Isso só serve para lançar a confusão de espíritos.** Note-se o cuidado com que os programas franceses proibem aos professores que entrem em explicações inacessíveis à capacidade dos alunos (VIEIRA, 1942 *apud* DASSIE, 2001, grifo nosso).

Gustavo Capanema considerou as alterações realizadas pelo padre Vieira e enviou o novo programa para Euclides Roxo. Todavia, Roxo não concordou com as alterações e redigiu uma nova carta para Capanema, questionando e argumentando sobre as novas alterações realizadas por Arlindo Vieira. No tocante à exclusão da unidade VI da 3ª série (atual 8º ano), Roxo debate com os seguintes argumentos:

A suspensão dessa unidade, além de tirar do programa uma das características essenciais de sua orientação – desenvolvimento gradativo da ideia de função – viria dar-lhe uma feição antiquada, em contradição com todos os programas modernos. Mesmo os programas franceses incluem, antes do estudo dos sistemas de 1º grau (Classe de Seconde) o ponto – “Coordonnées – Étude et Représentation graphique de la fonction  $y = ax + b$ ”. Se os franceses adiam o estudo da função linear para 5ª série, a nosso ver erradamente, é porque (pretende fazer logo um estudo sistemático e completo – esta parte encontra-se riscada) deixam também para esta série o estudo sistemático das equações do 1º grau.

O atual programa de álgebra argentino para terceira série contém o seguinte ponto: XVI- Representación gráfica de funciones. Variables, Función y Argumento. Variación de la función  $y = a/x$ . Representación gráfica de la función lineal”.

Os ingleses, tão tradicionalistas em matéria de ensino como em tudo mais, já incluem, mesmo nos compêndios elementares de Aritmética a representação gráfica da função linear e da função  $y = a/x$ . Veja por exemplo. H.S. Hall and F. H. Stevens, *A School Arithmetic*, pgs. 284 a 292, 307 a 302, 448 a 453. No prefácio deste livro (pg. VII), dizem os autores: ‘enquanto o aluno não assimilar a ideia de relação entre duas variáveis, não há princípio tangível, sobre que um estudo de gráfico se possa basear, mas a Álgebra necessária ao fortalecimento deste princípio é tão simples, que não deve desanimar nenhum estudante medianamente inteligente’.

Acresce, finalmente, que a supressão referida exigiria também a supressão do item – Resolução gráfica de um sistema de duas equações com duas incógnitas; interpretação gráfica da discussão – que deve evidentemente ser precedido da unidade em questão e que, no entanto, foi mantido no programa, como não podia, aliás, deixar de ser (ROXO, 1942, p. 8-11 *apud* DASSIE, 2001, p. 101).

Gustavo Capanema consulta novamente Arlindo Vieira, que rebate os argumentos de Roxo. Por fim, as considerações realizadas por Euclides Roxo foram ignoradas pelo ministro. Assim, por meio da Portaria Ministerial de 11 de junho de 1942, foi oficializado por Capanema o programa de Matemática para o curso ginasial. O conteúdo de Função no programa ficou restrito à quarta série (atual 9º ano), mas sem a inserção da palavra Função:

Unidade I. Equação e desigualdade do 1º grau. Coordenada cartesianas no plano; representações gráficas. 2. Resolução e discussão de um sistema de duas equações

com duas incógnitas. 3. Resolução gráfica de um sistema de duas equações com duas incógnitas; interpretação gráfica da discussão. 4. Resolução de desigualdades do 1º grau com uma ou duas incógnitas. 5. Problemas do 1º grau: fases da resolução de um problema; generalização; discussão das soluções (DASSIE, 2001, p. 109).

No curso clássico a palavra Função aparece nos programas das 1º a 3º séries (atuais, 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio):

Primeira Série – Álgebra:

Unidade III – O trinômio do 2º grau: 1 – Decomposição sem fatores do 1º grau; sinais do trinômio; desigualdades do 2º grau. 2 – Noção de variável e de função; variação do trinômio do 2º grau; representação gráfica.

Segunda Série – Trigonometria

Unidade IV – Funções circulares ou trigonométricas; definição variação [...]

Terceira Série – Álgebra

Unidade I – Funções: 1 – Noção de Função de variável real. 2 – Representação cartesiana. 3 – Noção de Limite e de continuidade

Unidade II – Derivadas: 1 – Definição, interpretação geométrica e cinemática. 2 – Cálculo das derivadas. 3 – Derivação das funções elementares. 4 – Aplicação à determinação dos máximos e mínimos e ao estudo da variação de algumas funções simples (DASSIE, 2001, p. 152-153).

No curso científico (atuais 1º, 2º, e 3º anos do Ensino Médio), verifica-se a inserção de Função com maior ênfase no programa:

Primeira Série - Álgebra

Unidade V – O Trinômio do 2º grau: 1 – Decomposição em fatores do 1º grau; sinais do trinômio. Inequações do 2º grau. 2 – Noção de variável e de função; variação do trinômio do 2º grau; representação gráfica. 3 – Noções elementares sobre continuidade e sobre máximos e mínimos.

Segunda Série – Álgebra

Unidade I – A função exponencial: 1 – Estudo das progressões aritméticas e geométricas. 2 – Noção de função exponencial e de sua inversa.

Segunda Série – Trigonometria

Funções circulares ou trigonométricas: definição, variação [...]

Terceira Série – Álgebra

Unidade II – Funções: 1 – Função de uma variável real. 2 – Representação cartesiana. 3 – Continuidade; pontos de descontinuidade; descontinuidades de uma função racional.

Unidade III – Derivadas: 1 – Definição; interpretação geométrica e cinemática. 2 – Cálculo das derivadas. 3 – Derivação das funções elementares. 4 – Aplicação à determinação dos máximos e mínimos e ao estudo da variação de algumas funções simples (DASSIE, 2001, p. 154-155).

Portanto, segundo Dassie (2001), houve, durante a elaboração dos novos programas da Reforma Capanema, interferências de diferentes setores envolvidos com a educação da época. Dentre eles, encontram-se membros ligados à Igreja solicitando um curso mais humanista e com menos ênfase ao ensino de Função. Também houve pressão por parte de setores ligados ao

ensino militar, que pretendiam um ensino de Matemática sem atrelamentos. Ainda, havia diversos professores convencidos de que alguns princípios do movimento de modernização do início do século XX não se mostravam adequadamente competentes ou não atendiam às finalidades em que acreditavam como as ideais. A Reforma Capanema, para o Ensino Secundário, ficou em vigor até a aprovação, em 1961, da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004).

Na década de 1960, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) chegou ao Brasil (FERNANDES; MENEZES, 2004). Estados Unidos, França, Japão, União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), Holanda, Inglaterra, Argentina, Bélgica, Portugal etc. também foram influenciados por esse movimento (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004) que pretendia aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a produzida pelos pesquisadores da área (FERNANDES; MENEZES, 2004).

Em São Paulo, no ano de 1961, foi criado o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM). Esse grupo teve intensa influência para a constituição do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. O GEEM impulsionou a ampla divulgação da nova proposta para além de círculos restritos de professores e a realização de experiências apoiadas em uma discussão articulada, por meio de reuniões e cursos para professores (BÚRIGO, 1990).

O MMM defendia a inclusão de vários conteúdos nos programas, como o estudo de conjuntos, dos espaços vetoriais, das matrizes, da estatística e do cálculo diferencial e integral (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004). Esse movimento valorizou o uso da linguagem da Teoria dos Conjuntos (NOGUEIRA, 2005):

O Movimento da Matemática Moderna tinha, como um de seus principais objetivos, integrar os campos da aritmética, da álgebra e da geometria no ensino, mediante a inserção de alguns elementos unificadores, tais como a linguagem dos conjuntos, as estruturas algébricas e o estudo das relações e funções. Enfatizava-se, ainda, a necessidade de conferir mais importância aos aspectos lógicos e estruturais da Matemática, em oposição às características pragmáticas que, naquele momento, predominavam no ensino, refletindo-se na apresentação de regras sem justificativa e na mecanização dos procedimentos (GOMES, 2012, p. 24).

Segundo Tinoco (2002, p. 1), foi o MMM que impulsionou o ensino de “[...] funções para estudantes a partir dos 10 anos”. O Movimento da Matemática Moderna adota a concepção estrutural de Função de Bourbaki, cujas consequências no Ensino Secundário se tornaram alvo de muitos estudos (BRAGA, 2006).

[...] o conceito de função na matemática moderna é defendido como base para o estudo das estruturas, tanto que nos livros didáticos antes de estudar-se função são necessários alguns pré-requisitos como as noções de conjuntos e relações. Função é considerada uma correspondência entre dois conjuntos, uma correspondência unívoca. Os livros didáticos da matemática moderna trazem o estudo de função muito detalhado, enfatizando suas propriedades e com uma linguagem bastante formal levando em conta aspectos da teoria dos conjuntos (ABREU, 2011, p. 28)

No ano de 1962, o GEEM recomendou abordar o conteúdo de Função no ginásio como correspondência, introduzir o sistema de coordenadas no plano e estudar as Funções Linear e Quadrática e suas respectivas representações gráficas. No colegial, a sugestão foi o estudo completo da Função do 2º grau e das respectivas aplicações e ressaltar o aspecto gráfico (OLIVEIRA, 2009).

A insatisfação com os resultados produzidos por esse movimento provocou um refluxo e a abordagem estrutural de Função começou a ceder espaço para outras de ordem mais processual (BRAGA, 2006). Entre 1955 e 1970, o ensino de Funções, assim como diversos conteúdos matemáticos, era considerado um formalismo excessivo. Entendia-se que essa prática dificultava a aprendizagem da maioria dos estudantes. Desse modo, o conteúdo passou a ser ensinado para estudantes com idade igual ou superior a 14 anos (TINOCO, 2002). Para Leal (1990 *apud* TINOCO, 2002, p. 1), “[...] a falta de uma preparação dos alunos para a construção do conceito de função, ao longo dos primeiros sete anos de escolaridade é uma das principais responsáveis pelas dificuldades de aprendizagem desse tópico”.

Para minimizar as incompreensões no processo de desenvolvimento desse conceito e ocorrer a aprendizagem, é preciso que o professor propicie aos estudantes situações que, além de explorarem o conteúdo específico de cada situação, permitam investigar a ideia principal do conceito de Função: uma variável é perfeitamente determinada a partir do conhecimento de outra. A partir de um longo período no Ensino Fundamental trabalhando situações envolvendo essa ideia, é possível apresentar e formalizar o conceito de Função (TINOCO, 2002).

Percebe-se, assim, a relevância histórica para a inserção desse conteúdo no currículo de Matemática, pois ainda é um tema moderno (MACIEL; CARDOSO, 2014) e que carece de discussões. Todos os movimentos escritos nesta seção compuseram e influenciaram o modo como atualmente se propõe o ensino de Matemática nos documentos curriculares balizadores do ensino de Matemática no Brasil. A partir dessas considerações, na próxima seção, discorre-se sobre o conceito de Função nos documentos curriculares brasileiros, especialmente, a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

### 1.3 Função nos documentos curriculares

Entre os anos de 1995 e 1996, o Governo Federal elaborou os PCN para o Ensino Fundamental Anos Iniciais e Anos Finais, a partir da análise de pesquisas realizadas pela Fundação Carlos Chagas sobre os currículos oficiais e, ainda, de informações sobre as experiências de outros países. Os PCN objetivavam estabelecer uma referência curricular, até mesmo no ensino da Matemática, e apoiar a revisão e/ou a elaboração de propostas curriculares dos estados ou das escolas integrantes dos sistemas de ensino (BRASIL, 1997).

No que se refere às Funções, os PCN de Matemática orientam que esse conceito seja explorado desde o Ensino Fundamental, com situações que propiciem ao estudante observar regularidades e realizar generalizações:

Para que os alunos expressem e generalizem relações entre números é solicitar que adivinhem a regra para transformar números, inventada pelo professor, como: um aluno fala 3 e o professor responde 8, outro fala 5 e o professor 12, para o 10 o professor responde 22, para o 11, responde 24 etc.; o jogo termina quando concluírem que o número respondido é o dobro do pensado, acrescentado de 2 unidades ou o número respondido é sempre o dobro do consecutivo do pensado poderão também discutir as representações  $y = 2x + 2$  ou  $y = 2(x + 1)$  e a equivalência entre elas (BRASIL, 1997, p. 118).

Em 2017, foi homologada a terceira versão da BNCC. O currículo de todas as escolas públicas e privadas, obrigatoriamente, desde 2019, devem ter a BNCC como referencial. É um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de conhecimentos fundamentais que todos os estudantes precisam desenvolver no percorrer da Educação Básica, de modo que tenham garantidos os direitos de aprendizagem e desenvolvimento em consonância com o que está no Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018).

O Ensino Fundamental é a etapa mais longa da Educação Básica, contemplando os estudantes entre 6 e 14 anos. Os alunos, no decorrer dessa etapa escolar, passam por diversas mudanças, as quais impõem desafios à elaboração de currículos, com o intuito de superar as rupturas que acontecem na passagem, especialmente, entre o Ensino Fundamental Anos Iniciais e o Ensino Fundamental Anos Finais. Desse modo, é preciso considerar algumas medidas para assegurar aos estudantes uma trajetória contínua de aprendizagens entre as duas etapas do Ensino Fundamental, de forma a promover a integração entre elas (BRASIL, 2018). Sob o viés da formação do cidadão, portanto, faz-se fundamental fornecer ao estudante uma excelente formação matemática desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de modo que a passagem

da Matemática que é trabalhada nesses anos não implique em uma descontinuidade em relação à Matemática estudada nos Anos Finais do Ensino Fundamental (MAGINA, 2005).

O Ensino Fundamental deve ter um compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático. Por meio da articulação das diversas Unidades Temáticas – Números, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, necessita garantir que os estudantes articulem as observações empíricas do mundo real às representações (tabelas, gráficos e esquemas) e associem essas representações a um saber matemático (conceitos e propriedades), realizando inferências e proposições. Desse modo, conforme a BNCC, espera-se que os estudantes desenvolvam pensamentos, a fim de identificar ensejos de utilização da Matemática para solucionar problemas, considerando conceitos, procedimentos e resultados para alcançar resoluções e interpretá-las de acordo com os contextos das situações (BNCC, 2018).

A BNCC (BRASIL, 2018) considera que os diferentes campos que compõem a Matemática abarcam um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações. Dentre elas, encontram-se: variação, equivalência, ordem, representação, proporcionalidade, interdependência e aproximação. Essas ideias são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente nos estudos de: Operações com os Números Naturais; Representação Fracionária dos Números Racionais; Áreas; Funções; Probabilidade etc. Além disso, essa noção se evidencia em muitas ações cotidianas, como vendas e trocas mercantis.

Na BNCC, o componente curricular Matemática é composto por cinco unidades temáticas, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística (BRASIL, 2018).

A unidade temática Números propõe o desenvolvimento do raciocínio numérico, que implica o saber dos modos de quantificar propriedades de objetos e analisar e interpretar argumentos fundamentados em quantidades. No decorrer do desenvolvimento da noção de número, os estudantes precisam construir ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem. Para esse desenvolvimento, é primordial propor, por meio de situações significativas, consecutivas ampliações dos campos numéricos. Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos consigam resolver situações com números naturais e números racionais em que a representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações. Também é preciso que eles argumentem e justifiquem os procedimentos

utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados (BRASIL, 2018).

Já a unidade temática Álgebra, segundo Brasil (2018), tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, importante para empregar os modelos matemáticos na compreensão, na representação e na análise de relações quantitativas de grandezas. Para o desenvolvimento do pensamento algébrico, é preciso que os estudantes:

[...] identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (BRASIL, 2018, p. 270).

Nesse sentido, a BNCC (BRASIL, 2018) regulamenta que, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, algumas dimensões do trabalho com a Álgebra precisam estar presentes nos processos de ensino e aprendizagem, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. Essas ideias e noções podem ser exploradas por meio da resolução de problemas envolvendo proporcionalidade direta, mas sem o uso de letras para expressar regularidades. A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências recursivas e repetitivas.

A noção intuitiva de Função, nessa fase escolar, pode ser abordada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Em uma caixa de lápis de cor, há 12 lápis. Quantos lápis há em 4 caixas de lápis de cor?”. Porto, Magina e Ferrer (2019) defendem que essa configuração (implícita) pode ser positiva, ao propiciar a familiarização antecipada com os conceitos envolvidos. O entendimento dessa configuração possibilita aos estudantes a compreensão do porquê, ao se multiplicar a quantidade de caixas pela quantidade de lápis, o resultado será dado em lápis, e não em caixas. Além disso, amplia os procedimentos de resolução, ao utilizar os fatores escalar e funcional (MERLINI; TEIXEIRA, 2018), que serão discutidos no próximo capítulo. Na ocasião oportuna, ao se deparar com as situações que contêm, em seu contexto, as relações funcionais formais, os estudantes as reconhecerão como parte do seu repertório operacional (PORTO; MAGINA; FERRER, 2019).

A seguir, apresenta-se o quadro 2, que contém os objetos de conhecimento da unidade temática Álgebra para cada ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental propostos pela BNCC (BRASIL, 2018).

**Quadro 2 – A álgebra e os objetos de conhecimento para os Anos Iniciais**

Unidade temática: Álgebra	
Anos Iniciais	Objetos de conhecimento
1º	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências. Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)
2º	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas. Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.
3º	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas. Relação de igualdade.
4º	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero. Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão. Propriedades da igualdade.
5º	Propriedades da igualdade e noção de equivalência. Grandezas diretamente proporcionais. Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais

Fonte: Brasil (2018).

A partir do quadro 2, é possível verificar que a BNCC (BRASIL, 2018) tem, como intuito, promover o desenvolvimento do raciocínio algébrico desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, por meio de tarefas que envolvem investigações de padrões em sequências, construção de sequências, propriedades de igualdade, noções de equivalência, relações envolvendo as quatro operações e situações. Além disso, a BNCC evidencia a abordagem da proporcionalidade para o desenvolvimento do raciocínio funcional por meio da multiplicação simples entre grandezas, que faz parte do objeto dessa pesquisa (BRASIL, 2018).

Os PCN (BRASIL, 1997) direcionados ao 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental (atuais Anos Iniciais) já recomendavam o trabalho com a “pré-álgebra”, porém o texto menciona esse trabalho de modo sutil, ao sustentar que, “embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados” (BRASIL, 1997, p. 39). As concepções recomendadas para a abordagem do conceito de Função se assemelham com as realizadas há mais de 80 anos, quando da sua introdução na disciplina Matemática, “se analisarmos um princípio do movimento de modernização do ensino de matemática no início do século XX que consistia em trabalhar de

modo paulatino e gradativo com o aluno, ao longo de todo curso secundário, o pensamento funcional” (BRAGA, 2003, p. 16).

Antes da BNCC, em 2012, o Ministério da Educação (MEC), por meio da Secretaria de Educação Básica (SEB) da Diretoria de Currículos e Educação Integral (DICEI) e da Coordenação Geral do Ensino Fundamental (COEF), elaborou em conjunto com uma rede de especialistas e em diálogo com atores da comunidade escolar, o documento “Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”. Nesse documento, no Brasil, o pensamento algébrico passou a fazer parte das orientações curriculares em nível nacional (BRASIL, 2012).

De acordo com o referido documento (BRASIL, 2012), o conhecimento matemático nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental deveria ser desenvolvido simultaneamente em cinco eixos estruturantes: (1) Números e Operações; (2) Pensamento Algébrico; (3) Espaço e Forma; (4) Grandezas e Medidas; e (5) Tratamento da Informação.

No tocante ao eixo Pensamento Algébrico, o documento orientava “a compreensão e reconhecimento dos padrões [...] o estabelecimento de critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos e a produção de padrões [...]” (BRASIL, 2012, p. 76) e destacava, na alfabetização e no letramento, “os primeiros elementos para o reconhecimento da variabilidade de valores das grandezas e operações – como a proporcionalidade na multiplicação [...]” (BRASIL, 2012, p. 76-77). No quadro a seguir, estão os objetivos de aprendizagem contidos no eixo estruturante Pensamento Algébrico.

**Quadro 3** – Pensamento algébrico no documento Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental

<b>EIXO ESTRUTURANTE PENSAMENTO ALGÉBRICO Objetivos de Aprendizagem</b>	<b>1º Ano</b>	<b>2º Ano</b>	<b>3º Ano</b>
<b>Compreender padrões e relações, a partir de diferentes contextos.</b>			
Estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos	<b>I</b>	<b>I/A</b>	<b>A/C</b>
Reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples	<b>I</b>	<b>I/A</b>	<b>A/C</b>
Produzir padrões em faixas decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples.	<b>I</b>	<b>I/A</b>	<b>A/C</b>
<b>LEGENDA: I – Introduzir; A – Aprofundar; C – Consolidar.</b>			

Fonte: Brasil (2012, p. 77).

Além disso, o documento “Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental” previa, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, o eixo temático Pensamento Algébrico (BRASIL, 2012).

Nos atuais documentos em vigor, ou seja, tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) quanto na BNCC (BRASIL, 2018), o modo formal da Álgebra deve ser inserido no currículo de Matemática a partir dos Anos Finais do Ensino Fundamental. De todo modo, a partir das orientações da BNCC, a Álgebra Formal continua sendo apresentada apenas a partir do 7º ano, já que é nesse ano que são abordados os conteúdos relacionados à equação. Já o conceito formal de Função deve ser realizado a partir do 9º ano.

A abordagem das Funções a partir do 9º ano se centra na concepção de Álgebra como estudo de relações, explorando a ideia de variável. O ensino e a aprendizagem são mediados pela identificação e utilização dos registros de representação algébrica e gráfica. A BNCC orienta, ainda, que sejam disponibilizados aos estudantes oportunidades para a manipulação e a exploração de situações aritmética/algébrica, em que a aplicação e a resolução de problemas de caráter funcional abarquem diversos contextos científicos. Normalmente, inicia-se pela Função de 1º grau e, na sequência, parte-se para a Função de 2º grau (BRASIL, 2018).

Portanto, a BNCC regulamenta que as ideias previstas para serem desenvolvidas no Ensino Fundamental - Anos Iniciais sejam retomadas, aprofundadas e ampliadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Também prevê, para os estudantes, o desenvolvimento de outras ideias fundamentais, para que o conceito de Função seja consolidado, como as ideias de equivalência, variação, interdependência, proporcionalidade, regularidade e generalização por meio da linguagem matemática (BRASIL, 2018).

É no 2º ano do Ensino Fundamental que aparece, pela primeira vez, na unidade temática Números, uma habilidade envolvendo situações de multiplicação: “(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável” (BRASIL, 2018, p. 283). A integração entre as unidades temáticas Números e Álgebra possibilita a elaboração do conceito de Função no decorrer da escolaridade. Em consonância com a Teoria dos Campos Conceituais, compreende-se que, para o desenvolvimento do conceito de Função, é preciso que, desde os Anos Iniciais, o estudante vivencie diferentes situações envolvendo o pensamento algébrico e a relação funcional, além das diversas representações linguísticas e simbólicas pertencentes a esse conceito.

De acordo com Araújo (2018), as recomendações da BNCC sobre o desenvolvimento de uma linguagem algébrica já nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental possibilitam a expansão das discussões a nível internacional e a crescente consolidação no Brasil para o desenvolvimento do raciocínio algébrico desde a Educação Infantil.

Na próxima seção, são exibidas as discussões a nível internacional a respeito da Álgebra, em especial, do raciocínio algébrico e do raciocínio funcional.

#### 1.4 O raciocínio algébrico e o raciocínio funcional

Para o título desta seção, optou-se por utilizar os termos “raciocínio algébrico” e “raciocínio funcional”, ao invés de “pensamento algébrico” e “pensamento funcional”, com base no que Magina (2010 *apud* VIEIRA, 2022, p. 18) tem pontuado sobre a diferença entre pensamento e raciocínio: o primeiro “é um conceito mais amplo e que engloba, inclusive o segundo”, em que “fazem parte do pensamento os processos de motivação, atenção, imaginação, sonhos, raciocínio, linguagem, lógica entre outros. Já o raciocínio envolve o exercício da razão; faz parte do raciocínio o juízo, a argumentação, ponderação”. Desse modo, o raciocínio é “a parte racional do pensamento”. Todavia, alguns autores utilizam o termo “pensamento” como sinônimo de “raciocínio”. Assim, a presente pesquisa, para explicitar as ideias de diferentes autores, optou pelos termos utilizados por eles.

Vieira e Magina (2021) realizaram uma pesquisa, com o intuito de identificar alguns países que valorizam a formação inicial da Álgebra desde a Educação Infantil. Por meio da pesquisa, as autoras identificaram cinco países, a saber: Austrália, Estados Unidos, Nova Zelândia, Portugal e Singapura. No quadro a seguir, é apresentada uma síntese das idades em que cada um desses cinco países inicia os conceitos algébricos. É incluído, no quadro, o Brasil.

**Quadro 4** – Idades em que se iniciam os conceitos algébricos nos currículos de diversos países

País	Documento	Idade de introdução da álgebra
Austrália	The Australian Curriculum: Mathematics	A partir dos 4 anos
Estados Unidos da América	National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)	A partir dos 3 anos
Nova Zelândia	Te Whāriki: Early childhood curriculum	A partir dos 3 anos
Portugal	Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar	A partir dos 3 anos
Singapura	Nurturing Early Learners A Curriculum for Kindergartens in Singapore	A partir dos 4 anos
Brasil	BNCC	A partir dos 6 anos

Fonte: Vieira e Magina (2021, p. 88).

Verifica-se, a partir do quadro 4, que, nos Estados Unidos, na Nova Zelândia e em Portugal, a introdução da Álgebra acontece a partir dos 3 anos de idade. Na Austrália e em Singapura, essa introdução ao currículo ocorre a partir dos 4 anos de idade. No Brasil, o início dos conceitos algébricos só acontece a partir dos 6 anos de idade, ou seja, a partir do 1º ano do Ensino Fundamental.

Mesmo que, no Brasil, a introdução do pensamento algébrico ocorra a partir do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, de acordo com Canavarro (2007), introduzir o pensamento algébrico nos Anos Iniciais representa um avanço significativo, visto que possibilita um tratamento à Matemática mais instigante, integrando as outras áreas da própria ciência.

As recomendações internacionais ultrapassam a visão generalizada que afirma que a Álgebra seria apenas uma manipulação de símbolos algébricos que permite solucionar diversas tarefas rotineiras (VALE; BARBOSA, 2019). De acordo com as diretrizes produzidas pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), a Álgebra é mais bem compreendida pelos estudantes como um conjunto de conceitos e de procedimentos ligados à representação de relações quantitativas e como um modo de pensamento matemático para formalizar padrões, funções e generalizações. Mesmo que alguns defendam que a Álgebra é uma área da Matemática mais adequada para os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, crianças pequenas podem ser estimuladas a utilizar o raciocínio algébrico enquanto estudam números, operações e investigam padrões e relações entre conjuntos numéricos.

Pesquisas realizadas nas últimas décadas passaram a defender que a Álgebra é mais do que simbolismos, dando maior ênfase ao raciocínio algébrico como um modo de raciocínio matemático acessível em estudantes mais novos. Para Vale e Barbosa (2019), desenvolver o pensamento algébrico nos estudantes envolve um conjunto de experiências matemáticas significativas, como identificar padrões, formular conjecturas e generalizações, pensar no particular e no geral, pensar de modo relacional e funcional entre números e operações, e dar sentido ao simbolismo e à formalização de estruturas matemáticas.

Blanton e Kaput (2005) categorizam quatro formas<sup>9</sup> de raciocínio algébrico:

---

<sup>9</sup> Citação original do texto “Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning”, de autoria de Blanton e Kaput (2005, p. 413): “[...] (a) the use of arithmetic as a domain for expressing and formalizing generalizations (generalized arithmetic); (b) generalizing numerical patterns to describe functional relationships (functional thinking); (c) modeling as a domain for expressing and formalizing generalizations; and (d) generalizing about mathematical systems abstracted from computations and relations”.

[...] (a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); (b) generalizar padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); (c) modelagem como um domínio para expressar e formalizar generalizações; e (d) generalizar sobre sistemas matemáticos abstraídos de cálculos e relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Neste estudo, destaca-se a segunda forma sobre o raciocínio algébrico, ou seja, o pensamento funcional, visto que, conforme Blanton e Kaput (2005, p. 414, tradução nossa), “dessas quatro formas, a aritmética generalizada e o pensamento funcional são as formas mais comuns de raciocínio algébrico nas séries elementares”<sup>10</sup>. Carraher e Schliemann (2018) consideram que a introdução de conceitos e representações de Álgebra desde os Anos Iniciais pode ser desenvolvida por meio do envolvimento dos estudantes na análise de relações entre conjuntos de valores ou quantidades, especialmente, por relações funcionais.

O raciocínio funcional já era discutido no início do século XX. Um educador que explorou ao máximo o potencial do pensamento funcional foi Ernest Breslich, da Universidade de Chicago, a quem Roxo se referiu no prefácio do volume I de sua coleção como autor do compêndio que serviu de modelo para vários capítulos de seu material didático. Para Breslich, o raciocínio funcional assume um caráter prioritário na formação do aluno, visto que fornece a ele uma visão e uma compreensão da Matemática adequadas ao mundo contemporâneo (BRAGA, 2003).

Segundo Blanton (2008), o pensamento funcional diz respeito ao processo de construir, descrever e raciocinar sobre as Funções e envolve o pensamento algébrico, porque inclui o ato de fazer generalizações sobre o modo como os dados estão relacionados. Na perspectiva da autora, as Funções são o núcleo do pensamento funcional. Kaput (2018) argumenta que o pensamento funcional é um dos principais eixos do raciocínio algébrico.

Assim sendo, Schliemann *et al.* (2013) defendem o início do ensino da Álgebra a partir da abordagem funcional:

Uma abordagem funcional das equações promove a mudança da atenção dos estudantes de particular (por exemplo, a visão de que  $x$  tem um valor determinado) para o maior e menor conjunto tangível de casos possíveis. No início, linguagem natural, gráficos de eventos e algumas combinações de linguagem e tabelas servem como a mídia para representar variáveis e expressar generalizações. Mesmo que estes meios sejam tipicamente menos sucintos que a notação algébrica, porque eles são

---

<sup>10</sup> Citação original do texto “Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning”, de autoria de Blanton e Kaput (2005, p. 414): “Of these four forms, generalized arithmetic and functional thinking are the more common forms of algebraic reasoning in the elementary grades”.

relativamente mais acessíveis para os jovens aprendizes, notação algébrica pode inicialmente pegar carona neles e no significado das situações sendo modelado (SCHLIEMANN *et al.*, 2013, p. 162, tradução nossa)<sup>11</sup>.

Os dados da pesquisa de Schliemann *et al.* (2013) indicam que iniciar o ensino da Álgebra por meio de uma abordagem funcional possibilita que os estudantes aprendam representações algébricas e procedimentos.

As funções oferecem amplas oportunidades para revelar a natureza algébrica da aritmética porque: (a) as próprias operações da aritmética são funções; (b) os conceitos de domínio e imagem (ou contradomínio), centrais para a definição de funções, suportam a introdução de variáveis como espaços reservados para membros arbitrários de conjuntos e a extensão das classes de número e; (c) as funções são dotadas de múltiplos sistemas de representação (notadamente, notação escrita, gráficos, tabelas e formulações em linguagem natural) que podem ser lucrativamente empregadas em uníssono; e (d) equações e inequações são naturalmente interpretadas como a comparação de duas funções (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2018, p. 4, tradução nossa)<sup>12</sup>.

De acordo com os autores, é essencial compreender que a noção de Função é importante em todo o currículo de Matemática, visto que, na Matemática atual, as operações de aritmética, subtração, multiplicação e divisão e vários conceitos avançados são rotineiramente vistos como Funções (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2018). Uma abordagem funcional da aritmética oferece aos estudantes oportunidades de analisar quantidades e situações físicas e de construir e compreender conceitos matemáticos. Do sistema decimal às operações aritméticas, às frações, razão e proporção, uma abordagem funcional pode propiciar uma transição suave para o futuro aprendizado da álgebra formal (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2016). “[...] uma abordagem funcional da matemática no ensino fundamental pode ser relacionada a outras ideias poderosas,

---

<sup>11</sup> Citação original do texto “Equations in Elementary School”, de autoria de Schliemann *et al.* (2013, p. 162): “A functional approach to equations promotes the shift of students’ attention from particular (e.g. the view that  $x$  has a determined value) to the much larger and less tangible set of possible cases. At first, natural language, graphs of events, and some combination of language and tables serve as the media for representing variables and expressing generalizations. Even though these means are typically less succinct than algebraic notation, because they are relatively more accessible to young learners, algebraic notation can initially piggyback on them and on the meaning of the situations being modelled”.

<sup>12</sup> Citação original do texto “Cultivating early algebraic thinking”, de autoria de Carraher e Schliemann (2018, p. 4): “Functions offer ample opportunities for bring out the algebraic nature of arithmetic because: (a) the operations of arithmetic are themselves functions; (b) the concepts of domain and range (or codomain), central to the definition of functions, support the introduction of variables as placeholders for arbitrary members of sets and the extension of the classes of number and; (c) functions are endowed with multiple systems of representation (notably, written notation, graphs, tables, and formulations in natural language) that can be profitably employed in unison; and (d) equations and inequalities are naturally interpreted as the comparison of two functions”.

como generalização, modelagem e uso de representações múltiplas” (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2016, p.197, tradução nossa)<sup>13</sup>.

O pensamento funcional envolve o trabalho com sequências (construção e *generalização*), relações (usando diferentes representações) e funções. Desse modo, no que tange ao trabalho com o pensamento funcional nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é possível que isso seja realizado por intermédio da apresentação de situações que estejam relacionadas às operações básicas e à ideia de *proporcionalidade*. Assim, é possível trabalhar com o pensamento funcional decorrente de outros conceitos (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

O pensamento funcional pode ser entendido como uma forma de comparar grandezas (BLANTON, 2008). Para Beck e Silva (2020), o pensamento funcional está relacionado à construção da ideia de *variável*, isto é, de uma grandeza que varia em Função de outra grandeza. Segundo Blanton (2008), o centro do pensamento funcional é a relação entre duas grandezas, ou seja, usa-se a lei de formação de *correspondência* entre duas grandezas particulares. Araújo (2018) concorda que o pensamento funcional representa/expressa um modo de o estudante pensar matematicamente por meio das ideias de dependência e *variação* entre grandezas. Ao articular esse pensamento, o aluno está raciocinando sobre as ideias fundamentais de Função, sobre as conexões e as dimensões do pensamento algébrico (ARAÚJO, 2018).

Teixeira, Magina e Merlini (2016) definem o raciocínio funcional<sup>14</sup> como:

[...] a capacidade de estabelecer a relação entre grandezas. Isto pode aparecer, por exemplo, em situações multiplicativas, quando a quantidade de rodas está relacionada a quantidade de carro, sendo a primeira quantidade uma variável dependente da segunda quantidade. Dessa forma, se 1 carro tem 4 rodas, 10 carros têm 40 rodas e  $n$  carros tem  $4n$  rodas. Esta situação poderia ser matematicamente escrita no âmbito de uma função linear:  $f(n) = 4n$  (TEIXEIRA; MAGINA; MERLINI, 2016, p. 4).

O pensamento funcional, de acordo com Cyrino e Oliveira (2011), contempla a exploração e a expressão de *regularidades* numéricas, como a descrição do crescimento de padrões ou *generalizações* sobre somas de números consecutivos. Assim, faz-se necessário dialogar com as ideias apresentadas pelas autoras, ao considerar que, no desenvolvimento e na

---

<sup>13</sup> Citação original do texto “Powerfull Ideas in Elementary School Mathematics”, de autoria de Carraher e Schliemann (2016, p. 197): “a functional approach to elementary school mathematics can be closely allied with other powerful ideas such as generalizing, modeling, and using multiple representations”.

<sup>14</sup> Magina (2010 *apud* VIEIRA, 2022) como dito no início dessa seção tem pontuado sobre a diferença entre pensamento e raciocínio.

articulação do pensamento funcional, o estudante mobiliza um movimento de descoberta sobre a relação de *dependência* entre as grandezas. A maneira de registrar tal movimento, ou seja, ao exprimirem a relação de dependência, os alunos utilizam tanto a própria linguagem quanto a linguagem matemática que está associada ao rigor, ao formalismo matemático.

Abrantes *et al.* (1999) afirmam que o trabalho com padrões generalizáveis pode auxiliar os estudantes a desenvolverem a ideia de relação funcional por meio de situações que lhes são familiares. Logo, os estudantes podem explorar as relações que envolvam *correspondência* e *variação*.

De acordo com Blanton e Kaput (2011), as capacidades de reconhecer padrões, conseguir relacionar dados e representar as respectivas *correspondências* por meio de regras funcionais definidas são primordiais para o desenvolvimento do raciocínio algébrico, o qual levará ao pensamento funcional. A generalização de padrões é uma atividade central na Matemática (MASSON, 1996). Desse modo, o professor pode auxiliar os estudantes a desenvolverem o raciocínio funcional mediante tarefas que permitem a descoberta e a *generalização* de padrões, por meio de expressões com variáveis, levando os estudantes à noção de Função (ABRANTES *et al.*, 1999).

Esse trabalho com os estudantes pode auxiliar na compreensão das relações entre as quantidades implícitas nas Funções matemáticas, sendo um contributo para estabelecer relações do tipo funcional (BLANTON; KAPUT, 2005, 2011). Além disso, o raciocínio funcional está presente em diversas situações do cotidiano, ocorra ele dentro ou fora do ambiente institucional (PORTO; MAGINA; GOMERO, 2019).

De acordo com Smith (2008), o pensamento funcional consiste em três tipos: padronização recursiva, pensamento covariacional e relação de correspondência. A padronização recursiva objetiva encontrar uma variação dentro de uma sequência de valores (por exemplo, na sequência 2, 4, 8, 16, o número posterior é sempre o dobro do anterior). O pensamento covariacional se baseia na análise de como duas quantidades variam ao mesmo tempo e na conservação dessa mudança como uma parte explícita e dinâmica da descrição de uma Função (por exemplo, “à medida que  $x$  aumenta em um,  $y$  aumenta em quatro”). Já a relação de correspondência é baseada na identificação de uma correlação entre variáveis (por exemplo, “ $y$  é quatro vezes  $x$  mais 2”).

Breslich, em um artigo publicado em 1928, já dizia que, apesar de as oportunidades de estabelecimento das relações funcionais serem diversas, elas nem sempre são realizadas. Nos problemas verbais, por exemplo, frequentemente, a atenção do estudante é focada na montagem

da equação, não havendo, em geral, nenhuma menção, nem questionamento quanto à variação e à relação de dependência das grandezas envolvidas. Ocorrendo oportunidade, durante a escolarização e em qualquer área da Matemática em que a variação e a dependência de grandezas se façam presentes, a interpretação e a relação via Função devem ocorrer. Somente assim, por meio da exploração constante de diversos exemplos em numerosas situações, o raciocínio funcional estaria sendo exercitado e desenvolvido pelo estudante (BRAGA, 2003).

Portanto, verifica-se, a partir dos estudos realizados nesta seção, que é possível e deve ser explorado o raciocínio funcional desde os primeiros anos da escolaridade. Também é visível que o raciocínio pode ser desenvolvido no indivíduo muito antes de o conceito formal de Função ser introduzido na escolarização. Além disso, o raciocínio funcional está ligado à exploração e à construção de diferentes ideias, especialmente as ideias-base de Função, ou seja, dependência, regularidade, variável e generalização e as ideias de proporcionalidade e correspondência. Na próxima seção, são tratadas as ideias-base de Função e as ideias de proporcionalidade e correspondência.

## **1.5 Ideias associadas ao conceito de Função**

Diferentes autores (CARAÇA, 1951; TINOCO, 2002; CAMPITELI; CAMPITELI, 2006; PAVAN, 2010; NOGUEIRA, 2014; MERLI, 2022) defendem que, para compreender qualquer tipo de Função, seja Função Afim, Quadrática, Exponencial etc., é necessário compreender as ideias-base de Função. Desse modo, algumas pesquisas têm buscado identificar quais noções são necessárias para o desenvolvimento do conceito de Função. Diferentes termos foram utilizados para descrever tais conceitos. Já foram utilizados alguns termos, como: conhecimentos prévios (RORATTO, 2009), ideias básicas (PAVAN, 2010; CASTRO, 2011), ideias base (sem hífen) (NOGUEIRA; REZENDE, 2018; MIRANDA, 2019; CALADO, 2020; SILVA, 2021; REZENDE; NOGUEIRA; CALADO, 2020) e ideias-base (RODRIGUES, 2021; DEZILIO, 2022; MERLI, 2022).

Para Merli (2022), ideias-base são conceitos científicos já aceitos pela comunidade científica e que são necessários ao desenvolvimento dos demais conceitos. As ideias-base constituem os conceitos primários de outro conceito, ou seja, elas subsidiam a elaboração do conceito em consideração. “Dito de outra forma, a elaboração de um conceito está subordinada à mobilização pelo sujeito, das respectivas ideias-base, sem elas o sujeito não conceitualiza” (MERLI, 2022, p. 144).

O conceito de Função, no decorrer do tempo, obteve e vem obtendo alterações, inserindo novas interpretações, novos conceitos organizadores e novas representações. Para Merli (2022), no âmbito dos conceitos organizadores, é possível reconhecer que eles mudam ao longo do tempo. Contudo, existem conceitos organizadores que perpassam o tempo e que, portanto, são estruturas primárias de outros conceitos, ou seja, são as ideias-base. Assim, segundo o pesquisador, as ideias-base não se alteram ao longo do tempo: o que modificam são os conceitos organizadores, que, mesmo científicos, são adaptados a partir das novas situações que são impostas aos indivíduos.

Para a constituição do conceito de Função, Tinoco (2002) apresenta as ideias de: variável, dependência, regularidade e generalização. Campiteli e Campiteli (2006) consideram como ideias de Função: proporcionalidade, dependência, continuidade, descontinuidade, relação, variável, regularidade, correspondência e generalização. No tocante às noções atribuídas por Campiteli e Campiteli (2006), particularmente, a ideia de proporcionalidade está relacionada especificamente à forma  $y = ax$ , isto é, a expressão analítica da Função Linear. A própria BNCC sugere que a ideia de proporcionalidade é necessária para o desenvolvimento do conceito de Função, ao afirmar que “a proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc.” (BRASIL, 2018, p. 268).

Para Campiteli e Campiteli (2006, p. 37), “o desenvolvimento dessas ideias pode ser feito por meio de atividades ligadas ao dia-a-dia [sic] dos alunos, mediante as quais eles se familiarizam também com as formas de representar funções [...]”.

Diferentes pesquisadores (PAVAN, 2010; RODRIGUES, 2021; SILVA, 2021; DEZILIO, 2022) consideram a correspondência como ideia-base. No entanto, a partir dos estudos de Merli (2022), a correspondência é, ela própria, um conceito necessário para a constituição do número, posto que é essencial à contagem:

A correspondência, não pode, em função do corte realizado, ser considerada ideia-base de função (e seus organizadores como relação, conservação, continuidade, no sentido de permanência, ordem e reversibilidade), por constituir o conceito organizador do número e, este ser organizador do Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, não pode, em função da restrição realizada, ser considerada ideia-base de função (MERLI, 2022, p. 165).

Assim, Merli (2022) assume, como ideias-base de Funções, os conceitos de dependência, generalização, regularidade e variável. Para as ideias-base, a presente pesquisa

considera os estudos realizados pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa) baseados em Caraça (1951), Tinoco (2002) e Merli (2022), os quais defendem que as ideias-base de Função são aquelas que podem ser contempladas em todas as Funções, ou seja, as ideias de variável, dependência, regularidade e generalização.

Portanto, nesta pesquisa, assume-se que as ideias-base de Função podem ser desenvolvidas pelos estudantes desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental por meio de situações. Além disso, esta pesquisa considera fundamental a ideia de correspondência, pois os estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental podem ainda não ter consolidado o conceito de número e a ideia de proporcionalidade, o que é visível nas pesquisas realizadas por Rodrigues (2021) e Campiteli e Campiteli (2006). Desse modo, optou-se por também investigar essas ideias. Na sequência, discorre-se acerca de cada uma das ideias-base de Função (dependência, regularidade, variável e generalização), além das ideias de proporcionalidade e correspondência.

A ideia de *dependência* ocorre entre as grandezas variáveis. Em uma relação funcional, uma das grandezas (variável dependente) é determinada pela variação da outra (variável independente) (TINOCO, 2002). Qualquer grandeza que necessita de outra grandeza é Função dela e, nessa situação, pode-se expressar que “uma função é uma grandeza; uma função é uma grandeza variável; uma grandeza variável depende de uma outra grandeza” (CAMPITELI; CAMPITELI, 2006, p. 34). A dependência proporciona à Matemática um caráter dinâmico, o que torna o conceito de Função fundamental para a Matemática (CARAÇA, 1951).

A ideia de dependência não é simples de ser construída (CAMPITELI; CAMPITELI, 2006) e precisa ser explorada sempre que possível (TINOCO, 2002) no processo escolar. Para Pavan (2010), uma estratégia que pode contribuir para o desenvolvimento dessa ideia é utilizar situações que fazem parte do cotidiano do estudante.

A ideia de dependência, na BNCC (BRASIL, 2018), aparece de forma implícita nos Anos Iniciais, por meio de situações que envolvem a estrutura multiplicativa, com operações de multiplicação e de divisão. Nesse documento, a dependência é referida explicitamente somente no nono ano para a formalização do conceito de Função.

A ideia de *regularidade* pode ser observada em diversos fenômenos, tais como o movimento dos planetas, a piracema no período chuvoso, a sucessão dia-noite etc. Se for identificada a regularidade, é possível fazer previsões referentes às etapas que não podem ser observadas. A verificação de regularidades em situações reais, sequências numéricas ou em padrões geométricos é uma habilidade fundamental à construção do conceito de Função. Por

outro lado, é essencial examinar situações em que não existe regularidade, a fim de impedir que o discente imagine que todos os fenômenos obedecem a uma lei geral (CAMPITELI; CAMPITELI, 2006).

Segundo Caraça (1951, p. 119), a regularidade “[...] permite a repetição e a previsão, desde que se criem as condições iniciais convenientes; ora, repetir e prever é fundamental para o homem na sua tarefa essencial de dominar a natureza”. Desse modo, uma das tarefas mais essenciais do trabalho de investigação da natureza é a busca pela regularidade dos fenômenos naturais.

A ideia de regularidade pode ser explorada desde a Educação Infantil (NOGUEIRA, 2014), por exemplo, com o padrão de repetição de uma sequência por meio de desenhos, e em idade escolar posterior, ao apresentar sequências numéricas, como: 3, 6, 9, ..., e pedir para que o estudante adivinhe o número seguinte. Para isso, os estudantes necessitam compreender que a sequência está aumentando de 3 em 3 e, para adivinhar o número seguinte, eles precisam somar 3 ao número anterior.

Segundo Trindade e Moretti (2000), as situações que envolvem a utilização e o preenchimento de tabelas são essenciais para a identificação da regularidade e para o desenvolvimento e a compreensão do conceito de Função.

A menção à ideia de regularidade na BNCC (BRASIL, 2018) está contida nas habilidades a serem desenvolvidas desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. No 2º ano do Ensino Fundamental, essa ideia pode ser contemplada, por exemplo, na habilidade “(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida” (BRASIL, 2018, p. 283).

A ideia de *variável* é uma das noções mais difíceis de ser compreendida pelos estudantes (CARAÇA, 1951). Tinoco (2002, p. 5) elucida “variável” como “[...] um número qualquer de determinado conjunto, mas não é especificamente nenhum dos números desse conjunto”. Para Caraça (1951, p. 128), “uma variável é o que for determinado pelo conjunto numérico que ela representa – a sua substância, o seu domínio”. Todavia, segundo o próprio autor, o conceito de variável exprime o caráter contraditório do conceito: “[...] a variável é e não é cada um dos elementos do conjunto” (CARAÇA, 1951, p. 128). Tal complexidade da variável é devido à fluência ser uma de suas características.

A ideia de variável é uma das habilidades mais importantes na construção da noção de Função. Para a identificação dela, é habitualmente usada uma letra para a representação. No

entanto, essa ideia causa dificuldades na compreensão da noção de Função pelos estudantes (CARAÇA, 1951).

Segundo Nogueira (2014), a variável como termo desconhecido, mas específico, apresenta o mesmo sentido da variável como incógnita. A autora exemplifica a ideia de variável como número genérico a partir da seguinte situação: ao multiplicar o número 1 por outros números, por exemplo,  $1 \times 0 = 0$ ;  $1 \times 3 = 3$ ;  $1 \times 16 = 16$ ;  $1 \times (-3) = -3$ , o produto do número 1 por outro número qualquer apresenta, como resultado, esse outro número. Desse modo, pode-se usar uma expressão algébrica  $1 \cdot x = x$  para indicar esse fato, pois é algo que ocorre sempre.

A noção de variável, de modo geral, segundo os PCN (BRASIL, 1997), não tem sido explorada no Ensino Fundamental e, por isso, muitos estudantes que concluem esse grau de ensino (e, também, o Médio) pensam que a letra em uma sentença algébrica serve para indicar (ou encobrir) um valor desconhecido. Em outras palavras, para eles, a letra sempre significa uma incógnita.

A introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações concretas permite que o estudante veja uma outra função para as letras, ao identificá-las como números de um conjunto numérico, úteis para representar generalizações. Além disso, as situações-problema sobre as variações de grandezas fornecem contextos para desenvolver a noção de Função nos terceiro e quarto ciclos. Os estudantes podem, por exemplo, estabelecer como varia o perímetro (ou a área) de um quadrado em Função da medida de seu lado; determinar a expressão algébrica que representa a variação, assim como esboçar o gráfico cartesiano que representa essa variação (BRASIL, 1997).

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), é no nono ano do Ensino Fundamental que o termo “variável” assume o caráter relacionado ao raciocínio funcional, isto é, é o momento recomendado, pelo documento, para a formalização do conceito de Função.

A *generalização* pode ser decorrente da regularidade, uma vez que os fenômenos que acontecem com regularidade têm o potencial de serem generalizados. O potencial de generalizá-los, geralmente, envolve abstração (TINOCO, 2002). Campiteli e Campiteli (2006) salientam que diversas vezes os estudantes generalizam situações que apresentam regularidade, constatando apenas se certa lei se opera a casos particulares.

Nesse sentido, é fundamental que os estudantes desenvolvam a competência de apresentar argumentos, na linguagem corrente, que demonstrem a validade da lei para qualquer situação, anotando-os. “O registro de leis gerais em linguagem verbal, algébrica (analítica) ou geométrica é passo decisivo para que construam o conceito de Função, e o desenvolvimento

dessas ideias pode ser ligadas ao dia-a-dia dos alunos [...]” (CAMPITELI; CAMPITELI, 2006, p. 37). Na sequência numérica 0, 3, 6, 9, ..., a regularidade pode ser generalizada por meio da linguagem natural, ao afirmar que os números são todos múltiplos de três. Todavia, é fundamental que os estudantes, em ano escolar oportuno, desenvolvam a aptidão de generalizar na linguagem matemática algébrica, nesse caso,  $y = 3x$ . Portanto, conforme Blanton e Kaput (2005), dependendo do nível de experiência do estudante, a generalização pode ser expressa em palavras ou em símbolos e pode ser baseada na observação do estudante de um padrão recursivo.

A ideia de generalização está presente nas situações multiplicativas e nas situações aritméticas, embora não explicitamente (ZANELLA; REZENDE, 2022). Em uma situação, por exemplo, “Sabendo que um cachorro tem 4 patas, quantas patas tem 5 cachorros?”, essa situação pode ser expressa por  $f(x) = 4x$ . Apesar de essa representação não estar explícita no enunciado da situação, é possível estabelecer uma relação funcional linear entre cachorros e patas, dois conjuntos diferentes não vazios que expressam uma regularidade. A quantidade de patas depende da quantidade de cachorros (MAGINA; PORTO, 2018).

Rezende, Nogueira e Calado (2020) e Tinoco (2002) indicam que, dentre as ideias-base de Função, a ideia de generalização é a mais complexa de ser compreendida pelos estudantes. A BNCC (BRASIL, 2018) menciona a ideia de generalização para o Ensino Fundamental associada à unidade temática da Álgebra. Para os Anos Iniciais, o documento recomenda a “[...] generalização de padrões” (BRASIL, 2018, p. 270).

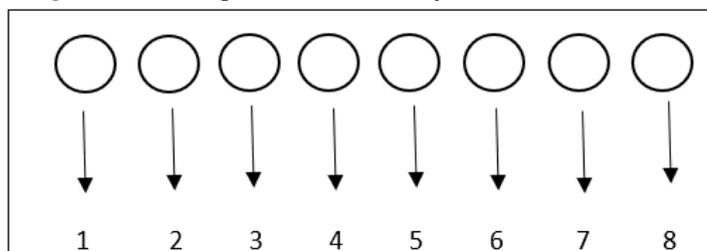
No que se refere à ideia de *correspondência*, Merli (2022) esclarece que é ela própria um conceito preciso para a constituição do número, posto que é primordial à contagem. A correspondência não pode ser considerada ideia-base de Função “por constituir o conceito organizador do número. Entretanto, como já mencionado, estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental podem ainda não ter desenvolvido o conceito de número. Assim, para esta pesquisa, optou-se por também investigar essa ideia.

Caraça (1951) menciona que a ideia de correspondência é uma das basilares da Matemática, pois contribui para a compreensão de alguns conceitos, como o conceito de Função. Para o autor, a lei de correspondência entre dois elementos se refere ao modo como o pensar no antecedente desperta o pensar no conseqüente.

Um exemplo é a correspondência entre o objeto (antecedente) e o número (conseqüente): “[...] apontar para um dos objetos e dizer um, apontar para outro e dizer dois, e vai procedendo assim até esgotar os objetos da coleção; se o último número pronunciado for

oito, dizemos que a coleção tem oito objetos” (CARAÇA, 1951, p. 7), assim como é possível observar na Figura 1.

**Figura 1** – Correspondências entre objetos e números



Fonte: Caraça (1951, p. 7).

Segundo Campitelli e Campitelli (2006), para pesquisar leis quantitativas, faz-se necessário elaborar um instrumento matemático em que a natureza seja a correspondência de dois conjuntos.

A BNCC (BRASIL, 2018) regulamenta que a ideia de correspondência precisa ser abordada desde o primeiro ano do Ensino Fundamental por meio de atividades de contagem simples ou de raciocínio combinatório, considerando as características e as necessidades de cada etapa escolar. No 2º ano do Ensino Fundamental, essa ideia pode ser contemplada na habilidade “(EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar ‘tem mais’, ‘tem menos’ ou ‘tem a mesma quantidade’” (BRASIL, 2018, p. 283).

A *proporcionalidade*, segundo Tinoco (2002), pode ser explorada quando se conhece uma grandeza e pode-se obter o valor correspondente da outra, ao multiplicar o valor da grandeza conhecida por uma constante (taxa). Por exemplo, se um litro de leite custa  $a$  reais, então,  $x$  litros custam  $y = ax$  reais.

Nunes (2003) considera a proporcionalidade uma ideia essencial que envolve tanto frações quanto multiplicação e afirma que ela está inserida em todas as áreas do conhecimento e faz parte do cotidiano das pessoas. A autora define o conceito de proporcionalidade como sendo a relação entre duas variáveis. Na escola, as primeiras noções de proporção deveriam aparecer junto com os conceitos de multiplicação.

A relação de proporcionalidade também é conhecida como Função Linear. Para Gitirana *et al.* (2014, p. 28), “a proporção simples é um caso de função linear, e toda função linear é escrita como:  $f(x) = ax$ , na qual,  $a$  é o valor da unidade, também conhecido como coeficiente de proporcionalidade, coeficiente de dimensão, ou taxa de proporcionalidade”. A multiplicação

com o significado de proporção simples pode ser verificada no seguinte exemplo: *em uma gangorra, cabem 2 crianças. Quantas crianças cabem em 3 gangorras?* A relação desse exemplo é dada por  $f(3) = a \cdot 3$ , em que  $a$  é a quantidade criança por gangorra. Além disso, tem-se uma relação entre duas variáveis: a quantidade de gangorras e as crianças. Se variar a quantidade de gangorras, a quantidade de crianças que cabem varia proporcionalmente.

De acordo com a BNCC, a proporcionalidade é observada no estudo das operações com Números Naturais, na Representação Fracionária de Números Racionais, de áreas e de Funções desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Pesquisas indicam que o conceito de Função, de forma abrangente, não é algo fácil de ser apreendido (RÊGO, 2000), pois envolve outros conceitos durante a construção, os quais devem ser introduzidos, inicialmente, de forma intuitiva, passando por diferentes representações que levam à matematização e à posterior generalização, concluindo com a respectiva formalização (PAVAN, 2010).

De acordo com Tinoco (2002), o estudante aprende o conceito de Função quando passar por quatro níveis de compreensão. Esses níveis são apresentados pela autora com base na proposta de Bergeron e Herscovics (1982 *apud* TINOCO, 2002) para o ensino desse conceito.

São apresentados, a seguir, no quadro 4, os níveis de compreensão do conceito de Função e as características de cada nível com base em Tinoco (2002). Os anos escolares foram adaptados conforme a BNCC.

**Quadro 5 – Níveis de compreensão do conceito de Função**

<b>NÍVEIS DE COMPREENSÃO</b>		
<b>Primeiro Nível – Compreensão Intuitiva</b>		
<b>Anos Escolares:</b> Desde o 1º ano do Ensino Fundamental	<b>Características:</b> Utilização do conhecimento informal da vida. Pensamento com base na percepção visual. Ações espontâneas.	<b>Para as Funções:</b> Reconhecimento de dependências (não quantificada). Estabelecimento de leis de formação simples e visuais. Construção e interpretação de tabelas e gráficos de colunas e setor.
<b>Segundo Nível – Matematização Inicial</b>		
<b>Anos Escolares:</b> Do 6ª ao 9ª ano do Ensino Fundamental	<b>Características:</b> Organização e quantificação das primeiras noções intuitivas. O conceito é confundido com o procedimento que leva à sua construção.	<b>Para as Funções:</b> Quantificação das leis. Reconhecimento de variáveis dependentes e independentes. Interpretação de gráficos cartesianos. Construção de gráficos cartesianos simples.

		Reconhecimento do domínio (analisado no contexto).
<b>Terceiro Nível – Abstração</b>		
<b>Anos Escolares:</b> Do 6 <sup>a</sup> ao 9 <sup>a</sup> ano do Ensino Fundamental	<b>Características:</b> O conceito se destaca do procedimento e alcança uma experiência própria. Generalização.	<b>Para as Funções:</b> Escrita de expressões analíticas. Distinção entre equações e funções. Construção e interpretação de gráficos convencionais e não convencionais. Caracterização das relações funcionais.
<b>Quarto Nível – Formalização</b>		
<b>Anos Escolares:</b> Do 9 <sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental ao Ensino Médio	<b>Características:</b> Uso da linguagem simbólica. Descontextualização. Justificação lógica das operações	<b>Para as Funções:</b> Notação: f: A $\longrightarrow$ B y = f(x) Domínio imagem. Classificação das funções. Operações com funções.

Fonte: Baseado em Tinoco (2002).

O quadro 5 mostra os níveis de compreensão que os estudantes podem adquirir em cada uma das faixas escolares estabelecidas durante os experimentos realizados por Tinoco (2002). Porém, essas aproximações precisam ser contempladas de modo flexível, de acordo com a experiência matemática dos estudantes de cada nível.

Cada nível apresenta características que vão desde a utilização do conhecimento informal do cotidiano até a utilização da linguagem simbólica que caracteriza a formalização. Todavia, passa-se, antes da formalização, pela organização das primeiras noções intuitivas e pela generalização, que possibilita que o conceito se destaque do procedimento efetuado para alcançá-lo.

Nesse sentido, compartilha-se a ideia de Vergnaud (1993), que estabelece que um conceito demanda tempo para ser consolidado pelo estudante. Desse modo, as ideias-base de Função podem ser desenvolvidas pelas crianças, logo, podem ser trabalhadas, ainda que de maneira implícita ou informal, desde os primeiros anos de escolarização.

Na próxima seção, com o intuito de ajudar a pesquisadora na compreensão das produções científicas existentes no Brasil que se aproximam do objeto de pesquisa desta dissertação, foi realizada a revisão bibliográfica.

## 1.6 Revisão bibliográfica

Para conhecer o que já foi desenvolvido, incluindo os respectivos limites e possibilidades, os temas não explorados, e dedicar atenção a um número considerável de

pesquisas, definiu-se, como opção metodológica, realizar o levantamento e a análise sobre o tema por meio de uma revisão bibliográfica. Para tanto, adotaram-se os seguintes procedimentos metodológicos: a) escolha de uma plataforma digital de dissertações e teses; b) escolha dos descritores de busca; c) leitura e análise dos resumos das pesquisas; d) supressão das pesquisas que não se encaixavam no objeto de pesquisa; e) leitura completa e estudo das produções selecionadas.

A plataforma escolhida para a realização da busca foi o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). A escolha desse catálogo se deu pelo fato de ser um sistema de busca bibliográfica que guarda registros de pesquisas acadêmicas desde 1987, bem como por propalar as produções científicas dos programas de mestrado e doutorado reconhecidos no país. A pesquisa no catálogo foi realizada no mês de agosto de 2022.

Sete descritores foram elencados: 1. Problema misto; 2. Problemas mistos; 3. Ideias base de Função; 4. Pensamento funcional; 5. Raciocínio funcional; 6. Pensamento algébrico; e 7. Raciocínio algébrico. A escolha desses descritores ocorreu, por considerá-los elementos centrais que compõem o *corpus* do objeto desta pesquisa. Durante a realização da busca, todos os descritores foram inseridos com aspas, para garantir a filtragem das produções científicas com as palavras especificadas. Não foi estabelecido um recorte temporal. No primeiro descritor, “problema misto”, obteve-se 43 resultados; no segundo, “problemas mistos”, 5 resultados; no terceiro, “ideias-base de Função”, 1 resultado; no quarto, “pensamento funcional”, 6 resultados; no quinto descritor, “raciocínio funcional”, 3 resultados; no sexto, “pensamento algébrico”, obteve-se 144 resultados, e no sétimo, “raciocínio algébrico”, 5 resultados.

Ainda como filtro, foram considerados diferentes programas institucionais: Matemática; Educação, Ciências Exatas; Ciência e Matemática; Educação Matemática; Ciências Naturais e Matemática; Educação Contemporânea; Educação Profissional e Tecnológica; Educação e Docência; Docência em Educação em Ciências e em Matemática; Educação Científica e Matemática; Ensino e História das Ciências e da Matemática; Semiótica Tecnologias de Informação e Educação; e Educação para Ciências. Além disso, foram elencadas as pesquisas de mestrado, doutorado e mestrado profissional. Os resultados encontrados no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes são expostos no quadro a seguir.

**Quadro 6** – Resultados das pesquisas encontradas de acordo com os descritores de busca

Descritor	Total de pesquisas	Tipo de pesquisas	
Problema misto	43	33 D	10 T

Problemas mistos	5	5 D	0 T
Ideias base de Função	1	0 D	1 T
Pensamento funcional	6	5 D	1 T
Raciocínio funcional	3	3 D	0 T
Pensamento algébrico	144	127 D	17 T
Raciocínio algébrico	5	5 D	0 T
<b>Total</b>	<b>207</b>	<b>178 D</b>	<b>29 T</b>

\*D (dissertação) T (tese)

Fonte: Autora, 2022.

A partir da busca, foram encontradas, no total, 207 pesquisas que atendiam ao conteúdo relacionado ao objeto de pesquisa da autora, ou seja, dissertações e teses que contemplam os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Também foi considerada a Educação Infantil, por entender que essa etapa é fundamental ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos na formação do sujeito e por anteceder a etapa escolar dos colaboradores desta pesquisa. Para realizar essa seleção, fez-se uma análise prévia por meio da leitura dos resumos. Por vezes, houve a realização da leitura de parte dos trabalhos encontrados. Posteriormente, elaborou-se o quadro 5.

O quadro 7 apresenta: o ano da publicação; o tipo da pesquisa: Dissertação (D) ou Tese (T); o(a) autor(a); o título da pesquisa; o(a) orientador(a); e a Instituição de Ensino Superior de acordo com os descritores. Após a leitura dos resumos de todas as produções científicas encontradas e, quando necessário, da leitura de parte das pesquisas, foi realizada outra filtragem. No quadro 7, estão inseridas somente as pesquisas que se referem aos problemas mistos, às ideias-base de Função, ao pensamento e raciocínio funcional e ao pensamento e raciocínio algébrico que possuem relação de proximidade com o objeto de estudo. Foram suprimidas aquelas que não remetem aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e à Educação Infantil e que não foram realizadas com estudantes. Desse modo, das 207 investigações identificadas, considerou-se 9 pesquisas. No quadro 7, apresenta-se as nove pesquisas encontradas na plataforma Capes e a pesquisa de Dezilio<sup>15</sup>.

**Quadro 7** – Produções científicas em teses e dissertações de programas de pós-graduação

<b>Descritor</b>	<b>Tipo: *(D/T) /Ano</b>	<b>Autor/Título</b>	<b>Orientador (a)</b>	<b>Universidade</b>
------------------	----------------------------------	---------------------	---------------------------	---------------------

<sup>15</sup> A pesquisa na Plataforma Capes foi realizada no mês de agosto de 2022 e não continha a pesquisa de Dezilio (2022). Todavia, por entender que a investigação é essencial para a presente pesquisa, buscou-se analisá-la.

<b>Problemas mistos</b>	D/2021	RODRIGUES; C. L. H. Invariantes operatórios associados ao conceito de função mobilizados por alunos do 5º ano do ensino fundamental	Veridiana Rezende	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
	D/2022	DEZILIO, K. Ideias de função e problemas mistos: um estudo com alunos do 5º ano do ensino fundamental.	Veridiana Rezende	Universidade Estadual do Paraná
<b>Ideias base de função</b>	T/2021	SILVA, L. DEL C. P. DA. As formas operatória e predicativa do conhecimento manifestadas por alunos do 5º ano mediante problemas de estrutura multiplicativa: uma investigação das ideias base de função.	Clelia Maria Ignatius Nogueira	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
<b>Pensamento funcional</b>	D/2019	CERON, C. G. da S. O pensamento funcional nos anos iniciais em aulas de Matemática na perspectiva do Ensino Híbrido	Adriana Helena Borssoi	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
<b>Raciocínio funcional</b>	D/2016	TEIXEIRA, Antônio Cesar Nascimento. A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental: uma proposta de intervenção	Sandra Maria Pinto Magina	Universidade Estadual de Santa Cruz
	D/2022	VIEIRA, F. dos S. O raciocínio funcional na educação infantil: um estudo exploratório	Sandra Maria Pinto Magina	Universidade Estadual de Santa Cruz
<b>Pensamento algébrico</b>	D/2015	BECK, V. C. Os Problemas Aditivos e o Pensamento Algébrico no Ciclo da Alfabetização	Joao Alberto da Silva	Universidade Federal do Rio Grande
	D/2014	FERNANDES, R. K. Manifestação de pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do ensino fundamental I	Ângela Marta Pereira das Dores Savioli	Universidade Estadual de Londrina
	T/2018	BECK, V. C. Invariantes operatórios do campo conceitual algébrico mobilizados por crianças do terceiro ano do ensino fundamental	Joao Alberto da Silva	Universidade Federal do Rio Grande
<b>Raciocínio algébrico</b>	D/2007	FREIRE, R. S. Objetos de Aprendizagem para o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental	José Aires de Castro Filho	Universidade Federal do Ceará

Fonte: Autora, 2022.

Em seguida, é versado sobre cada pesquisa inserida no quadro 6, devido à proximidade com o presente estudo.

Para Vergnaud (2009a), as situações complexas são situações aritméticas constituídas por diversas relações e elementos. Dentre elas, estão as situações que abrangem somente as relações aditivas (adição e subtração); as situações que abrangem exclusivamente as relações multiplicativas (multiplicação e divisão); e os problemas mistos, que envolvem concomitantemente as relações do tipo aditivo e as relações de tipo multiplicativo. Com o intuito de encontrar pesquisas que contemplassem os problemas mistos de forma explícita, como estabelecido por Vergnaud (2009a), buscou-se pesquisas com esses descritores: “problema misto” e “problemas mistos”. Ao ser aplicado o descritor “problema misto”, foram encontradas 43 pesquisas. Todavia, em nenhuma pesquisa os problemas mistos se configuram assim como é abordado por Vergnaud (2009a). Já com o descritor “problemas mistos”, foram encontradas cinco dissertações. Contudo, apenas uma dissertação se aproximou do objeto de estudo e foi feita com estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Rodrigues (2021), também integrante do GEPeDiMa, realizou a pesquisa de mestrado intitulada “Invariantes operatórios associados ao conceito de Função mobilizados por estudantes do 5º ano do ensino fundamental”. A estudiosa analisou os invariantes operatórios associados ao conceito de Função mobilizados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas mistos do tipo Proporção Simples e transformação de medidas. Para o desenvolvimento da investigação, a pesquisadora implementou quatro problemas mistos a serem resolvidos individualmente por 12 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de diferentes escolas públicas do interior do Paraná por meio do aplicativo Google Meet. Para as análises, foram consideradas as resoluções escritas dos estudantes e os diálogos entre os estudantes e a pesquisadora, propiciando a análise de esquemas e de invariantes operatórios.

A estudiosa constatou que a maioria dos indícios dos teoremas em ação mobilizados pelos estudantes é composta por propriedades isomórficas da Função Linear. Dentre os conceitos em ação, destacou-se a mobilização pelos estudantes das ideias de Função, ou seja, correspondência, dependência, variável, regularidade, e da ideia de proporcionalidade. A mobilização das ideias de Função se diversificou de acordo com o esquema utilizado pelo estudante a resolver a situação e com a subclasse de problema. Os resultados obtidos pela pesquisadora evidenciaram que os estudantes do 5º ano trazem em seus esquemas invariantes operatórios implícitos associados ao conceito de Função (RODRIGUES, 2021).

Dezilio (2022), também integrante do GEPeDiMa, teve como objetivo analisar as ideias de Função mobilizadas por estudantes do 5º ano, ao resolverem quatro problemas mistos do tipo Proporção Simples e Composição de Medidas. Os problemas foram implementados com

13 estudantes de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola do campo situada na região Noroeste do Paraná.

O instrumento de pesquisa e a análise dos dados foram alicerçados nos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, cujo olhar se voltou para os esquemas e os invariantes operatórios manifestados pelos estudantes. Os discentes foram organizados em grupo. As análises mostraram que as ideias de correspondência, dependência, regularidade, variável, proporcionalidade e modelação da Função Afim foram identificadas por todos os grupos. A ideia de generalização foi manifestada em dois grupos, o que mostra que é possível propor situações envolvendo ideias de Função Afim desde os Anos Iniciais. Além disso, foi identificada a presença de três teoremas em ação, sendo dois verdadeiros e um falso, associados à modelação da Função Afim.

A partir da busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes com o descritor “Ideias base de Função”, encontrou-se uma tese que teve, como sujeitos da pesquisa, estudantes do 5º ano.

Silva, L. Del C. P. da (2021), também integrante do GEPEDiMa, investigou as contribuições que a implementação, à luz da Teoria das Situações Didáticas (TSD), de uma sequência de problemas de estruturas multiplicativas proporciona para a compreensão das ideias-base de Função por estudantes de quinto ano. A pesquisa foi realizada com trinta estudantes de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental da cidade de Foz do Iguaçu, no Paraná. O instrumento de pesquisa consistiu em uma sequência de vinte e duas (22) situações de estruturas multiplicativas elaboradas na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. Para a implementação, os estudantes se organizaram em grupos. Os dados foram analisados com respaldo na TCC, considerando a busca por indicativos da manifestação das formas operatória e predicativa do conhecimento, com foco nas ideias-base de Função.

Os resultados da pesquisa mostraram que a ideia-base de Função que os estudantes mais manifestaram tanto na forma predicativa (o explicar, o dizer) quanto na forma operatória (o fazer) foi a de regularidade. Em relação à manifestação da forma operatória do conhecimento, a ideia-base em que os grupos apresentaram mais equívocos em suas resoluções foi a de correspondência. No tocante à forma predicativa do conhecimento, os grupos manifestaram maior dificuldade nas ideias de generalização, variável, correspondência e dependência. Além disso, da forma como foi proposta, a implementação contribuiu para a manifestação simultânea das formas operatória e predicativa do conhecimento, promovendo a aprendizagem para a construção das ideias-base de Função com fundamento no conteúdo das estruturas

multiplicativas e para a mobilização de distintos esquemas para a resolução de situações (SILVA, 2021).

A partir da busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes com o descritor “pensamento funcional”, foram encontradas seis dissertações. Todavia, apenas uma dissertação se aproximou do objeto de estudo e tinha, como sujeitos da pesquisa, estudantes do 4º ano.

Ceron (2019) realizou a pesquisa com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola do Norte do Paraná. Segundo a autora, ela se baseou em três referenciais teóricos/metodológicos: o Ensino Híbrido, a Aprendizagem Colaborativa e o pensamento funcional. O estudo buscou refletir sobre as potencialidades das tecnologias digitais integradas ao ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tanto em sala de aula quanto no espaço virtual, de modo a proporcionar ao estudante autonomia nas aulas, para que possa utilizar ferramentas digitais e desenvolver o pensamento matemático, em especial, o pensamento funcional. Para isso, foi elaborado e implementado um produto educacional por meio do ambiente virtual de ensino e aprendizagem, isto é, o Classroom, no qual foram disponibilizadas as tarefas planejadas, orientações para professores e algumas informações sobre as metodologias e os referenciais teóricos utilizados na pesquisa.

A pesquisadora buscou responder à seguinte questão: como se manifesta o pensamento funcional dos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental a partir do desenvolvimento de tarefas na perspectiva do Ensino Híbrido? Os dados da pesquisa foram as produções dos estudantes, que foram organizadas em arquivos físicos, ou seja, as atividades realizadas pelos estudantes durante as aulas e os arquivos digitais efetuados pelos estudantes e disponíveis no ambiente virtual de ensino e aprendizagem ou capturados a partir da tela dos computadores ou lousa digital. Os resultados encontrados mostraram que o desenvolvimento de tarefas na perspectiva do Ensino Híbrido, com o uso de recursos educacionais digitais, e a dinâmica de trabalho em grupos, a fim de aprender colaborativamente, foram significativos para a aprendizagem dos estudantes e para o desenvolvimento do pensamento funcional (CERON, 2019).

A partir da busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes com o descritor “raciocínio funcional”, foram encontradas três dissertações. Contudo, somente duas dissertações se aproximaram do objeto de estudo e tinham, como sujeitos da pesquisa, estudantes da Educação Infantil e do 5º ano do Ensino Fundamental.

Teixeira (2016) teve por objetivo investigar o raciocínio funcional introdutório dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Para isso, o pesquisador se apoiou em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, icônica e numérica. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Sul do Estado da Bahia, trabalhando a ideia de Função Polinomial de 1º grau apoiada em situações referentes à Proporção Simples e à sequência (icônica e numérica). As indagações que orientaram o estudo, foram: qual é o efeito que uma intervenção de ensino, explorando situações multiplicativas e sequenciais, causa na introdução do raciocínio funcional em estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental? Quais estratégias de solução eles utilizam, ao se depararem com as atividades que explorem o raciocínio funcional?

A pesquisa se fundamentou na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, em especial, na estrutura multiplicativa, do tipo Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e muitos para muitos. Como metodologia, a pesquisa foi realizada em algumas fases: “pré-teste”, “intervenção de ensino pautada em resoluções de problemas envolvendo multiplicação/divisão e sequências”, “pós-teste 1” (15 dias após a intervenção) e “pós-teste 2” (66 dias após o pós-teste 1).

Os resultados apontaram um avanço no conhecimento dos estudantes entre o “pré” e o “pós-teste 1”, além da manutenção desse quadro no “pós-teste 2”. Tais resultados podem ser devido à intervenção de ensino na construção do raciocínio funcional dos estudantes envolvidos. No tocante às estratégias, a icônica, tanto antes como após a intervenção do pesquisador, foi a mais utilizada. Em relação à resolução não icônica, ocorreu alteração de estratégia de resolução posterior à intervenção. No “pré-teste”, algumas respostas não foram explicitadas. Já no “pós-teste 1” e no “pós-teste 2”, os estudantes passaram a explicitar as resoluções. Além disso, o raciocínio dos estudantes evoluiu de multiplicação por “adição repetida de parcelas iguais” para considerá-la como relação entre duas grandezas.

O pesquisador ainda salienta o aumento do uso da estratégia “generalização por multiplicação” nos dois pós-testes em detrimento do pré-teste, indicando uma mudança no pensamento desses estudantes em relação ao raciocínio funcional (TEIXEIRA, 2016).

Vieira (2022) teve como objetivo investigar a presença do raciocínio funcional em crianças de 4 e 5 anos, ao apontar as singularidades do *setting* (sistemas representacionais), em que ele se apresenta e como se apresenta. A pesquisa ocorreu com as crianças da Educação Infantil com idade de 4 e 5 anos que estudam em uma instituição pública localizada em uma cidade do sul da Bahia. Os estudantes passaram por atividades diagnósticas, as quais foram

inseridas no contexto do padrão em sequência de dois tipos, repetitiva e crescente com dois e três elementos. As atividades foram desenvolvidas na perspectiva do raciocínio funcional e apresentadas por meio de três settings, a saber: papel e lápis, material manipulativo e movimento corporal para saber o que pensam as crianças quando são envolvidas em situações algébricas de relação funcional. Os resultados da investigação revelaram a presença do raciocínio funcional nos estudantes da Educação Infantil e demonstraram que esse raciocínio é expresso por meio de várias estratégias, como a identificação da unidade de repetição, as estratégias aditiva e funcional e a verbalização oral.

No descritor “pensamento algébrico”, foram identificadas 43 pesquisas que se aproximam do objeto de estudo. Desse total, foram selecionadas a de Beck (2015), a de Fernandes (2014) e a de Beck (2018), por realizarem pesquisas com estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Beck (2015) teve como objetivo, em sua pesquisa de mestrado, compreender de que forma o pensamento algébrico pode estar presente nas resoluções de problemas aditivos por estudantes do Ciclo de Alfabetização. O autor utilizou a Investigação-Ação Escolar como método na produção de dados, com a utilização de situações baseadas na matriz de referência da Provinha Brasil de Matemática. A análise de dados considerou a Teoria dos Campos Conceituais, com o intuito de avaliar o potencial algébrico de algumas situações aditivas. O pesquisador constatou o uso de duas estratégias na situação de completar, que foram: busca por valor desconhecido seguida por contagem e busca por valor desconhecido seguida por subtração. Na situação de comparar constatou o uso da estratégia de previsão seguida por contagem. Beck (2015) concluiu que as situações de completar e comparar podem propiciar o uso de estratégias algébricas. Também averiguou que as situações aditivas não são meramente aritméticas e que não existe motivo para desconsiderar o pensamento algébrico no Ciclo de Alfabetização.

Fernandes (2014), em sua dissertação, objetivou analisar a produção escrita de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental nas questões retiradas de documentos nacionais relacionadas à Prova Brasil. São eles: PDE/Prova Brasil – Plano de Desenvolvimento da Educação e Modelo Tese Prova Brasil. A finalidade foi analisar quais aspectos do pensamento algébrico são manifestados pelos discentes na resolução das questões. A investigação foi realizada à luz da Análise do Conteúdo. A pesquisa apresentou o modo como os autores caracterizam o pensamento algébrico e investigou a presença de características desse pensamento nas produções escritas de estudantes. A pesquisadora concluiu que foi possível

perceber que alguns dos estudantes apresentam características de pensamento algébrico em suas resoluções, mesmo sem terem um contato anterior com as simbologias e os conceitos algébricos.

Já Beck (2018), em sua pesquisa de doutorado, teve como objetivo descrever e analisar os invariantes operatórios utilizados por 24 estudantes do terceiro ano do Ensino Fundamental em situações que envolvem pensamento algébrico. A questão norteadora de pesquisa foi: como se caracterizam os invariantes operatórios que as crianças utilizam em problemas que envolvem o pensamento algébrico? Para isso, o pesquisador se fundamentou na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na Epistemologia Genética e nos conceitos algébricos. Para a produção, a análise e a coleta dos dados, baseou-se no Método Clínico de Piaget.

A aplicação do Método Clínico de Manipulação-Formalização envolvendo as principais ideias de pensamento algébrico aconteceu por meio de quatro atividades, as quais abordaram as principais noções algébricas de crianças já estudadas em trabalhos precedentes: 1) problema da balança; 2) copos comutativos; 3) álgebra das mesas; e 4) problemas das balas. Como características gerais que o pesquisador pode extrair de todos esses invariantes operatórios, destacou-se: é possível o desenvolvimento de intervenções pedagógicas que mobilizem o pensamento algébrico desde os Anos Iniciais. No entanto, deve-se considerar os diferentes níveis de sofisticação das representações simbólicas e a possibilidade de um mesmo sujeito apresentar níveis de estratégias mentais distintos, dependendo do tipo de noção algébrica que cada situação requer (BECK, 2018).

A partir da busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes com o descritor “raciocínio algébrico”, foram encontradas cinco dissertações. Entretanto, apenas uma dissertação se aproximou do objeto de estudo, ou seja, colaboraram, com a pesquisa, estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Freire (2007) teve como objetivo investigar como os ambientes computacionais podem contribuir no desenvolvimento do pensamento algébrico em alguns estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Fortaleza com estudantes do terceiro ano e do quinto ano do Ensino Fundamental. A pesquisadora, para investigar os estudantes, realizou uma entrevista clínica em que analisou o desenvolvimento do raciocínio algébrico dos estudantes durante as atividades presentes em materiais elaborados para tais fins. Por meio da pesquisa, a pesquisadora concluiu que os estudantes superaram as dificuldades iniciais sobre as atividades propostas e elaboraram estratégias de resolução que podem facilitar a compreensão de conceitos algébricos exigidos em anos posteriores.

A partir das pesquisas de mestrado e doutorado apresentadas nesta pesquisa, verificou-se que, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, os estudantes podem manifestar as ideias-base do conceito de Função, tais como variável, dependência, regularidade e generalização, além das ideias de correspondência e proporcionalidade. São ideias que contribuem para o desenvolvimento do raciocínio algébrico e funcional. Também é válido frisar a utilização de diferentes representações e esquemas.

Ao observar os trabalhos supracitados, a seguir, são apresentadas as principais justificativas para o desenvolvimento desta pesquisa:

- Dentre os conceitos fundamentais para a Matemática, destaca-se o conceito de Função (CARAÇA, 1951; PONTES, 1990);
- A noção de Função é essencial em todo o currículo de Matemática (CARRAHER; SCHLIEMANN, 2018);
- Um conceito demanda tempo para ser consolidado pelo estudante em decorrência das diferentes situações vivenciadas (VERGNAUD, 1993). Talvez, o fato de inexistir um trabalho pedagógico com as ideias-base de Função seja uma das razões para a existência das incompreensões encontradas pelos estudantes, ao serem apresentados pela primeira vez de maneira formal a essas ideias. Desse modo, as ideias-base de Função podem ser desenvolvidas pelas crianças. Elas, portanto, podem e devem ser trabalhadas, ainda que de maneira implícita ou informal, desde os primeiros anos de escolarização;
- O longo período histórico que a humanidade percorreu para chegar à formalização do conceito de Função indica a importância de explorar esse conceito no decorrer do processo escolar. Assim, defende-se a importância de as ideias-base de Função serem desenvolvidas por estudantes desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, para que possam ser aprimoradas no decorrer da escolarização, ser formalmente oficializadas no 9º ano do Ensino Fundamental e aprofundadas na 1ª série do Ensino Médio;
- A BNCC (BRASIL, 2018) recomenda que a noção intuitiva de Função seja desenvolvida por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas desde os Anos Iniciais;
- Além da proporcionalidade e da correspondência, as ideias-base de Função – aquelas que podem ser contempladas em todas as Funções, ou seja, variável, dependência, regularidade e generalização – podem ser desenvolvidas e manifestadas pelos estudantes desde os Anos Iniciais (TINOCO, 2002; PAVAN, 2010; RODRIGUES, 2021; SILVA, 2021; DEZILIO, 2022);

- As pesquisas realizadas por Pavan (2010), Rodrigues (2021), Silva, L. Del C. P. da (2021) e Dezilio (2022) ocorreram com o 5º ano do Ensino Fundamental, o que diverge dessa pesquisa, que aconteceu com os estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental;
- Existem poucas pesquisas envolvendo situação mista (problema misto) nos Anos Iniciais. Por meio da pesquisa realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, não foi encontrada nenhuma pesquisa envolvendo estudantes do 2º Ano do Ensino Fundamental;
- Alguns países, tais como Austrália, Estados Unidos, Nova Zelândia, Portugal e Singapura, valorizam a formação inicial da Álgebra desde a Educação Infantil (VIEIRA; MAGINA, 2021). Schliemann *et al.* (2013) indicam que iniciar o ensino da Álgebra por meio de uma abordagem funcional possibilita que os estudantes aprendam representações algébricas e procedimentos.

Os aspectos elencados justificam e asseguram o diferencial da presente pesquisa diante dos demais estudos já realizados e identificados pela pesquisadora desta dissertação. A partir das justificativas, apresenta-se, no Capítulo 2, a fundamentação teórica que sustenta esta investigação, a saber: a Teoria dos Campos Conceituais, Campo Conceitual Aditivo, Campo Conceitual Multiplicativo e Situações Mistas, que foram basilares para a elaboração do instrumento de pesquisa e da análise dos dados.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são apresentados os elementos da Teoria dos Campos Conceituais. Para tanto, o capítulo está organizado em seções que contêm: aspectos gerais da teoria; elementos principais que sustentam a teoria e o desenvolvimento da pesquisa; os campos conceituais aditivo e multiplicativo; e as situações mistas e as respectivas classificações. Por fim, discute-se e se exemplifica a classe de problema misto Proporção Simples e Transformação de medidas, foco da elaboração do instrumento de pesquisa.

### 2.1 Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi desenvolvida pelo psicólogo e educador matemático francês Gérard Vergnaud, a partir da década de 1970, com o intuito de explicitar como as crianças e os adolescentes adquirem e desenvolvem conceitos. A referida teoria é definida por Vergnaud (1996a, p. 155) como “uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que relevam das ciências e das técnicas”.

Dentre as diversas contribuições da TCC para a Didática da Matemática, consta o auxílio a pesquisadores e a professores para compreender a elaboração e o desenvolvimento de conceitos matemáticos por parte dos estudantes por meio das estratégias de ação (MAGINA *et al.*, 2008).

Além disso, a TCC propõe “[...] uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por ‘conhecimentos’, tanto as habilidades quanto as informações expressas” (VERGNAUD, 1993, p. 1). Filiações, pois as competências novas se apoiam, de certo modo, nas competências já obtidas. Rupturas, porque, em certas ocasiões, a tomada de consciência basilar à formação de uma nova competência exige que o estudante rompa com os modos de agir e de pensar de anteriormente (VERGNAUD, 2011).

Os conhecimentos são os saberes expressos pelo estudante (VERGNAUD, 1996b), cujo domínio requer tempo e ocorre por meio da experiência e da aprendizagem. Por isso, é necessário que o professor apresente vários tipos de situações em sala de aula, pois essa

diversidade contribuirá para que o estudante compreenda e construa os significados dos conceitos matemáticos (VERGNAUD, 2009a).

Para essa teoria, que busca explicitar o processo de conceitualização progressiva da criança em diferentes competências do pensamento, os conceitos estão conectados em redes complexas, a partir de situações que os relacionam (VERGNAUD, 2009a). Isso significa que nem um conceito isolado, nem uma situação sozinha consegue dar conta do processo de aquisição de um saber (MAGINA *et al.*, 2008).

De acordo com a TCC, os conhecimentos estão organizados em campos conceituais (VERGNAUD, 1996b), isto é, em “grandes conjuntos de situações, cuja análise e tratamento requerem diversos tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, que estão conectados entre si” (VERGNAUD, 1993, p. 1).

Inspirado em Piaget e Vygotsky, Vergnaud (2019) definiu um campo conceitual como uma teoria de conjuntos:

1. O conjunto de situações, cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, esquemas e representações simbólicas em estreita conexão.
2. O conjunto dos conceitos que contribuem para o domínio dessas situações.
3. O conjunto de formas linguísticas e simbólicas que permitem expressar os objetos de pensamento e as conceitualizações implícitas ou explícitas nessas situações (VERGNAUD, 2019, p. 12).

Desse modo, Vergnaud (1996b) considera fundamental o desenvolvimento de um campo conceitual, pois compreende que um conceito não se constrói por meio de uma única classe de situações. Além disso, uma situação, por mais simples que seja, envolve diversos conceitos.

Segundo Vergnaud (1990), a definição de conceito ultrapassa a ideia de significado, visto que “um conceito não pode ser reduzido à sua definição se estamos interessados na sua aprendizagem e no seu ensino. É por meio de situações e de problemas que um conceito adquire sentido para o aluno” (VERGNAUD, 1990, p. 135).

Na TCC, o conceito é formado por uma tríade de conjunto, isto é: por situações (S) ou referentes que dão sentido ao conceito; por invariantes (I) nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (o significado); e por representações simbólicas (R) ou significantes.

A TCC considera a situação no sentido de tarefa. “A ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer” (VERGNAUD, 1996a, p. 167). Uma “situação complexa” é

composta por uma combinação de tarefas. A complexidade de uma tarefa depende do contexto, da forma como as informações estão estruturadas e, ainda, de como são apresentadas (VERGNAUD, 1983). Desse modo, os “processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com as quais ele se confronta” (VERGNAUD, 1996a, p. 171). Há duas classes de situações (VERGNAUD, 1996a, p. 156):

- 1) classe de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
- 2) classe de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso.

Na primeira classe de situação, o estudante dispõe de condutas automatizadas e de competências suficientes para resolver o problema. Já na segunda classe, o estudante não tem as competências necessárias para resolver a situação e, por isso, os conhecimentos dele precisam ser “acomodados, descombinados e recombinaados”, o que requer um longo tempo e maturidade para que possam ser compreendidos (VERGNAUD, 1993, p. 2).

Sendo assim, o conjunto de situações é considerado a porta de entrada para a formação de um campo conceitual e envolve duas ideias principais: a de variedade e a de história:

- 1- A ideia de variedade: existe uma grande variedade de situações num dado conceptual, e as variáveis de situações são um meio de gerar de forma sistemática o conjunto de classe possíveis;
- 2- A ideia de história: os conhecimentos dos alunos são formados pelas situações com que eles deparam e que progressivamente dominaram, nomeadamente pelas primeiras situações susceptíveis de dar sentido aos conceitos e aos procedimentos que se pretende ensinar-lhes (VERGNAUD, 1996a, p. 171).

O estudante, para lidar com uma determinada situação, possui “vários tipos de conhecimentos para identificar os objetos e suas relações e definir, a partir disso, objetivos e regras de conduta pertinentes” (VERGNAUD, 2009b, p. 23). Esses conhecimentos-em-ação, conhecimentos implícitos ou invariantes operatórios, junto com os objetivos, as regras-em-ação ou de conduta e, ainda, as inferências ou os raciocínios, são os elementos que formam os esquemas (VERGNAUD, 1993).

Um esquema é a “organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações” (VERGNAUD, 2009b, p. 21), ou seja, “a forma como a pessoa (o aluno)

organiza seus invariantes de ação” (conhecimentos implícitos), “ao lidar com um conjunto de situações análogas” (MAGINA *et al.*, 2008, p. 12). Ele inclui:

- 1 um objetivo ou vários
- 2 regras de ação; de tomada de informação e de controle
- 3 invariantes operatórios: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação
- 4 possibilidades de inferência (VERGNAUD, 2019, p. 7).

O conceito de esquema é essencial, porque ele designa formas de organização da atividade para as classes de situações bem identificadas e circunscritas (VERGNAUD, 2011). O funcionamento cognitivo do estudante apresenta operações que automatizam progressivamente e condutas conscientes que possibilitam a consideração de valores particulares das variáveis de situações. A automatização é uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação. O professor/pesquisador deve considerar as diversas condutas e de esquema para interpretar em que consiste, do ponto de vista cognitivo, determinado conceito (VERGNAUD, 1996a).

Todavia, há muito implícito nos esquemas. Isso, porque a criança pode não conseguir explicitar as regras-em-ação ou de conduta necessárias para realizar, por exemplo, uma adição de números inteiros, mas pode ser capaz de executar a sequência de ações necessárias para a realização da operação. A criança pode não conseguir explicar verbalmente que é preciso iniciar a adição pela coluna das unidades e continuar pela coluna das dezenas, das centenas etc.; ou explicar que, se a soma dos números da coluna das unidades for inferior a dez, deve-se registrar o valor sob a linha do total, mas, se for superior a dez, deve-se escrever o valor das unidades sob o valor da linha do total e transportar a dezena para a coluna situada à esquerda (VERGNAUD, 1993). A confiabilidade do esquema para o sujeito se assenta no conhecimento, explícito ou implícito, que ele tem acerca das relações entre o algoritmo e as características da situação a resolver (VERGNAUD, 1996a).

É por meio dos esquemas que os estudantes organizam os próprios invariantes operatórios para lidar com uma classe de situações (MAGINA *et al.*, 2008), ou seja, os invariantes operatórios são os componentes cognitivos primordiais dos esquemas (SANTOS, 2015), isto é, são os conhecimentos que descrevem a conduta da pessoa. Esses conhecimentos não são necessariamente explícitos, nem explicitáveis, tampouco mesmo conscientes. É implícita a maioria dos conhecimentos relacionados aos esquemas de ação do estudante e, por

isso, o estudante consegue resolver um problema, mas não sabe explicar como chegou ao resultado (VERGNAUD, 1996a).

Existem três tipos lógicos de invariantes: do tipo proposição, do tipo função proposicional e do tipo argumento. Os invariantes do tipo proposição são aqueles que um determinado domínio pode ser tido como verdadeiro ou falso. Os teoremas-em-ação são invariantes desse tipo. Segue, como exemplo, a seguinte afirmação: *a operação de multiplicação equivale à soma sucessiva de parcelas iguais que sempre aumentam*. Essa afirmação é verdadeira para o conjunto dos números naturais. No entanto, para os números inteiros ou para os números racionais, nem sempre o produto aumenta, tornando a afirmação anterior falsa. Sendo assim, os teoremas-em-ação são teoremas implícitos e têm validade local, isto é, são verdadeiros apenas para um conjunto de situações (VERGNAUD, 1996a).

Os invariantes operatórios do tipo função proposicional são os conceitos-em-ação. Diferentemente dos invariantes do tipo proposição, as funções proposicionais são conceitos implícitos, considerados pertinentes ou não pertinentes na ação em situação. Segue, como exemplo, a seguinte situação: *Paula tinha 18 bombons. Ela ganhou mais alguns de sua mãe e ficou com 25. Quantos bombons Paula ganhou?* Nesse problema, o conceito-em-ação “ganhar” pode ser interpretado pela criança como sinônimo de acréscimo. Portanto, para a criança resolver a situação, ela fará uma operação de adição. Contudo, esse conceito não pode ser considerado pertinente na ação em situação (VERGNAUD, 1996a).

Existe uma relação dialética entre os invariantes proposicionais e as funções proposicionais: os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação se constroem em estreita interação. Entre as funções proposicionais, existem funções com um argumento (as propriedades), funções com dois argumentos (as relações binárias), funções com três argumentos (as relações ternárias), funções com quatro argumentos (como a proporcionalidade) e funções com mais de quatro argumentos (VERGNAUD, 1996a).

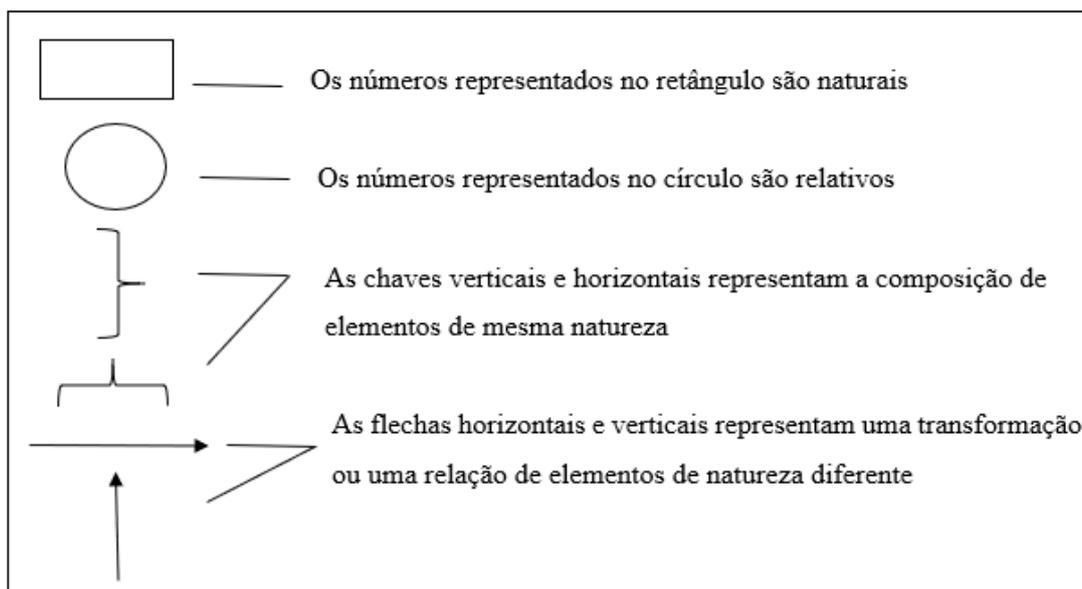
Os invariantes do tipo argumento têm relação com a função proposicional, pois são um argumento de valores particulares. Na Matemática, é possível encontrar argumentos do tipo objetos materiais (a bola está fora do campo), personagens (Maria é mais baixa que João), números ( $5 - 2 = 3$ ), relações (“maior que” é uma relação assimétrica) e proposições (“3 é um divisor de 12” é a recíproca de “12 é um múltiplo de 3”). Logo, as funções proposicionais podem se transformar em argumentos (VERGNAUD, 1996a).

Os conceitos e os teoremas explícitos constituem somente a parte visível do iceberg da conceitualização. Sem os invariantes operatórios, ou seja, a parte escondida, a parte visível nada

seria (VERGNAUD, 1996a). Tornar explícito pode ser um dos papéis fundamentais do ensino, já que é esse espaço (professor – situação – estudante) que “se constitui como um terreno fértil para explicitá-los e, progressivamente, torná-los teoremas e conceitos científicos, como preconiza Vergnaud, o que pode levar um longo período de tempo” (SANTOS, 2015, p. 95). A ação operatória de um conceito deve ser analisada por meio de variadas situações (VERGNAUD, 1996a).

Linguagem e símbolos são fundamentais para representar as situações. A linguagem propicia a comunicação, auxilia o pensamento e organiza a ação (VERGNAUD, 1996a). Os símbolos correspondem à parte visível dos conceitos (VERGNAUD, 2009a). Símbolos, como retângulos, círculos e flechas, permitem representar, por exemplo, um estado inicial, uma transformação e um estado final. O retângulo representa uma medida sempre positiva (VERGNAUD, 1996a). O círculo representa uma transformação, que pode ser positiva ou negativa (VERGNAUD, 2011). As chaves representam a composição de duas medidas ou de dois estados relativos. As flechas indicam transformações ou relações (VERGNAUD, 2009a).

**Quadro 8** – Símbolos utilizados na representação dos esquemas



Fonte: Vergnaud (2009a).

Para compreender o desenvolvimento das conceitualizações, é preciso tomar, como objetos de estudo, os conjuntos de situações e os conjuntos de conceitos, ou seja, os campos conceituais. Atribui-se destaque às pesquisas de Vergnaud em dois campos conceituais: o das

estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. Contudo, a Teoria dos Campos Conceituais não é específica para a Matemática, tampouco para esses dois campos (VERGNAUD, 2009a).

Os campos conceituais das estruturas aditiva e multiplicativa são a base para o desenvolvimento do instrumento desta pesquisa. Por esse motivo, eles são explicitados nas próximas seções.

## **2.2 Campo conceitual das estruturas aditivas**

O campo conceitual aditivo é formado pelo conjunto de situações que envolvem uma adição, uma subtração ou uma combinação dessas duas operações e, concomitantemente, pelo conjunto de teoremas e conceitos que propiciam a análise dessas situações como problemas aritméticos (VERGNAUD, 1996b). Fazem parte desse campo conceitual vários conceitos, como:

[...] de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (perder ou gastar certa quantia), de relação de comparação quantificada (ter bombons, ou três anos mais que), de composição binária de medidas (quanto no total?), de composição de transformações e relações, de operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo, de abscissa, de deslocamento orientado e quantificado (VERGNAUD, 1993, p. 9).

As situações do campo conceitual aditivo são formadas por relações ternárias que, combinadas de diversos modos, formam seis categorias de situações: composição de duas medidas em uma terceira medida; transformação de uma medida inicial em uma medida final; relação de comparação entre duas medidas; composição de duas transformações; transformação de uma relação ou de um estado relativo; e composição de duas relações ou de dois estados relativos. Em cada categoria, existem classes com diferentes graus de dificuldade em função das ordens, da apresentação explícita ou implícita das informações, da dimensão absoluta ou relativa dos números e do conteúdo e das relações inseridos nas situações (VERGNAUD, 2009a). A distinção entre as diferentes classes de problemas se baseia em estudos do ramo da Matemática e em estudos do ramo da Psicologia (VERGNAUD, 1993).

Na primeira categoria de composição de medidas, há duas classes de situações: a primeira classe, que deve ser resolvida por meio de uma adição em que são conhecidas duas medidas elementares (partes) e é preciso encontrar o todo; e a segunda classe, que precisa ser resolvida pela subtração ou pelo procedimento denominado “complemento”, em que são

conhecidos o todo e uma das medidas elementares, e é solicitada a outra medida ou parte do todo (VERGNAUD, 2009a).

**Tabela 1** – Exemplos de situações aditivas da primeira categoria

Classe de situações	Exemplos	Representações do esquema
<b>Busca do todo</b>	Maria foi à feira e comprou 10 laranjas e 8 maçãs. Quantas frutas ela comprou no total?	
<b>Busca da medida elementar</b>	João comprou 14 frutas, 8 goiabas e o resto peras. Quantas peras João comprou?	

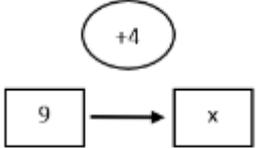
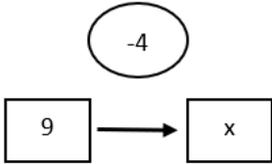
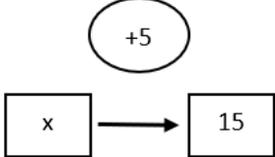
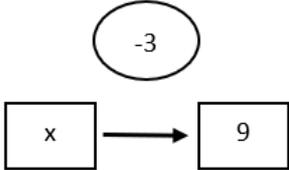
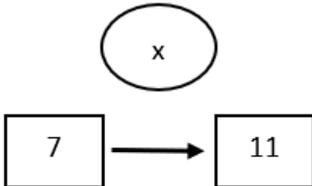
Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a).

A segunda categoria de situações envolve a transformação de uma medida positiva ou negativa que resulta em outra. Nessa categoria, é possível formar seis classes de situações: busca do estado final de uma transformação positiva ou negativa, busca do estado inicial de uma transformação positiva ou negativa e busca do valor de uma transformação positiva ou negativa. Os números relacionados a essa categoria são os naturais, os relativos e os decimais (VERGNAUD, 2009a).

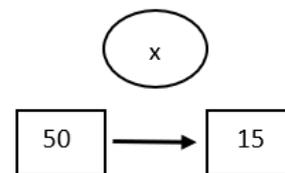
As duas classes, “busca do estado final de uma transformação positiva (acrécimo)” e “busca do estado final de uma transformação negativa (diminuição)”, são as mais simples dessa segunda categoria, pois requerem a realização de uma transformação direta (positiva ou negativa) no estado inicial. As situações de “busca do estado inicial de uma transformação positiva” e “busca do estado inicial de uma transformação negativa” são as mais complexas da segunda categoria, pois a solução, em todos os casos, implica na “inversão da transformação

direta e o cálculo do estado inicial pela aplicação ao estado final desta transformação inversa” (VERGNAUD, 2014, p. 211).

**Tabela 2** – Exemplos de situações aditivas da segunda categoria

Classe de situações	Exemplos	Representações do esquema
<b>Busca do estado final de uma transformação positiva</b>	Luísa tinha 9 bonecas. Em seu aniversário ela ganhou 4 bonecas. Quantas bonecas ela tem agora?	
<b>Busca do estado final de uma transformação negativa</b>	Carlos tem 8 carrinhos. Ele deu 4 para seu primo. Com quantos carrinhos ele ficou?	
<b>Busca do estado inicial de uma transformação positiva</b>	Pedro ganhou de seu tio 5 figurinhas e ficou com 15 figurinhas. Quantas figurinhas, Pedro tinha antes de ganhar as figurinhas de seu tio?	
<b>Busca do estado inicial de uma transformação negativa</b>	Isadora perdeu 3 lápis de cor e ficou com 9 lápis de cor. Quantos lápis de cor Isadora tinha antes de perder alguns lápis?	
<b>Busca do valor da transformação positiva</b>	Guto tinha 7 motinhas de brinquedo. Em seu aniversário ele ganhou algumas e ficou com 11 motinhas. Quantas motinhas Guto ganhou em seu aniversário?	

**Busca do valor da transformação negativa** Leila foi ao shopping com 50 reais e comprou um chinelo e recebeu 15 reais de troco. Quanto custou o chinelo que Leila comprou?



Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a)

A terceira categoria de situações do campo aditivo é formada por problemas que envolvem uma relação entre duas medidas. Os números relacionados a essa categoria são os naturais e os relativos. Há três classes de problemas nessa categoria: a busca do referido, a busca do referente e a relação desconhecida. Na busca do referido, a criança deve partir do valor dado (referente) e somar ou diminuir um valor (relação entre os dois grupos) para obter o valor do outro grupo (VERGNAUD, 2009a).

Nas situações de “busca do referente”, são conhecidas uma das medidas (referido) e a relação (positiva ou negativa). É preciso calcular a quantidade do referente. Nas situações de busca do valor da “relação”, são conhecidas as medidas (referido e referente), mas não a relação (positiva ou negativa) (VERGNAUD, 2009a).

**Tabela 3** – Exemplos de situações aditivas da terceira categoria

<b>Classe de situações</b>	<b>Exemplos</b>	<b>Representações do esquema</b>
<b>Busca do referido</b>	Isabel tem 13 bolinhas de gude. Paula tem 3 a menos que Isabel. Quantas bolinhas de gude Paula tem?	
<b>Busca do referente</b>	José tem algumas bolinhas de gude. Caio tem 5 a mais que José, totalizando 16 bolinhas de gude.	

	Quantas bolinhas de gude José tem?	
<b>Relação desconhecida</b>	Felipe tem 15 bolinhas de gude. Seu primo tem 19 bolinhas de gude. Quem tem mais bolinhas de gude? Quantas a mais?	

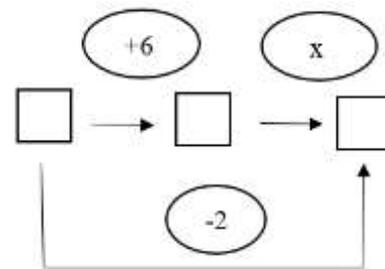
Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a)

Na quarta categoria de situações aditivas, ocorre a composição de duas transformações (positivas e/ou negativas) para resultar em outra transformação. Duas classes de situações podem ser observadas nessa categoria: a primeira, em que são conhecidas duas transformações elementares e deve ser encontrado o todo; a segunda, em que são conhecidos o todo e uma das transformações elementares, e é preciso calcular a outra transformação (VERGNAUD, 2009a).

**Tabela 4** – Exemplos de situações aditivas da quarta categoria

Classe de situações	Exemplos	Representações do esquema
<b>Busca do todo</b>	Hoje pela manhã, papai gastou R\$ 23,00 no mercado. À tarde, ele gastou R\$ 45,00 no açougue. Quanto papai gastou hoje?	

**Busca de uma das transformações elementares** Paulo jogou duas partidas de videogame. Na primeira partida, ele ganhou 6 pontos. Após jogar a segunda partida, ele percebeu que perdeu ao todo 2 pontos. O que aconteceu na segunda partida?



Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a).

A quinta categoria de situações aditivas trata da transformação realizada sobre uma relação (estado relativo) para resultar em outro estado relativo (VERGNAUD, 2009a).

**Tabela 5** – Exemplos de situações aditivas da quinta categoria

Classe de situações	Exemplo	Representação do esquema
<b>Busca do estado relativo</b>	Luiza devia 8 reais para Lorenzo. Ela devolveu 4 reais para o amigo. Quantos reais Luiza ainda precisa devolver para Lorenzo?	

Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a).

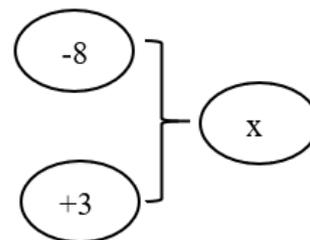
A sexta categoria das situações aditivas é formada por situações em que a composição de dois estados relativos resulta em outro estado relativo. Os problemas são semelhantes aos da quarta categoria, que envolvem a composição de transformações, e não de relações (VERGNAUD, 2009a).

**Tabela 6** – Exemplos de situações aditivas da sexta categoria

Classe de situações	Exemplo	Representação do esquema
---------------------	---------	--------------------------

---

**Busca do estado relativo** André deve 8 figurinhas para Eduardo, mas Eduardo também deve 3 figurinhas para André. Quantas figurinhas André ainda deve pagar para Eduardo?



---

Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a).

Para que o estudante desenvolva uma compreensão completa do campo aditivo, é necessário um longo período, ou seja, é preciso que os professores trabalhem, de forma organizada e com intencionalidade durante todo Ensino Fundamental, situações de adição e subtração com o estudante (BRASIL, 1997). É preciso apresentar para o estudante todas as categorias de situações, com diferentes valores numéricos e distintos tipos de enunciados, a fim de não repetir as situações que requerem do estudante o mesmo raciocínio (MAGINA *et al.*, 2008).

Magina *et al.* (2008), a partir de uma pesquisa realizada com 782 estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da rede estadual de São Paulo, verificaram que as situações aditivas podem ser hierarquizadas conforme o grau de complexidade cognitiva exigido do sujeito para resolvê-las.

**Figura 2** – Hierarquização das situações aditivas

	Tipo de situação-problema		
	Composição	Transformação	Comparação
Protótipo	<p>Tudo desconhecido</p>	<p>Estado Final Desconhecido</p>	
1ª extensão	<p>Parte desconhecido (Problema com inversão)</p>	<p>Transformação desconhecida</p>	
2ª extensão			<p>Referido Desconhecido</p>
3ª extensão			<p>Relação Desconhecida</p>
4ª extensão (inversão)		<p>Estado Inicial Desconhecido (problema com inversão)</p>	<p>Referente Desconhecido (problema com inversão)</p>

Fonte: Magina *et. al.* (2008, p. 51).

As situações consideradas mais simples, isto é, que envolvem a ideia de juntar quantidades, cujos valores já são conhecidos, são chamadas “protótipo 1”. As primeiras experiências das crianças com essa situação antecedem o 1º ano do Ensino Fundamental. O raciocínio que elas utilizam para a resolução desse tipo de situação está associado ao processo de contagem e ocorre de modo intuitivo, tendo sido formado sem o aluno perceber, de forma “espontânea” (MAGINA *et al.*, 2008).

São denominadas “protótipo 2”, as situações de transformação, que requerem a busca do estado final. As primeiras experiências da criança com esse tipo de situação também ocorrem antes do ingresso da escola, a partir de experiência do dia a dia. As demais situações são consideradas extensões das estruturas aditivas e, geralmente, não ocorrem de forma espontânea pelo estudante. É preciso que o professor trabalhe sistematicamente em sala de aula diversas situações para a ampliação e o desenvolvimento dos estudantes nesse campo conceitual.

As situações de “primeira extensão” são problemas de transformação com o valor da transformação desconhecida. O grau de dificuldade desse tipo de situação está relacionado aos valores atribuídos ao estado inicial e ao estado final e pode estar relacionado ao uso de palavras-chave que podem levar o estudante a uma incompreensão. Por exemplo: *Ana tinha 15 balas. Ela ganhou mais algumas de sua tia e ficou com 23. Quantas balas Ana ganhou?* Nessa situação, o uso da palavra-chave “ganhou”, por exemplo, pode conduzir o estudante a não utilizar o cálculo relacional, utilizando direto a adição. As palavras-chave têm contribuído para a formação de conceitos-em-ação que prejudicam a interpretação dos problemas, pois levam o estudante a acreditar que, por exemplo, “ganhar” sempre indica acréscimo. As situações de composição, com a busca de uma das medidas elementares a partir do conhecimento do todo e da outra medida, também faz parte da “primeira extensão”. A resolução desse tipo de problema envolve a operação de subtração, mas os estudantes costumam resolver utilizando o procedimento de complemento (MAGINA *et al.*, 2008).

As situações de “segunda extensão” envolvem a comparação de relações, cujo “referente” e a “relação” são dados: o estudante deve partir do valor conhecido do grupo de referência (referente), somar ou subtrair um valor (relação entre os dois grupos) e obter o valor do outro grupo, isto é, do referido (MAGINA *et al.*, 2008).

As situações de comparação de relações em que grupos são conhecidos e a relação é desconhecida são denominadas situações de “terceira extensão”. Nesse tipo de problema, geralmente, para a criança, não fica explícito quem é o referente e quem é o referido. O estudante, para resolver esse tipo de situação, pode subtrair o valor de um dos grupos pelo outro ou utilizar o procedimento de complemento, “completando o grupo com a quantidade menor até obter a mesma quantidade do outro grupo” (MAGINA *et al.*, 2008, p. 44).

Por fim, as situações de “quarta extensão” são as consideradas mais complexas por Magina *et al.* (2008), porque requerem a realização de uma operação inversa. Nessas situações, é necessário buscar o estado inicial de uma transformação. A complexidade desse tipo de problema reside no fato de o “estado inicial ser desconhecido”, o que “faz com que, muitas vezes, o aluno não saiba por onde iniciar a resolução do problema, dificultando, assim a sua sistematização e conseqüentemente, a obtenção da resposta correta” (MAGINA *et al.*, 2008, p. 48). Os problemas que buscam o referente de uma comparação também fazem parte dos problemas de “quarta extensão”.

Após uma breve discussão sobre a estrutura aditiva, na próxima seção, apresenta-se a estrutura multiplicativa.

### 2.3 Campo conceitual das estruturas multiplicativas

A formação dos conceitos e o desenvolvimento dos raciocínios pertencentes ao campo das estruturas multiplicativas requerem a transição das estruturas aditivas para as multiplicativas. No entanto, esse movimento nem sempre ocorre de forma natural para os estudantes (GITIRANA *et al.*, 2014; VERGNAUD, 1993, 1996a, 2009a). Dentre as operações de adição e multiplicação, existe uma continuidade em termos de estrutura. Todavia, no tocante aos significados, há uma descontinuidade. Desse modo, é fundamental propor situações que permitam explicitar tanto as filiações quanto as rupturas que existem entre essas duas estruturas. Estudar a multiplicação como a soma de parcelas iguais pode gerar problemas, por exemplo, na compreensão da propriedade comutativa da multiplicação (GITIRANA *et al.*, 2014).

Os raciocínios aditivo e o multiplicativo têm origens diferentes. O raciocínio aditivo envolve as ações de juntar, separar e colocar em correspondência um a um. Já o raciocínio multiplicativo envolve as ações de distribuir, dividir e colocar em correspondência um a muitos. O conceito de multiplicação também não é de adição repetida: o cálculo pode ser feito por adição repetida de parcelas. Contudo, o conceito é caracterizado por duas variáveis em uma relação fixa, uma com a outra (NUNES *et al.*, 2009).

O campo conceitual multiplicativo ou das estruturas multiplicativas é, ao mesmo tempo, o conjunto de situações cujo tratamento requer uma ou várias multiplicações e/ou de divisões e o conjunto de conceitos e de teoremas que possibilitam analisar essas situações. Fazem parte desse campo, os conceitos de: “proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, razão direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, número racional, múltiplo, divisor etc.” (VERGNAUD, 1993, p. 10).

O raciocínio multiplicativo, por mais simples que seja, envolve duas ou mais variáveis em uma relação fixa entre si. Por esse motivo, considera-se que o raciocínio multiplicativo constitui a base para a compreensão das crianças das relações proporcionais e das funções lineares (VERGNAUD, 1983).

O campo conceitual multiplicativo, segundo Vergnaud (2009a), pode ser formado por relações ternárias ou quaternárias entre objetos distintos. As relações ternárias são tratadas como a relação entre dois elementos de mesma natureza ou grandeza que se compõem para formar um terceiro elemento (SANTOS, 2015). Um exemplo: *a biblioteca da escola tem 6 m de comprimento e 4 m de largura. Qual é a área da biblioteca da escola?* No exemplo apresentado, os dois elementos (comprimento e largura) estão ligados por uma relação

multiplicativa que resultará no total da área da biblioteca da escola. No plano numérico, temos,  $x = 6 \times 4$  e, no plano dimensional,  $x \text{ área} = 6m \text{ comprimento} \times 4m \text{ largura}$ .

As relações quaternárias são tratadas entre dois elementos de natureza diferentes. Às vezes, a resolução de algumas situações quaternárias se apoia em uma relação ternária. Por exemplo: *um pacote de bolacha custa R\$ 3,00. Quanto pagarei, se comprar quatro pacotes de bolacha?* A resolução dessa situação no plano numérico pode ser representada da seguinte forma:  $a \times b = c$  ( $4 \times 3 = 12$ ). No entanto, está implícita, nessa situação, uma relação quaternária entre duas quantidades de natureza diferentes (preço e pacote de bolacha). As relações quaternárias propiciam aos estudantes entender o porquê de se multiplicar uma quantidade pela outra (pacote de bolacha e valor). O resultado é expresso em uma quantidade, nesse caso, em real, e não em pacotes de bolacha. As relações quaternárias têm, frequentemente, dois conjuntos de referência e a correspondência entre eles (VERGNAUD, 2009a). Além disso, segundo Santos (2015, p. 106-107), essas relações ampliam “os procedimentos de resolução podendo pensar no fator escalar como estratégia, ou ainda, no fator funcional (conhecimento de base que é central para o trabalho com as funções nos anos mais avançados da escolaridade)”.

As relações ternárias são mais complexas. Sendo assim, “as relações de base mais simples não são as ternárias e, sim, quaternárias, visto que os mais simples problemas de multiplicação e divisão implicam a proporção simples de duas variáveis, uma em relação à outra” (VERGNAUD, 1993, p. 14).

Consideram-se três categorias de situações que envolvem as Relações Quaternárias: a primeira, *Proporção Simples (Isomorfismo de Medidas)*, com as seguintes classes: Multiplicação um para muitos, Cota, Partição e Muitos para muitos; a segunda, *Proporção dupla*; e a terceira, *Proporção Múltipla*, com as seguintes classes: Um para muitos e Muitos para muitos. Há duas categorias de situações que envolvem as Relações Ternárias: a primeira, *Produto de Medidas*, com as seguintes classes: Configuração retangular e Combinatória; e a segunda, *Comparação multiplicativa*, com as seguintes classes: Relação desconhecida, Referido ou Referente desconhecido.

Segundo Gitirana *et al.* (2014), para dominar o campo conceitual multiplicativo, o estudante precisa ser capaz de solucionar diversos tipos de situações. A cada classe de situação, inclui-se uma classificação relativa à complexidade de cada classe para o estudante. “Essa classificação busca propiciar ao professor um panorama das muitas situações multiplicativas com as quais podemos trabalhar e o que esperar dos alunos ao longo dos anos de escolaridade

no ensino fundamental” (GITIRANA *et al.*, 2014, p. 90-91). Na sequência, é apresentada cada classe da estrutura multiplicativa.

*Proporção Simples (Isomorfismo de Medidas)*

As situações denominadas Proporção Simples, ou Isomorfismo de Medidas, são modeladas por Função Linear e pertencem à categoria dos problemas que estabelecem proporções simples entre duas grandezas. “O isomorfismo das medidas é uma estrutura que consiste em uma proporção direta simples entre dois espaços de medida  $M_1$  e  $M_2$ ”<sup>16</sup> (VERGNAUD, 1983, p. 129, tradução nossa), ou seja, são relações quaternárias entre quatro quantidades. Duas quantidades são medidas de um tipo e as outras duas são medidas de outro tipo. Essas relações estão presentes no dia a dia e incluem: compartilhamento igual (pessoas e objetos), preço constante (bens e custo), velocidade uniforme ou média constante, velocidade (tempo e distância), dentre outros.

As situações da categoria Proporção Simples são situações que podem ser resolvidas considerando como procedimentos: a Multiplicação um para muitos; a divisão – por Partição ou em Cotas –, e a Muitos para muitos. As situações de Multiplicação um para muitos exigem a realização de uma multiplicação, que, geralmente, é ensinada inicialmente como adição de parcelas iguais. Nas situações de divisão por partição, são fornecidas as quantidades de duas grandezas distintas e é preciso calcular o valor unitário. Na divisão em cotas, o valor unitário é fornecido e é preciso calcular o número de unidades (VERGNAUD, 2009). As situações de Proporção Simples muitos para muitos a relação entre o valor da unidade de uma das grandezas em relação à outra grandeza não é explícita (MAGINA; LAUTERT; SANTOS, 2020).

**Tabela 7** – Exemplos de situações Proporção Simples - Isomorfismo de Medidas

<b>Classes de situações</b>	<b>Exemplos</b>	<b>Representações do esquema</b>
-----------------------------	-----------------	----------------------------------

<sup>16</sup> Citação original do texto “Multiplicative Structures”, de autoria de Vergnaud (1983, p. 129): “The isomorphism of measures is a structure that consists of a simple direct proportion between two measure-spaces  $M_1$  and  $M_2$ ”.

<b>Multiplicação um para muitos</b>	Uma caixa de giz de cera tem 5 giz. Quantos giz têm em 3 caixas?	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Caixa</th> <th>Giz</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>→ 5</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>→ x</td> </tr> </tbody> </table>	Caixa	Giz	1	→ 5	3	→ x
Caixa	Giz							
1	→ 5							
3	→ x							
<b>Partição</b>	Comprei 3 cadernos por R\$ 24,00. Quanto custa cada caderno?	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Cadernos</th> <th>Reais</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>→ x</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>→ 24</td> </tr> </tbody> </table>	Cadernos	Reais	1	→ x	3	→ 24
Cadernos	Reais							
1	→ x							
3	→ 24							
<b>Cota</b>	Bia tem R\$ 25,00 e quer comprar ingressos para brincar do parque de diversão. Cada ingresso custa R\$ 5,00. Quantos ingressos ela poderá comprar?	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Ingressos</th> <th>Reais</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>→ 5</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>→ 25</td> </tr> </tbody> </table>	Ingressos	Reais	1	→ 5	x	→ 25
Ingressos	Reais							
1	→ 5							
x	→ 25							
<b>Muitos para muitos</b>	Um atleta em 3 horas percorre 12 km. Quantos quilômetros ele percorrerá em 5 horas?	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Horas</th> <th>Quilômetros</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>→ 12</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>→ x</td> </tr> </tbody> </table>	Horas	Quilômetros	3	→ 12	5	→ x
Horas	Quilômetros							
3	→ 12							
5	→ x							

Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a).

### *Proporção Simples: Multiplicação um para muitos*

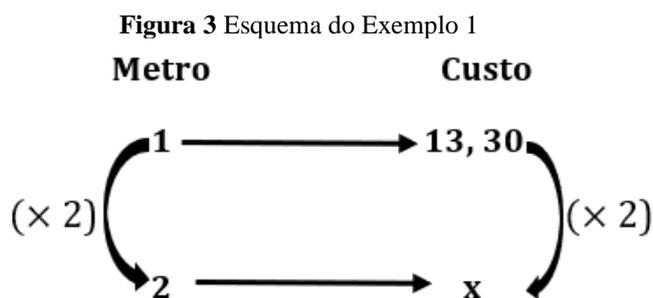
Consiste em uma relação de quatro termos. Na resolução, extrai-se uma relação de três termos por meio de uma relação unária ou por meio de uma lei binária de composição (VERGNAUD, 1983).

*Exemplo 1: Para fazer um vestido de festa junina, Luisa precisará de 2 metros de tecidos. Quanto ela gastará, sabendo que cada metro de tecido custa R\$ 13,30?*

A situação apresenta o valor de um metro de tecido e deseja saber o valor de 2 metros de tecido. Um possível esquema em ação poderia ser o apoio no campo conceitual aditivo, isto é,  $13,30 + 13,30$ . Outros esquemas em ação relacionam-se “[...] restritamente com o campo conceitual multiplicativo e podem se apresentar como um operador escalar ou um operador

funcional. Admitir esses outros esquemas de ação supõe admitir uma ruptura do campo conceitual aditivo com o conceitual multiplicativo” (SANTOS, 2015, p. 110).

No esquema da Figura 3, é possível verificar a propriedade fundamental da proporção entre as quantidades de mesma natureza com base no operador escalar, de acordo com Vergnaud (1983).



Fonte: Baseado em Vergnaud (1983).

Na Figura 3, constata-se duas grandezas: metro (m) e reais (R\$). Apesar de se tratar de uma relação de quatro termos, as crianças, especialmente, as dos Anos Iniciais, costumam ver apenas uma relação entre três termos. Por isso, é muito comum que, na resolução desse tipo de problema, as crianças apenas multipliquem  $2 \times 13,30$  ou  $13,30 \times 2$ , porém, se considerar as grandezas envolvidas, isto é, se for feita uma análise dimensional, será verificado que, ao se multiplicar metro por custo ou custo por metro, não se obtém o metro, pois existe uma relação unitária que já está explícita  $1 m \rightarrow R\$ 13,30$  (*horizontal*).

A partir dessa relação, é possível estabelecer o operador  $13,30 R\$/m$  ou uma terceira variável originada da relação com as duas primeiras  $R\$ - reais$  e  $m - metro$ , logo, uma covariação que pode ser representada por meio de tabelas e em termos funcionais na forma de um gráfico de uma Função Linear (NUNES; BRYANT, 1997).

No exemplo apresentado,  $f(x) = 13,30x$ , o operador funcional é igual a  $13,30$  e representa o coeficiente da Função Linear que tem como grandeza  $reais/metro$ . De acordo com Vergnaud (2009a), a multiplicação em que se aplica o operador funcional se associa à proporcionalidade, permitindo estender esse modelo para as situações multiplicativas com diferentes graus de complexidade e distintos campos numéricos.

É possível visualizar, na vertical da Figura 2, um operador (2) escalar que não tem dimensão, sendo uma razão de duas magnitudes do mesmo tipo. Desse modo, na vertical esquerda, têm-se:  $1 \times b = 2$ , que também corresponde ao operador escalar da direita, o que

propicia realizar o seguinte procedimento para a resolução:  $13,30 \times b \rightarrow 13,30 \times 2 = 26,60 \text{ reais}$ .

### *Proporção Simples: Divisão por Partição*

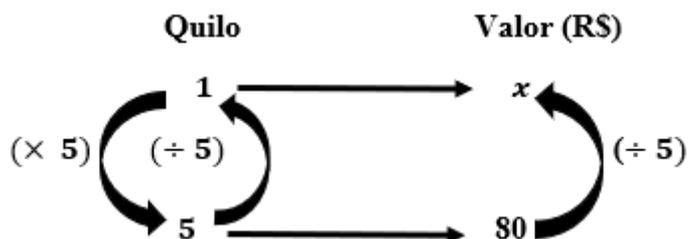
Na divisão por partição, é necessário determinar o valor unitário  $f(1)$ , conhecendo-se o elo de correspondência entre duas grandezas de natureza distintas, trazendo, na divisão, a ideia de repartir (VERGNAUD, 2009a). Estudos realizados por Gitirana *et al.* (2014) revelaram que essas situações são, na maioria das vezes, estudadas com maior ênfase na escola do que as envolvendo divisão por Cota.

O Exemplo 2, a seguir, exemplifica uma situação que envolve uma de divisão partitiva.

Exemplo 2: *Davi comprou 5 quilos de linguiça e gastou R\$80,00. Quanto custou cada quilo de linguiça?*

Se a estratégia escolhida for a análise escalar, constata-se que, para passar de uma linha a outra (Figura 4) na mesma categoria de medida, é preciso dividir por 5. Nesse caso, o número 5 não tem dimensão (operador-escalar).

**Figura 4** – Esquema da estratégia escalar do Exemplo 2



Fonte: Baseado em Santos (2015).

$$\frac{x \text{ reais}}{80 \text{ reais}} = \frac{1 \text{ quilo}}{5 \text{ quilos}}$$

Multiplicando os dois membros da equação por 80 *reais*, tem-se:

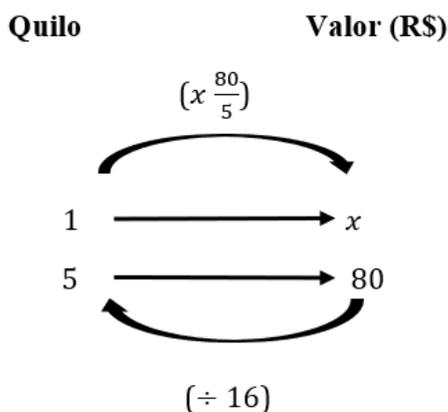
$$x \text{ reais} = \frac{1 \text{ quilo} \times 80 \text{ reais}}{5 \text{ quilos}}$$

$$x \text{ reais} = 16 \text{ reais}$$

O esquema da Figura 5 proporciona uma inversão mental a respeito do operador escalar em relação ao esquema do problema 1 (Figura 2). De acordo com Vergnaud (1983), compreender a inversão da relação  $\times 5$  (produto do operador escalar) para  $\div 5$  (quociente) é um processo complexo para os estudantes e é corriqueiro encontrar a resposta por meio de tentativa e erro.

No Exemplo 2, sabe-se o valor de duas medidas: o total de quilos é 5. Em relação ao valor total de quilos comprado é 80, referente ao valor pago (custo). Existe uma relação entre as medidas  $M1$ (quantidade total de linguiça, com grandeza em unidade) e  $M2$  (custo em reais), o que gera um operador que expressa o preço por quilo, podendo ser compreendido como operador funcional. Se for utilizada a estratégia funcional (Figura 5), verifica-se que o valor de linguiça por quilo é 16 (taxa). Na representação algébrica, a situação é dada por:  $f(x) = 16x$ , em que  $f(x)$  representa o valor total pago de linguiça e  $x$  a quantidade de quilos,  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ .

**Figura 5** – Esquema da estratégia funcional do Exemplo 2



Fonte: Baseado em Santos (2015).

$$x \text{ quilos} = 80 \text{ reais} \div 5 \text{ quilos}$$

$$x \text{ quilos} = 16 \text{ reais}$$

O número 16 apresenta-se como taxa de variação e a situação pode ser representada como sendo a Função Linear  $f(x) = 16x$ , em que  $f(x)$  representa o valor total a ser pago e  $x$  o valor de cada de quilo.

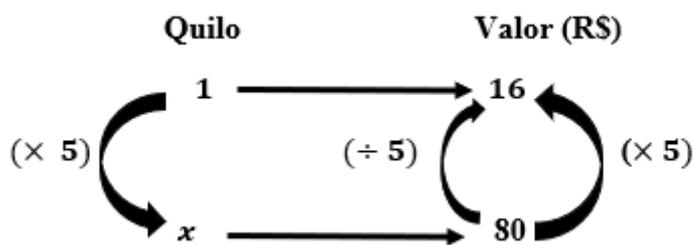
*Proporção Simples: Divisão por Cota*

As situações que envolvem a divisão por Cota apresentam grandezas de mesma natureza, assim como pode ser visto no Exemplo 3. Além disso, costumam ser consideradas mais complexas do que a divisão por partes, pois a inversão acontece no operador funcional, diferentemente da divisão por partes, que acontece em relação ao operador escalar.

Exemplo 3: *Davi pagou 16 reais em cada quilo de linguiça. Quantos quilos de linguiça Davi poderá comprar com 80 reais?*

Nessa situação, é apresentado o valor do quilo da linguiça e é perguntado o total de quilos que poderá ser comprado com o valor de 80 reais. As estratégias para a resolução dessa situação podem ser apoiadas tanto no operador escalar quanto no operador funcional. A seguir, é exposta a estratégia de resolução baseada no operador escalar, na qual é utilizada a propriedade da proporção entre as quantidades de mesma natureza.

Figura 6 – Esquema da estratégia escalar do Exemplo 3



Fonte: Baseado em Santos (2015).

$$\frac{x \text{ quilos}}{1 \text{ quilo}} = \frac{80 \text{ reais}}{16 \text{ reais}}$$

Multiplicando os dois membros da equação por “1 quilo”, tem-se:

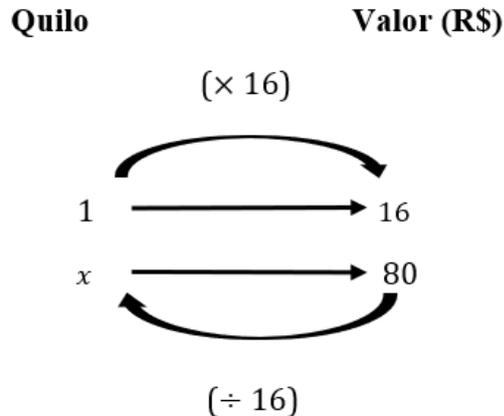
$$x \text{ quilos} = \frac{80 \text{ reais} \times 1 \text{ quilo}}{16 \text{ reais}}$$

$$x \text{ quilos} = 5 \text{ quilos}$$

Ao simplificar as quantidades de acordo com os respectivos termos, o número 5 não tem mais dimensão e se apresenta como a razão de duas quantidades de mesma natureza (valor/valor ou quilo/quilo).

Outra possível estratégia para esse exemplo é a utilização do operador funcional, o qual relaciona as duas quantidades (valor/quilo).

**Figura 7** – Esquema da estratégia funcional do Exemplo 3



Fonte: Baseado em Santos (2015).

$$x \text{ quilos} = 80 \text{ reais} : 16 \text{ reais}$$

$$x \text{ quilos} = 5 \text{ quilos}$$

Nesse caso, o número 16 se apresenta como a taxa de variação da Função Linear (quilo/valor). A situação pode ser apresentada por  $f(x) = 16x$ , em que  $f(x)$  representa o número total de quilos e  $x$  o valor do quilo.

Nesse sentido, conforme Vegnaud (1983), assim como na divisão por partição, nas situações de divisão por cota, o operador funcional, no caso ( $\times 16$ ) (produto), também é invertido, aplicando-se o operador ( $\div 16$ ) (quociente) à  $f(x)$  para obter  $x$ . Também é complexo esse tipo de inversão para o estudante, pois o operador inverso tem a dimensão inversa e, diversas vezes, o estudante prefere descobrir quantas vezes é necessário multiplicar por 16 ou opera com o procedimento escalar por adições sucessivas ( $16 + 16 + 16 + \dots$ ) até que se obtenha  $f(x)$ . Além disso, segundo Gitirana *et al.* (2014), muitas crianças, antes de conhecerem a multiplicação ou a divisão, realizam agrupamentos com as subtrações sucessivas para resolver esse tipo de problema ( $80 - 16 = 64$ ;  $64 - 16 = 48$ ;  $48 - 16 = 32 \dots$ ).

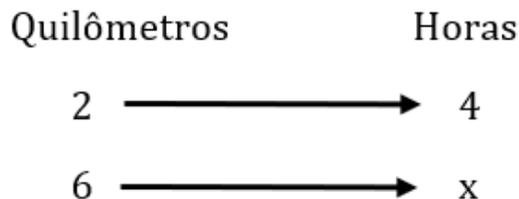
#### *Proporção Simples: Muitos para muitos*

As situações de Proporção Simples Muitos para muitos, requerem tanto a operação de multiplicação quanto a operação de divisão. Esse tipo de situação busca encontrar o valor da

segunda grandeza de mesma natureza. Contudo, o valor correspondente à unidade não é requerido, nem informado (MAGINA; LAUTERT; SANTOS, 2020).

Exemplo 4: *Maria demora 4 horas para andar 2 quilômetros. Quantas horas ela precisa para andar 6 quilômetros?*

**Figura 8** – Esquema da estratégia escalar do Exemplo 4



Fonte: Santos (2015).

$$2 \times x = 6 \times 4$$

$$x = \frac{24}{2}$$

$$x = 12$$

Esse tipo de situação se torna complexo quando as medidas das duas grandezas conhecidas não são múltiplas: retorna-se, portanto, ao Exemplo 4, com os valores 2 e 5 quilômetros. Nesse sentido, é comum o estudante encontrar o valor da unidade, como se resolvesse um problema de Partição. Ao encontrar o valor da unidade, ele resolve o problema como se fosse uma situação de Multiplicação um para muitos (GITIRANA *et al.*, 2014).

Ainda, há outras estratégias usadas pelos estudantes pequenos. Gitirana *et al.* (2014, p. 67-68) destacam, como estratégia, o teorema de preservação da soma. “De acordo com este teorema, em uma proporcionalidade a correspondente à soma de duas grandezas é a soma dos seus correspondentes”. Nesse caso, é possível que o estudante use o fato de que:

$$5 \text{ quilômetros} = 2 \text{ quilômetros} + 1 \text{ quilômetro} + 1 \text{ quilômetro}$$

E, portanto:

$$\begin{aligned}
 f(5 \text{ quilômetros}) &= f(2 \text{ quilômetros} + 1 \text{ quilômetro} + 1 \text{ quilômetro}) = \\
 &= f(2 \text{ quilômetros}) + f(1 \text{ quilômetro}) + f(1 \text{ quilômetro}) \\
 &= 4 \text{ horas} + 2 \text{ horas} + 2 \text{ horas} \\
 &= 8 \text{ horas}
 \end{aligned}$$

Outra estratégia muito comum de ser utilizada, especialmente pelos estudantes maiores, é a famosa “regra de três”. Segundo Gitirana *et al.* (2014), essa é uma estratégia bastante sintética, mas que deixa o estudante sem segurança no tocante ao significado da situação. Para compreender o significado da regra de três, basta se lembrar da razão que se mantém em uma proporcionalidade. “Observando-se a proporcionalidade, a razão entre duas grandezas de mesma natureza é igual a grandezas correspondentes. [...] A estratégia da regra de três, portanto, pauta-se no fato das razões serem iguais” (GITIRANA *et al.*, 2014, p. 69).

A regra de três utilizada pelo estudante sem a compreensão do significado dela é a responsável por diversos erros dos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, ao se depararem com as situações classificadas como de quarta proporcional, mas que são conhecidas como problemas de grandezas diretamente proporcionais (GITIRANA *et al.*, 2014).

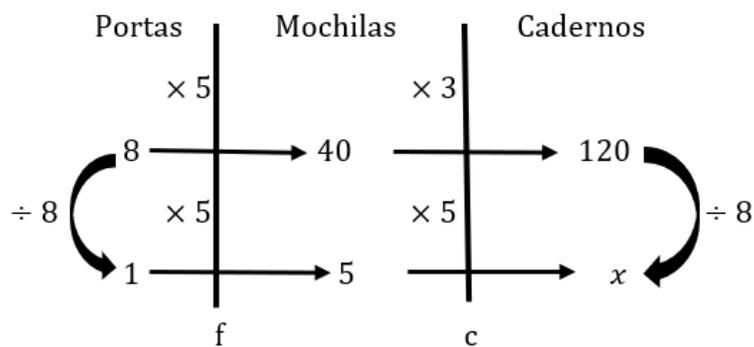
Desse modo, ao se introduzir um algoritmo, induz-se que o estudante crie um determinado esquema. Entretanto, é essencial ponderar, para que o estudante não o utilize de forma sintética, sem usar o raciocínio proporcional que a situação exige (LESH; POST; BEHR, 1998). É necessário que haja cautela por parte do estudante ao resolver esse tipo de situação, pois é preciso identificar, primeiramente, que há um terceiro valor relacionando duas quantidades (covariação) e que, dentro de uma mesma situação, não se varia para qualquer par de números (NUNES; BRYANT, 1997).

#### *Problemas do tipo proporção múltipla*

A proporção múltipla é a composição de duas proporções simples. Quando se modifica a quantidade de qualquer uma das grandezas, modificam-se todas as demais grandezas (GITIRANA *et al.*, 2014). Portanto, há uma relação de dependência entre todas as quantidades envolvidas. Nessa classe, podem-se envolver as subclasses: Um para muitos e Muitos para muitos (SANTOS, 2015). Além disso, nessa classe, a composição de duas proporções simples origina outra relação de proporcionalidade (VERGNAUD, 1996a), formando, desse modo, uma composição de Funções lineares (CASTRO, 2016), assim como é explicitado no Exemplo 6.

Exemplo 5: *Em um armário, há 8 portas. Em cada porta, há 5 mochilas e, em cada mochila, há 3 cadernos, totalizando 120 cadernos. Quantos cadernos há em cada porta?*

**Figura 9** – Esquema da estratégia do Exemplo 5



Fonte: Baseado em Santos (2015).

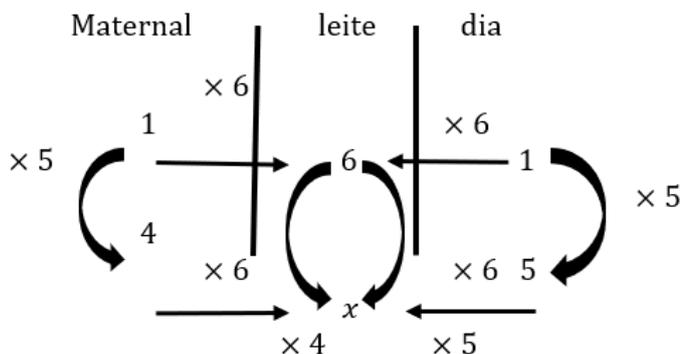
No esquema apresentado da Figura 9, visualiza-se que há covariação entre portas e mochilas, visto que, por meio do operador funcional, constata-se que há 5 mochilas por porta. A covariação também pode ser observada entre mochilas e cadernos, em que se verifica que tem 3 cadernos por mochila. Ainda, é possível relacionar portas e cadernos, o que se alcança ao multiplicar os operadores funcionais da Função.

#### *Problemas do tipo proporção dupla*

As situações de proporção dupla também contêm uma relação quaternária envolvendo mais de duas grandezas. São envolvidas mais de duas quantidades relacionadas duas a duas. O que diferencia essa classe é que a última medida é proporcional à primeira e à segunda medida, não tendo proporcionalidade entre a primeira e a segunda medida, tornando-as diferentes, e não dependentes.

Exemplo 6: *Em uma creche, a turma do maternal consome, por dia, 6 litros de leite. Quantos litros de leite serão consumidos por 4 turmas do maternal em 5 dias?*

**Figura 10** – Esquema da estratégia escalar do Exemplo 6



Fonte: Baseado em Santos (2015).

No Exemplo 6, pode ser verificado que existe uma invariância entre o número de turmas do maternal e a quantidade de leite consumida, isto é, 6 litros de leite por turma do maternal. De modo equivalente, verifica-se o mesmo processo entre a quantidade de leite consumida por dia, em que se têm 6 litros de leite por dia. Todavia, essa mesma relação não ocorre entre o número de turmas do maternal e a quantidade de leite consumida por dia.

Por meio da figura, é possível verificar a bilinearidade das funções envolvidas na situação do Exemplo 6. Desse modo, seguindo o modelo de uma Função Bilinear, em que  $f(x, y) = 6xy$ , em que  $x$  representa a quantidade de turmas e  $y$  a quantidade de dias, ao analisar o esquema da figura, constata-se a invariância e, portanto, a covariação presente no exemplo. De acordo com Castro (2016), dentre as situações do campo conceitual multiplicativo que possibilitam a exploração da covariação, esse tipo de situação pode ser uma das mais complexas para o estudante, pois a organização desses dois tipos de invariância que ocorrem necessita de esquemas mais elaborados de pensamento.

O raciocínio funcional requer a relação entre duas ou mais grandezas e está presente em situações do campo conceitual multiplicativo com relações quaternárias, denominadas de Proporção Simples, Dupla e Múltipla (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016). Nessas situações, é possível fazer uma análise entre as grandezas correspondente ao operador funcional. Smith (2008) observa que atividades que demandam um raciocínio funcional são relevantes para formar o conceito de Função. O raciocínio funcional pode ser definido como a capacidade de estabelecer a relação entre grandezas (TEIXEIRA; MAGINA; MERLINI, 2016), assim como já foi explicitado no Capítulo 1.

### *Produto de Medidas*

As situações da classe Produto de Medidas seguem um modelo de Função Bilinear (ou n-linear), com três ou mais variáveis, ou seja, o produto de medidas é uma estrutura que consiste na composição cartesiana de dois espaços de medida, Medida1 e Medida2, em uma terceira, Medida 3. O produto de medidas é a categoria constituída por duas classes: a primeira classe de situações envolvendo a noção de configuração retangular e a segunda classe de situações envolvendo a ideia de combinatória. Esse tipo de situação pode ser encontrado em situações de área, volume, produto cartesiano e diversos conceitos físicos (VERGNAUD, 1983).

Como existe, ao menos, três variáveis envolvidas, essa classe não pode ser representada por um esquema de correspondência simples, como a usada para o Isomorfismo de Medida. O Produto de Medida pode ser representado por esquema com uma dupla correspondência, por exemplo, no caso da área de um retângulo (VERGNAUD, 1983):

**Figura 11** – Esquema de dupla correspondência

	1	2	3	a
1			.	.
2	.	.	.	.
b	.	.	.	x

Fonte: Baseado em Vergnaud (1983).

O esquema da figura reflete a dupla proporção de área para comprimento e largura independentemente. No produto de medidas, existe uma maneira canônica de escolher as unidades, ou seja,  $f(1,1) = 1$ . As unidades do produto são expressas como produtos de unidades elementares, isto é, metros quadrados, centímetros cúbicos, dentre outros (VERGNAUD, 1983).

Para a função área, por exemplo, tem-se uma forma bilinear definida em um espaço vetorial, no caso,  $R^2 \rightarrow R$ , em que  $f(x,y) = x \cdot y$ , assim como pode ser observado no Exemplo 7.

*Exemplo 7: A piscina do clube tem 5 metros de comprimento e 4 metros de largura. Qual é a área da piscina do clube? Sabendo que a piscina tem 5 metros de comprimento por 4 metros de largura, determine a área da piscina.*

Nesse exemplo, há uma relação multiplicativa entre comprimento e largura,  $f(x,y) = 5 \times 4$ , em que não há covariação. Apesar de a área depender linearmente da largura da piscina, assim como depender linearmente do comprimento, não há uma relação de dependência entre a largura da piscina e o comprimento.

De acordo com Vergnaud (1983), na estrutura aritmética do produto cartesiano,  $a \times b = x$  como produto de medidas, é difícil de se perceber o operador funcional e escalar da

Função, pois o produto de medidas é uma relação ternária que contempla aspectos numéricos e dimensionais.

O produto cartesiano é tão bom que tem sido muito usado (na França pelo menos) para introduzir a multiplicação na segunda e terceira séries do ensino fundamental. Mas muitas crianças não entendem a multiplicação quando é apresentada dessa maneira. A estrutura aritmética do produto cartesiano, como produto de medidas, é realmente muito difícil e não pode ser realmente dominada até que seja analisada como uma dupla proporção. A proporção simples deve vir em primeiro lugar (VERGNAUD, 1983, p. 135, tradução nossa)<sup>17</sup>.

Destarte, voltando ao Exemplo 7, tem-se: área (m<sup>2</sup>) = largura (m) . comprimento (m). Todavia, “[...] é possível observar que em situações em que uma dessas grandezas (comprimento ou largura) é fixa, a Função deixa de ser bilinear e passa a ser linear” (CASTRO, 2016, p. 55). No caso do Exemplo 7, se considerar a largura fixa, tem-se  $f(x) = 4x$ . “Desse modo, a largura fixa pode ser considerada uma constante, sendo vista como um operador funcional” (CASTRO, 2016, p. 55).

#### *Produto de medidas: Combinatória*

Ainda na categoria produto de medida, existem situações classificadas como de combinatória. Elas são resolvidas utilizando o esquema de produto cartesiano (VERGNAUD, 1983), visto que é a noção do produto cartesiano que justifica a estrutura matemática subjacente a essas situações (SANTOS, 2015). Situações de combinatória trabalham as possibilidades de formação de conjuntos, possibilitando o envolvimento de ideias de arranjo, permutação ou combinação (CASTRO, 2016).

As ideias de arranjo, permutação ou combinação se distinguem, porque a permutação considera as possibilidades que existem de se organizar uma quantidade de elementos de modo diferente, enquanto o arranjo é um caso específico da permutação, porque, na escolha dos elementos, a ordem importa. Já a combinação é aplicada quando se pretende realizar escolhas não ordenadas desses elementos (CASTRO, 2016), assim como pode ser observado no Exemplo 8.

---

<sup>17</sup> Citação original do texto “Multiplicative Structures”, de autoria de Vergnaud (1983, p. 135): “The Cartesian product is so nice that it has very often been used (in France anyway) to introduce multiplication in the second and third grades of elementary school. But many children fail to understand multiplication when it is introduced this way. The arithmetical structure of the Cartesian product, as a product of measures, is indeed very difficult and cannot really be mastered until it is analyzed as a double proportion. Simple proportion should come first”.

Exemplo 8: Ana foi à sorveteria. Na sorveteria, há três sabores de sorvete (morango, chocolate e menta) e duas opções de casquinhas (cone e cestinha). Quantas combinações diferentes ela poderá fazer?

**Figura 12** – Representação de tabela cartesiana como resolução da situação 8

<p>Sabores</p> <p>Casquinhas</p>			
			
			

Fonte: Elaborada pela autora, 2023.

É possível elaborar outra situação utilizando o mesmo contexto, mas que a operação requerida para a resolução seja a divisão. Por exemplo:

*Em uma sorveteria, é possível realizar 6 combinações diferentes de sorvete utilizando casquinhas e sabores. Quantos sabores de sorvetes há na sorveteria, sabendo-se que eram 2 opções de casquinhas?*

Analisando a situação: para os números ( $6 = 2 \times S$ ) e para as dimensões ( $\text{combinações} = \text{casquinhas} \times \text{sabores}$ ), tem-se:

$$6 \text{ combinações (casquinhas} \times \text{sabores)} = 2 \text{ casquinhas} \times S \text{ sabores,}$$

$$\text{assim: } S \text{ sabores} = 6 \text{ combinações} \frac{\text{casquinhas} \times \text{sabores}}{2 \text{ casquinhas}}$$

$$S \text{ sabores} = 3$$

Nessa classe de situações, constata-se que não há uma relação entre as casquinhas e os sabores que defina um operador, isto é, não há uma relação de dependência entre as casquinhas e os sabores, da mesma forma, não há covariação. Sendo assim, perante à natureza dessas situações, as unidades do produto são manifestadas como produtos de unidades elementares (VERGNAUD, 1983).

### *Comparação multiplicativa*

A classe das situações Comparação Multiplicativa compara, de forma multiplicativa, duas grandezas de mesma natureza por um escalar, denominado relação ou razão (GITIRANA *et al.*, 2014). As duas grandezas são chamadas de referente e referido. Essa classe se subdivide em 3 subclasses: Comparação multiplicativa com referido desconhecido, Comparação multiplicativa com referente desconhecido e Comparação multiplicativa com relação desconhecida.

Conforme Santos (2015), nos primeiros anos escolares, é possível encontrar situações dessa classe envolvendo a ideia de dobro, triplo metade. Todavia, situações dessa classe podem gerar dificuldades de compreensão para os estudantes mais experientes. O autor esclarece que essa dificuldade não consiste em efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas em compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para solucionar a situação.

**Tabela 8** – Exemplos de situações da classe Comparação Multiplicativa

<b>Classe de situações</b>	<b>Exemplos</b>	<b>Representações do esquema</b>
----------------------------	-----------------	----------------------------------

<b>Comparação multiplicativa com Referente desconhecido</b>	A quantidade de pares de sapatos de Luana é três vezes maior que a quantidade de sua prima. Luana tem 18 pares de sapatos. Quantos pares de sapatos tem sua prima?	
<b>Comparação multiplicativa com Referido desconhecido</b>	A quantidade de pares de sapatos de Luana é três vezes maior que a quantidade de sua prima. Sua prima tem 6 sapatos. Quantos pares de sapatos tem Luana?	
<b>Comparação multiplicativa com a relação desconhecida</b>	Luana tem 18 pares de sapato e sua prima tem 6 pares de sapato. Quantas vezes a mais Luana tem de sapato em relação à quantidade de sua prima?	

Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a).

### *Comparação multiplicativa com Referente desconhecido*

Nessa subclasse de situação, são fornecidos o Referido e a Relação. É solicitado o cálculo do Referente. A operação mais adequada para a resolução dessa situação é a divisão, ou seja,  $\text{Referido}/\text{Relação} = \text{Referente}$  ( $18/3 = 6$ ). Na situação com relação desconhecido, também é mais adequado utilizar a operação da divisão para a resolução.

### *Comparação multiplicativa com Referido desconhecido*

Nessa situação, são fornecidos o Referente e a Relação. É solicitado o cálculo do Referido. A operação mais adequada para a resolução dessa situação é a multiplicação, ou seja, Referente x Relação = Referido ( $6 \times 3 = 18$ ).

#### *Comparação multiplicativa com Referido desconhecido*

Nessa situação, são fornecidos o Referente e o Referido. É solicitado o cálculo da relação. A operação mais adequada para a resolução dessa situação é a divisão, ou seja, Referido/Referente = Relação ( $18/6 = 3$ ).

Gitirana *et al.* (2014), a partir de pesquisas realizadas com diversos estudantes do Ensino Fundamental da rede estadual de São Paulo, verificaram que as situações multiplicativas também podem ser hierarquizadas conforme o grau de complexidade cognitivo exigido do sujeito para resolvê-las. Logo, podem ser classificadas como prototípicas ou de extensão. A classificação pretende propiciar ao professor um panorama das situações que podem ser exploradas em sala de aula e o que esperar do estudante no decorrer da escolarização. As diversas situações devem ser atribuídas de modo paulatino aos estudantes desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (GITIRANA *et al.*, 2014).

Após a apresentação das classes e de algumas subclasses de situações da estrutura multiplicativa, a seguir, é redigida uma discussão sobre as situações mistas que serviram de base para a elaboração do instrumento desta pesquisa.

## **2.4 Situações mistas<sup>18</sup>**

Conforme Vergnaud (2009a), as situações complexas envolvem várias relações e vários elementos. Dentre as situações complexas, o autor menciona as situações que comportam somente as relações aditivas (adição e subtração), as situações que comportam somente as relações multiplicativas (multiplicação e divisão) e as situações mistas, que envolvem concomitantemente as relações de tipo multiplicativo e as relações de tipo aditivo.

As situações mistas carecem de interpretações para que os estudantes identifiquem as relações existentes entre os elementos do campo multiplicativo e do campo aditivo e, assim,

---

<sup>18</sup> Existem pesquisas que utilizam os termos “problemas mistos” ou “situações-problema mistas”.

possam desenvolver esquemas que possibilitem a resolução da situação proposta. O pesquisador estabeleceu algumas informações que podem guiar a ação do professor, para que o ensino por meio de situações complexas seja eficaz: fazer a criança formular as perguntas que tenham sentido em relação ao enunciado; separar as informações úteis e inúteis; representar vários caminhos para encontrar a solução e estabelecer elos entre elas; em caso de insucesso, recorrer a uma reconstrução material e gesticulada da situação dada no enunciado (VERGNAUD, 2009a).

Gérard Vergnaud não esgotou as possibilidades das situações mistas. De acordo com o autor, “[...] não é possível elaborar uma classificação completa de problemas complexos porque o número de possibilidades aumenta de forma exponencial em relação ao número de relações elementares envolvidas” (VERGNAUD, 2009, p. 269). Na literatura, em geral, encontram-se trabalhos que analisam as situações que envolvem as estruturas aditivas e multiplicativas, porém, ainda são poucas as pesquisas que abordam as situações como mistas. Nesse contexto, foram encontradas algumas pesquisas que contemplam situações mistas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Pavan (2010), Teixeira (2016), Magina e Porto (2018), Ceron (2019)<sup>19</sup>, Rodrigues (2021), Silva, L. Del C. P. da (2021) e Dezilio (2022)<sup>20</sup>. A pesquisa de Ceron (2019) foi realizada com os estudantes do 4º ano, enquanto as demais pesquisas foram feitas com os escolares presentes no 5º ano. Ainda, a Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2018) propõe o ensino com problemas aditivos e multiplicativos nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Rodrigues e Rezende (2019) propuseram para 22 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental a resolução de quatro problemas mistos contemplados em uma coleção de livros didáticos de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A partir dessa pesquisa, as autoras identificaram que os estudantes manifestaram saberes aritméticos que permitem resolvê-los. Todavia, os resultados demonstraram que os estudantes não estão habituados com problemas mistos, ao apresentarem dificuldades para estabelecer relações entre os dados do enunciado, ocasionando cálculos e resultados equivocados.

Dezilio (2022), com base na teoria do Campos Conceituais, analisou os esquemas de estudantes do 5º ano de uma escola do campo, ao resolverem quatro problemas mistos das classes de *Proporção Simples e Composição de medidas*. Foi observado o modo como os

---

<sup>19</sup> Pavan (2010), Teixeira (2016), Magina e Porto (2018) e Ceron (2019) não deixam explícito o termo “problema misto” ou “situação mista”.

<sup>20</sup> Rodrigues (2021), Silva L. Del C. P. da (2021) e Dezilio (2022) deixam explícito o termo “problema misto”.

discentes explicitavam os próprios conhecimentos. A partir dos esquemas de resolução dos estudantes, a pesquisadora identificou que os estudantes utilizaram esquemas que envolvem algoritmos de multiplicação e adição (situações mistas) que dão suporte futuro para a modelação da Função Afim da forma  $f(x) = ax + b$ .

A definição de Função Afim é apresentada da seguinte forma: “uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se afim quando existem constantes  $a, b \in \mathbb{R}$  tais que  $f(x) = ax + b$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ ” (LIMA *et al.*, 2006, p. 87). Esse tipo de definição formal do conceito de Função Afim indica que ela é reconhecida por sua expressão analítica, na forma  $y = ax + b$ , sendo  $a, b \in \mathbb{R}$  (MIRANDA, 2019).

Na pesquisa de Miranda (2019), foram estabelecidas, *a priori*, 30 possibilidades de classes para as situações mistas, com base nas classes de situações dos Campos Aditivo e Multiplicativo propostos por Vergnaud (2009a). Ainda, Miranda (2019) analisou as situações propostas em livros didáticos de Matemática (do 9º ano do Ensino Fundamental e dois do 1º ano do Ensino Médio), com o intuito de identificar algumas dessas classes. Para cada classe de problema identificada nos livros didáticos de Matemática, a pesquisadora apresenta uma expressão analítica da Função correspondente, assim como é apresentado no quadro 9.

**Quadro 9** – Expressão analítica resultante do tipo de relação

Categoria	Expressão analítica
Proporção simples	$y = ax$
Produtos de medidas	$y = ax$
Composição de medidas	$y = ax$ ou $y = \pm ax \pm b$
Proporção simples e composição de medidas	$y = ax \pm b$
Proporção simples e transformação de medidas	$y = b \pm ax$
Comparação multiplicativa e composição de medidas	$y = ax + b$
Comparação multiplicativa e transformação de medidas	$y = ax$
Proporção simples, composição de transformações e transformação de medidas	$y = ax + b$
Comparação multiplicativa e proporção simples	$y = ax$

Fonte: Miranda (2019, p. 148).

Por meio de sua pesquisa, Miranda (2019) concluiu que as situações relacionadas ao conceito de Função Afim são passíveis de serem analisadas conforme situações mistas e situações multiplicativas, assim como é possível verificar no exemplo a seguir.

*Marina foi à feira de orquídeas da cidade. O vaso de tamanho médio custa R\$ 40,00 e a entrada na feira custa R\$ 10,00. Marina comprou 3 vasos de orquídeas de tamanho médio. Qual foi o gasto total de Marina na feira?*

Para a situação exposta, existe a possibilidade de modelação na forma de Função  $f(x) = ax + b$ , no qual é possível modelar a resolução dessa situação pela seguinte Função Afim:

$f(x) = 40x + 10$ , em que 40 representa o valor para cada orquídea,  $x$  a quantidade de orquídeas compradas e 10 o valor da entrada na feira.

De acordo com Merli (2022), existe um Campo Conceitual de Função Afim e de Função (em geral) e ele não está contido nas situações mistas. Todavia, as situações mistas estão contidas no Campo Conceitual de Função, pois é possível encontrar intersecções entre seus conceitos organizadores, como proporcionalidade, dependência e correspondência.

Dentre as classes de problemas mistos estabelecidas e identificadas por Miranda (2019) e identificadas por Rodrigues e Rezende (2021), descreve-se, a seguir, a classe de Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas com Estado final desconhecido, tipologia adotada para os problemas que compõem o instrumento de pesquisa da presente investigação. Como “a relação de proporcionalidade é um caso específico da relação funcional” (TINOCO, 2002, p. 45), na resolução de situações mistas do tipo Proporção Simples e Transformação de medidas, os estudantes podem mobilizar conceitos em ação e teoremas em ação associados ao conceito de Função, mesmo que de modo implícito (RODRIGUES, 2021).

A classe de situação mista do tipo Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas é composta por uma relação quaternária de Proporção Simples, da estrutura multiplicativa, e por uma relação ternária de Transformação de medidas, da estrutura aditiva, sendo que a relação de transformação de medidas para esse caso assume a forma analítica da Função Afim  $y = f(x) = b \pm a \cdot x$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$  e  $a > 0$  e  $b > 0$ . Na sequência, apresenta-se a análise de um problema misto pertencente a mesma tipologia abordada para as situações que compõem o instrumento desta pesquisa.

As situações classificadas como mista do tipo Proporção Simples e Transformação de medidas têm um estado inicial que é transformado em um estado final. Nos casos analisados, a transformação da relação aditiva é a parte variável da Função a qual é resultado de uma relação quaternária de Proporção Simples, assim como é visível no exemplo a seguir:

*O avô de Ana esteve em sua casa durante 5 dias. A cada dia, Ana ganhou do seu avô 3 reais para comprar lanche na escola. Durante os 5 dias, quantos reais Ana ganhou? Do dinheiro que Ana ganhou, ela gastou 13 reais. Com quantos reais ela ficou?*

Para resolver a situação apresentada, primeiramente, é necessário encontrar o valor que Ana obteve durante 5 dias. Para isso, considera-se a relação quaternária de Proporção Simples do tipo Multiplicação um para muitos. Desse modo, 1 *dia* está relacionado a 3 *reais* e 5 *dias* a  $v$  *dias*. A partir do resultado do valor para 5 dias, é possível subtrair pelo valor que Ana

gastou, ou seja,  $-13$ . Com isso, considera-se uma relação ternária de transformação de medidas, cujo estado inicial corresponde ao valor que Ana ganhou durante  $5$  dias; a transformação corresponde a  $13$  reais gastos; e deseja-se descobrir o estado final, o valor que Ana ficou. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema sagital e equação fundamentados nos esquemas sugeridos por Vergnaud (2009a) para as estruturas aditivas e multiplicativas. Além disso, a pesquisa realizada por Miranda (2019) foi basilar para a proposição do esquema sagital para problemas mistos.

**Quadro 10** – Representações da classe Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas com Estado final desconhecido

Esquema Sagital					Equação
Dias	Valor	Valor inicial	Valor gasto	Valor final	
					$v = d \cdot 3$ $v = 5 \cdot 3$ $v = 15$
					$f = v - 13$ $f = 15 - 13$ $f = 2$

Fonte: Autora, 2022.

Considerando a realidade dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Rodrigues (2021) constatou que essa classe possibilita a maior variedade de subclasses que podem ser modeladas por uma equação. A equação correspondente à situação proposta é:  $5 \times 3 - 13 = f$ . Sendo assim, essa classe propicia a proposição de situações com estruturas diferentes entre si, possibilitando aos estudantes a manifestação de diferentes esquemas, conceitos e teoremas em ação e possibilidades de representá-los.

No próximo capítulo, são apresentados os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento desta pesquisa.

### **3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Neste capítulo, são descritos os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento desta investigação. Para isso, será feita a caracterização do ambiente escolar e expostas as informações dos colaboradores da pesquisa. Também será explicada a elaboração do instrumento de pesquisa e abordadas as contribuições do estudo piloto.

A pesquisa é desenvolvida em uma abordagem qualitativa, ou seja, tem, como premissas, analisar e interpretar os aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade dos comportamentos individual e social. Ainda, a abordagem fornece análises mais detalhadas sobre as investigações, as atitudes e as tendências de comportamento (MARCONI; LAKATOS, 2002). As pesquisas qualitativas são multimetodológicas:

[...] isto é, usam uma grande variedade de procedimentos e instrumentos de coleta de dados. Podemos dizer, entretanto, que observação (participante ou não), a entrevista em profundidade e a análise de documentos são os mais utilizados, embora possam ser complementados por outras técnicas (MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2001, p. 163).

Nesse sentido, Bogdan e Biklen (1994) destacam que uma investigação qualitativa apresenta cinco características, tendo em vista que os estudos desenvolvidos pelos autores possuem essas características com igual eloquência. As cinco características são: (1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural, e o investigador é o principal agente; (2) a investigação qualitativa é descritiva; (3) os investigadores qualitativos se interessam mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados ou pelo produto; (4) os investigadores qualitativos tendem a analisar os próprios dados de modo indutivo; e (5) o investigador se interessa, especialmente, por buscar entender o significado que os participantes atribuem às próprias experiências. Desse modo, compreende-se que a investigação das resoluções escritas pelos estudantes e das transcrições das conversas ao fim com a pesquisadora possui uma análise subjetiva por parte da pesquisadora. Logo, a fundamentação teórica possibilita um entendimento mais refinado do objeto de pesquisa.

#### **3.1 Caracterização do ambiente escolar**

Os colaboradores da pesquisa são estudantes que cursam o 2º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública urbana localizada na região da Baixada Cuiabana, no

município de Santo Antônio de Leverger (SAL), situada no estado de Mato Grosso. De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2021 o município em que se localiza a escola possuía uma população estimada de 17.188 pessoas, com uma baixa densidade demográfica 1,51 hab/km<sup>2</sup> (IBGE, c2023).

Segundo os indicadores educacionais do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), SAL apresenta uma taxa de aprovação média do 1º ao 5º ano na rede estadual pública de 98,4%, sendo que, no 2º ano do Ensino Fundamental, turma em que foi efetivada o estudo, é apresentada uma aprovação de 99,1% (MEC/INEP, 2021).

O indicador do INEP aponta que a nota média padronizada do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) no ano de 2021 nas escolas estaduais localizadas em SAL é de 4,71, enquanto a nota do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) é de 4,6, menor que a média da região Centro-Oeste, em que o SAEB possui 6,0, enquanto o IDEB apresenta 5,8. Os índices de SAL ainda são menores do que a média das instituições escolares públicas do estado de Mato Grosso, que apresentam uma média de 5,57 no SAEB e 5,5 no IDEB (MEC/INEP, 2021).

Faz-se necessário levar em consideração o período pandêmico ocasionado pela Covid-19, que, desde março de 2020, afetou o ensino e a aprendizagem dos estudantes, os quais sofreram prejuízos, uma vez que as aulas, inicialmente, foram suspensas. No ano de 2020, os estudantes colaboradores desta pesquisa frequentavam a Educação Infantil, que é de responsabilidade do município. No que tange à entrada desses discentes na instituição que oferta o Ensino Fundamental, eles tiveram, no início, aulas de modo remoto, de fevereiro de 2021 a agosto de 2021 e, depois, de modo híbrido, o que ocorreu de agosto até outubro de 2021. Foi apenas em meados de outubro do mesmo ano que aconteceu o retorno presencial obrigatório.

A escola dos sujeitos participantes desta pesquisa, ou seja, a Escola Estadual Leônidas de Matos (EELM), é uma escola urbana. Segundo o Projeto Político Pedagógico (PPP) de 2022, a referida escola foi criada pelo Decreto nº 192, de 23 de setembro de 1932, além de outros marcos legais importantes, como o Decreto de Denominação 237/76, o Decreto de Credenciamento 501/09 e o Ato 484/2021, que regulamenta a nova autorização para funcionamento até 31 de dezembro de 2025. Em suma, a escola Leônidas possui 90 anos de existência e tem prédio próprio (PPP..., 2022).

A referida instituição tem turmas do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, com 656 estudantes matriculados. Apesar de ser uma escola urbana, a maioria dos estudantes, cerca de 80%, reside na zona rural, enquanto 20% dos alunos são oriundos da zona urbana. Esses

percentuais se justificam devido ao fato de a instituição atender à população em um raio de 40 km, o qual abrange muitas fazendas, sítios e chácaras. O quadro 11 apresenta o quantitativo de estudantes por turma e período da escola pesquisada (PPP..., 2022).

**Quadro 11** – Quantidade de estudantes por turma e período da escola pesquisada

	<b>Matutino</b>		<b>Vespertino</b>	
	<b>Turmas</b>	<b>Quantidade</b>	<b>Turmas</b>	<b>Quantidade</b>
	1°	26	1°	25
	2°	30	2°	20
	3°	18	3°	27
	4°	27	4°	22
	5°	34	5°	31
	6°	61	6°	61
	7°	59	7°	44
	8°	59	8°	55
	9°	32	9°	25
	<b>Total de estudantes</b>	<b>346</b>	<b>Total de estudantes</b>	<b>310</b>

Fonte: Adaptado de PPP da Escola Estadual Leônidas de Matos (2022).

Do montante de estudantes matriculados na instituição, 346 (52,75%) estudavam no período matutino, enquanto 310 alunos (47,25%) estudavam no período vespertino. O Ensino Fundamental é dividido em Ensino Fundamental Anos Iniciais (1° ao 5° ano) e Ensino Fundamental Anos Finais (6° ao 9° ano).

Assim, do total de estudantes da escola, 260 (39,64%) cursavam o Ensino Fundamental Anos Iniciais e 396 (60,36%) estudavam no Ensino Fundamental Anos Finais. O objeto de estudo da referida pesquisa é o 2° ano do Ensino Fundamental, que possuía, ao todo, 50 estudantes, sendo que 30 estavam matriculados no período matutino (2°A) e 20 cursavam no período vespertino (2°B). Do universo total de estudantes da EELM, o 2° ano do Ensino Fundamental representava 7,62% dos estudantes matriculados.

Em relação à estrutura física, a escola é composta por doze salas de aula, uma quadra de esportes coberta, uma cantina, dois banheiros para estudantes (masculino e feminino), dois banheiros para Pessoa com Deficiência (PCD), uma cozinha, um depósito de merenda, uma sala de professores, um refeitório, um depósito para material de limpeza, um pátio coberto, duas

salas de coordenação, uma sala para o(a) diretor(a), uma sala de secretaria e uma sala de recursos multifuncional (PPP..., 2022).

No PPP, é mencionado que a participação da família na escola é fundamental, já que reflete positivamente no desenvolvimento dos estudantes (PPP..., 2022). A instituição busca estabelecer uma relação de parceria e confiança com a comunidade por meio de momentos de integração, tais como projetos sociais e atividades culturais.

No tocante às avaliações externas, a EELM apresenta os seguintes resultados no Ensino Fundamental Anos Iniciais em relação ao ano de 2021<sup>21</sup>: IDEB (4,6) e SAEB (4,81) (INEP, 2021). A média de aprovação do 1º ao 5º ano é de 96,5%, tendo o terceiro ano o maior índice de reprovação, 17,8%, fato que se explica em detrimento de a retenção ocorrer somente ao final do ciclo, momento em que se calcula o desempenho dos estudantes acumulados no decorrer do 1º, 2º e 3º anos (MEC/INEP, 2021).

No PPP, é mencionado que as avaliações que aferem a qualidade da educação são um resultado da parceria entre várias organizações governamentais e não governamentais. Elas se baseiam em alguns parâmetros, como ambiente educativo, prática pedagógica e de avaliação, ensino e aprendizagem da leitura e da escrita, gestão escolar democrática e formação e condições e trabalho dos profissionais da escola (PPP..., 2022). Os resultados são apresentados por meio de avaliações externas, como as supracitadas, além de atividades avaliativas internas, dado que, por intermédio dos dados estatísticos, a instituição busca realizar melhorias para elevar o nível de proficiência dos estudantes.

### **3.2 Considerações para a elaboração do instrumento de pesquisa**

O instrumento desta pesquisa foi elaborado de acordo com o conteúdo e as orientações conforme prevista pela BNCC (BRASIL, 2018) referentes ao 2º ano do Ensino Fundamental, o que inclui as competências e as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas e a formulação e a

---

<sup>21</sup> A nota do IDEB realizado em 2021 da escola participante desta pesquisa pode ser consultada no seguinte link: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>. Para tanto, basta selecionar o ícone “Ensino Fundamental Regular – Anos Iniciais” presente em “Escolas”. Depois, é necessário selecionar “UF-MT”, escolhendo o município de Santo Antônio de Leverger. Por fim, basta clicar em “Rede Estadual” e “Escola Estadual Leônidas de Matos”.

resolução de problemas em uma variedade de contextos utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

Também foi realizado um estudo das situações pertencentes ao material didático da turma. Segundo Bittar (2017), o livro didático é uma das fontes para compreender algumas dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos estudantes, pois é esse material que fornece apoio aos professores na preparação e no desenvolvimento das aulas, auxiliando nas escolhas matemáticas e didáticas que eles farão. O livro didático é, portanto, um dos principais objetos presente na transposição didática do professor.

O Governo de Mato Grosso, por meio da Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (SEDUC-MT), firmou, em dezembro de 2021, um contrato de Sistema Estruturado de Ensino com a Fundação Getúlio Vargas (FGV). De acordo com Leão (2021), trata-se de um sistema composto por apostila, aplicativo, avaliações semestrais, plataforma digital, exercícios complementares, banco de perguntas, além da formação continuada de professores com previsão de duração de 120 horas anuais. O material didático, isto é, as apostilas do Sistema Estruturado de Ensino, já foi implementado em algumas escolas da rede privada e, no ano de 2022, foi efetivado nas escolas da rede pública de ensino do estado de Mato Grosso.

O contrato celebrado entre a SEDUC-MT e a FGV tem como objetivo melhorar a qualidade da rede pública de ensino, que possui 727 escolas e, aproximadamente, 400 mil estudantes. Vale salientar que o contrato prevê que a FGV assessore, com equipe técnica pedagógica, os professores e os gestores públicos, com o intuito de ofertar suporte às atividades de sala de aula, com ênfase no alcance dos resultados da aprendizagem dos estudantes. Por fim, segundo Leão (2021), o Mato Grosso é o primeiro a celebrar o Contrato de Impacto Social (CIS), o que resulta no cumprimento das metas de melhoria da aprendizagem dos estudantes para o recebimento do valor acordado.

As apostilas foram entregues bimestralmente, ou seja, a cada bimestre, os estudantes da rede estadual do Mato Grosso receberam uma apostila do componente curricular Arte e uma apostila didática nomeada “Caderno”, que continha os seguintes componentes curriculares: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, Geografia e História.

Considerando a importância das apostilas didáticas nas aulas lecionadas pela professora regente e com o intuito de identificar as classes de situações que estão contidas nas apostilas,

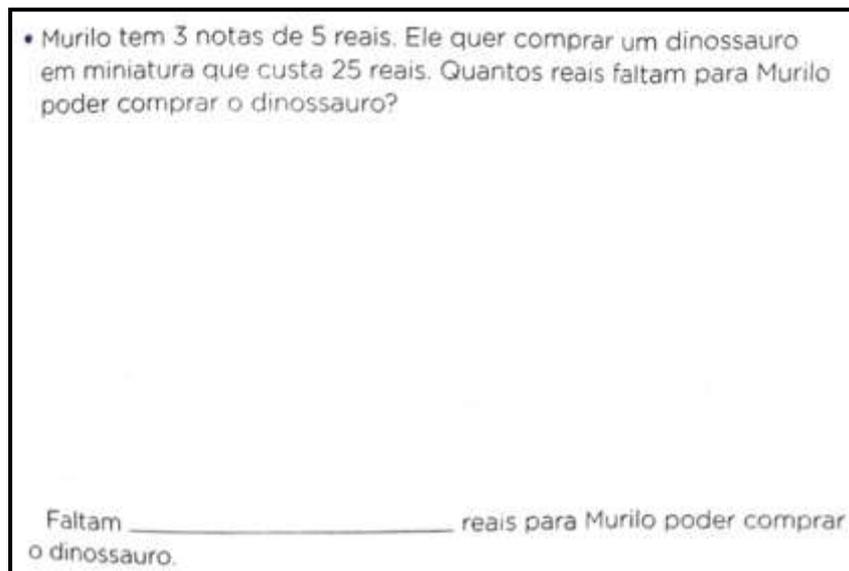
foi feita uma análise da coleção das quatro apostilas didáticas, Caderno 1, Caderno 2, Caderno 3 e Caderno 4 (SILVA, 2019)<sup>22</sup>, destinadas ao 2º Ano do Ensino Fundamental.

Para identificar cada situação mista, realizou-se uma análise das relações aditivas e multiplicativas presentes no enunciado. Este estudo identificou a presença de cinco situações mistas pertencentes a três classes distintas, ou seja, duas situações do tipo Proporção Simples e Transformação de medidas, duas situações do tipo de Proporção Simples e Composição de medidas e uma situação do tipo Combinação, Transformação e Proporção Simples.

A análise das situações mistas inseridas nas apostilas didáticas destinadas ao 2º Ano do Ensino Fundamental auxiliou a pesquisadora na identificação e na compreensão das classes propostas aos estudantes. Portanto, foi possível observar o enunciado das situações, a quantidade de item por situação e a magnitude dos números.

Por meio da investigação das cinco situações mistas contempladas nas apostilas utilizadas pelos estudantes, observou-se que, de quatro do total de cinco situações mistas, são solicitados o cálculo da estrutura aditiva e o cálculo da estrutura multiplicativa por meio de somente um enunciado. Isso pode ser constatado na figura apresentada a seguir.

**Figura 13** – Situação mista inserida na apostila dos colaboradores desta pesquisa



Fonte: Silva (2019, p. 33).

No que se refere às situações mistas, Rodrigues (2021) identificou que os estudantes do 5º ano utilizaram esquemas incompletos para a resolução das situações mistas, isto é,

---

<sup>22</sup> O contrato foi realizado com a Fundação Getúlio Vargas, mas a apostila faz parte do Sistema Maxi de Ensino.

apresentaram somente a relação multiplicativa, ignorando a relação aditiva. Assim, a presente pesquisa destaca a relevância da proposição de situações mistas nos primeiros anos de escolarização. Todavia, são necessários enunciados condizentes com o ano escolar dos estudantes. A partir das análises das apostilas do Sistema Estruturado de Ensino dos estudantes colaboradores desta pesquisa, refletiu-se sobre o modo de inserir situações mistas para os estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental que não se desse apenas por meio de um enunciado.

A pesquisadora buscou identificar, no caderno de Matemática dos colaboradores desta investigação, situações mistas. Contudo, não encontrou tais situações. Esta pesquisa aponta a importância de serem propostas situações mistas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental e que, no decorrer da escolarização, os estudantes possam ter contato com diferentes classes e subclasses de situações, visto que cada classe de situação tem uma estrutura própria, o que possibilita raciocínios, esquemas e representações diferentes a serem desenvolvidos pelos estudantes.

Ainda, foram usados, como respaldo para a elaboração do instrumento de pesquisa, os estudos realizados por Magina *et al.* (2008) e Gitirana *et al.* (2014). Os estudos feitos pelos pesquisadores incluem uma classificação relativa à complexidade de cada situação das estruturas aditivas e multiplicativas para os estudantes, as quais foram classificadas em prototípicas ou de extensão. Essa classificação tem, como intenção, proporcionar ao professor um panorama das diversas situações multiplicativas e aditivas com as quais é possível se trabalhar e daquilo que se pode esperar dos estudantes no decorrer do Ensino Fundamental.

A partir das pesquisas realizadas por Magina *et al.* (2008) e Gitirana *et al.* (2014), buscou-se elaborar situações caracterizadas como prototípicas, visto que, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), no Brasil, é a partir do 2º Ano do Ensino Fundamental que são inseridas situações da estrutura multiplicativa. A finalidade é criar expectativas mais precisas a respeito da complexidade exigida das crianças na resolução das diferentes situações, pois, de acordo com Gitirana *et al.* (2014, p. 42), “é importante que o professor tenha uma referência sobre o desenvolvimento dos estudantes na resolução de problemas ao longo dos anos de escolarização, para que possa construir uma expectativa mais realista sobre o que esperar das turmas como um todo”. Desse modo, por se tratar do primeiro ano em que os estudantes tiveram contato com as situações de estrutura multiplicativa, buscou-se elaborar situações classificadas como menos complexas. Utilizou-se o mesmo critério, ou seja, situações classificadas como prototípicas, para selecionar as classes e as subclasses das situações da estrutura aditiva.

As classes e as subclasses das situações de estrutura multiplicativa consideradas prototípicas são: Proporção Simples - Multiplicação um para muitos, Proporção Simples - Partição e Comparação Multiplicativa com o Referido Desconhecido (GITIRANA *et al.*, 2014). Já as classes e as subclasses das situações de estrutura aditiva consideradas prototípicas são: Combinação com o Todo desconhecido e Transformação de medidas com Estado final desconhecido (MAGINA *et al.*, 2008). A partir da classificação apresentada e diante das variações de situações, optou-se por elaborar situações cuja resolução se desse pelas operações de multiplicação, adição e subtração, por se tratar da introdução de situações mistas, as quais já são consideradas mais complexas para os estudantes dos Anos Iniciais (RODRIGUES, 2021).

Por meio da combinação das variações pertencentes às classes de Proporção Simples - Multiplicação um para muitos, Comparação multiplicativa com o Referido desconhecido, Composição com o Todo desconhecido e Transformação de medidas com Estado final desconhecido, foram identificadas seis variações que contêm uma relação aditiva e uma relação multiplicativa.

Foram elaboradas situações pertencentes a cada uma dessas variações. Entretanto, a partir das discussões realizadas nos encontros do GEPeDiMa, definiu-se, para o instrumento desta pesquisa, somente as situações do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para Muitos, Transformação positiva de medidas com o Estado final desconhecido, Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação negativa de medidas com o Estado final desconhecido, pois, além de identificar os conhecimentos dos estudantes diante das classes, optou-se por alterar as variáveis didáticas nas situações. Segundo Bittar (2017, p. 103), as variáveis didáticas são “elementos da situação que, ao serem alterados, implicam em mudanças de estratégias de resolução por parte dos alunos”.

Desse modo, foram elaboradas quatro situações, sendo duas pertencentes às classes Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com o Estado final desconhecido e duas situações pertencentes à Proporção Simples – Multiplicação um para Muitos e Transformação negativa de medidas com o Estado final desconhecido. As quatro situações elaboradas envolvem as seguintes ideias-base: variável, dependência, regularidade e generalização, além das ideias de proporcionalidade e correspondência.

### **3.3 Variável didática**

Uma variável didática de uma situação é “[...] uma variável cujos valores podem ser alterados pelo professor e cujas modificações podem provocar sensivelmente o comportamento dos alunos em termos de aprendizagem, assim como provocar procedimentos ou tipos de resposta distintos” (ALMOULOU, 2016, p. 121). O professor, apoiado na escolha cautelosa das variáveis, pode mediar o desenvolvimento de saberes significativos e auxiliar os estudantes na construção de novos conhecimentos como instrumentos para solucionar uma situação. De acordo com Santos e Bellemain (2007, p. 30), ao selecionar vários valores para a variável didática, “o professor enriquece o processo do ensino-aprendizagem, no sentido de fazer surgir vários conhecimentos relativos a um mesmo conteúdo”.

Segundo Almouloud (2016), no processo de aprendizagem, os valores das variáveis podem ser alterados, com o intuito de interferir na escolha do conhecimento necessário à solução da situação. A definição dessas variáveis permite distinguir as exigências e as restrições da tarefa e os conhecimentos mobilizáveis do estudante, ou seja:

[...] em um trabalho de análise de documentos pedagógicos e de ferramentas disponíveis para o professor, a identificação das principais variáveis didáticas propostas é muito importante. Tal identificação e/ou caracterização permite evidenciar os objetivos anunciados e os procedimentos que poderiam ser implementados pelos alunos. Isto auxilia na identificação de fatores relevantes para avaliar a abordagem didático-pedagógica escolhida, assim como para prever as condições de utilização do material preparado (ALMOULOU, 2016, p. 122).

Para esta pesquisa, considerou-se como variáveis didáticas (e os respectivos valores): as classes das situações e as devidas subclasses; o apoio visual (imagens e tabelas); as estruturas multiplicativa (multiplicação até a primeira ordem) e aditiva (adição ou subtração de números até quarenta); os números (naturais de 1 a 5); as grandezas (discretas e/ou contínuas); as ideias associadas à Função (as ideias-base dependência, variável e regularidade e as ideias de proporcionalidade e correspondência).

No que se refere às tabelas presentes em três situações do instrumento de pesquisa, Blanton e Kaput (2011) consideram relevante o uso de tabelas e gráficos para desenvolver o pensamento matemático das crianças. Por meio deles, é possível que os professores explorem com os estudantes as ideias de variáveis dependentes e independentes. A comparação dos dados e a relação entre eles possibilitam focalizar o olhar do estudante para descobrir como ocorre determinada situação, podendo identificar a generalização dessa situação.

Nesse sentido, Canavarro (2007, p. 106) também menciona que o uso de “tabelas, gráficos e a linguagem natural”, além de retas numéricas e diagramas, facilita a expressão do

raciocínio algébrico dos estudantes. Para a autora “a possibilidade de utilização de diversas formas de representação amplia as hipóteses de os estudantes mais jovens conseguirem organizar o seu pensamento, para além de facilitar a sua comunicação” (CANAVARRO, 2007, p. 106).

As tabelas são importantes ferramentas em relação ao raciocínio algébrico, visto que possibilitam um registro organizado dos valores numéricos em causa e proporcionam uma apreciação numérica da variação desses valores, quer no que diz respeito a cada uma das variáveis em jogo, quer no que diz respeito à relação entre elas. São vários os investigadores que sublinham a eficiência das tabelas no estímulo ao raciocínio funcional (SMITH, 2008). Nesse sentido, compreende-se que um trabalho articulando diferentes tipos de registros pode auxiliar o estudante a desenvolver conhecimentos que são necessários para a apropriação de determinado conceito. Por isso, na presente pesquisa, em três situações, foram utilizadas tabelas para os estudantes preencherem.

Para a elaboração das situações, também foi considerada a realidade dos estudantes. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), as características dos estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental demandam um trabalho no ambiente escolar que se organize em torno daquilo que eles precisam aprender, dos interesses manifestos pelos discentes dessa faixa etária e das vivências mais imediatas deles, para que, a partir dessas vivências, seja possível que as crianças, progressivamente, por meio da mobilização de operações cognitivas cada vez mais complexas, ampliem as próprias compreensões. Portanto, a progressão do saber acontece por intermédio da consolidação dos conhecimentos anteriores, da expansão das práticas de linguagem e da experiência intercultural dos estudantes.

A partir das reflexões relativas às particularidades da região em que os estudantes estão inseridos e da realidade dos alunos participantes desta pesquisa, foram escolhidos os contextos das quatro situações que compõem o instrumento de pesquisa. Desse modo, a seguir, são apresentados esses contextos:

➤ Bolo de banana, pois o fruto é um dos principais ingredientes presentes na culinária mato-grossense. Isso ocorre devido às influências tradicionais dos povos de origem indígena e africana. A banana e a variedade (banana-da-terra) dela são usadas na confecção de doces e bolos, além da tradicional farofa de banana, que acompanha muitos pratos, como galinhada, cozidos e peixes.

➤ Leite, pois diversos estudantes residem na zona rural e têm aproximação direta com a realidade agrária. O leite é um produto essencial na cultura do Mato Grosso e é matéria-prima

de muitos alimentos, como queijo, requeijão, manteiga e doces tradicionais da região, como doce de leite e doce cachorrada<sup>23</sup>, além de estar presente na mesa do café da manhã de muitas crianças. Ainda, muitos estudantes relataram que já tiraram o leite da própria vaca.

➤ Peixes, pois fazem parte diretamente da vida da população mato-grossense. O estado é o quinto maior produtor e, especificamente, a cidade de Santo Antônio de Leverger, município em que foi aplicado o estudo, tem origens ligadas ao rio e à pesca. A cidade é margeada pelo rio Cuiabá e a economia é fortemente influenciada pela pesca. Muitas famílias dos estudantes são sustentadas pela piscicultura, além de o peixe ser um dos pratos típicos da região.

➤ Figurinhas da Copa do Mundo, pois, quando as atividades foram implementadas, alguns estudantes estavam vivendo o momento de colecionar e trocar figurinhas entre eles, tendo em vista que a Copa do Mundo do Qatar estava acontecendo e os estudantes estavam empolgados com a temática.

Portanto, para a elaboração do instrumento de pesquisa, foram considerados: os estudos envolvendo Função do primeiro capítulo; os elementos da Teoria dos Campos Conceituais; o nível de ensino correspondente ao 2º ano do Ensino Fundamental, com referência aos conteúdos e aos objetivos de aprendizagem propostos no atual documento curricular (BRASIL, 2018); a identificação das características das situações aditivas, multiplicativas e mistas apresentadas por diversas pesquisas, especialmente as de Vergnaud (1983, 1996a, 2009a), Magina *et al.* (2008), Gitirana *et al.* (2014), Santos (2015) e Miranda (2019); as situações mistas presentes nas apostilas (coleção Caderno) do 2º Ano do Ensino Fundamental (SILVA, 2019); e os estudos pilotos e os valores da variável didática.

### 3.4 Estudo piloto

Antes da implementação das situações com os estudantes que fizeram parte da produção de dados, foram realizados dois estudos pilotos com duas turmas do 2º ano. O primeiro estudo piloto foi realizado com a turma do 2º ano vespertino da mesma escola em que foram produzidos os dados para esta pesquisa. A proposta desse estudo foi analisar se os estudantes compreendiam o enunciado das situações e se tinham habilidades matemáticas para resolvê-las. Após o estudo piloto, o instrumento de pesquisa e o modo de implementação das tarefas

---

<sup>23</sup> Dependendo da região do Brasil, este doce pode ser conhecido como “doce de leite coalhado”, “doce de leite talhado”, “doce de leite azedo”, “ambrosia”, “cachorrada” ou “doce de leite cachorrada”.

passaram por aprimoramentos. Antes de realizar o primeiro estudo piloto, a pesquisadora, durante dois dias, participou da rotina dos estudantes do 2º ano vespertino.

O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) foram lidos e explicados aos colaboradores do estudo piloto. Participaram do primeiro estudo piloto quatorze (14) estudantes, que foram divididos em seis (6) grupos, sendo dois (2) trios e quatro (4) duplas. Identificou-se que os estudantes em dupla discutiam mais sobre as situações do que os estudantes em trios. Foram analisadas a produção escrita e os diálogos entre eles mediante os gravadores de áudio que ficaram dispostos nas mesas de cada grupo. A resolução das quatro situações pelos estudantes teve duração de duas horas. A partir do estudo piloto, foi proposta uma reflexão sobre os enunciados das situações, a fim de verificar se eles estavam claros. As figuras 14, 15, 16 e 17 mostram as quatro situações que foram propostas aos estudantes do primeiro estudo piloto.

**Figura 14** – Situação 1 proposta no primeiro estudo piloto

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO DE CARLOS CHALGREN DE NEVES DE 2020  
PROFESSORA

1) PARA FAZER 1 TORTA DE MAÇÃ SÃO NECESSÁRIAS 8 MAÇAS.  
II QUANTAS MAÇAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 TORTA?

R \_\_\_\_\_

2) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE TORTAS	QUANTIDADE DE MAÇAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE MAÇAS
		8 MAÇAS
		
		8 MAÇAS

III DÊNA RESPOSTA PARA A TORTAS. QUANTAS MAÇAS SÃO PRECISADAS CADA UMA?

R \_\_\_\_\_

IV DÊNA RESPOSTA COMPLETANDO AS MAÇAS PARA FAZER AS 3 TORTAS. ELA USARÁ ALGUMAS DAS MAÇAS PARA FAZER AS TORTAS E COM ISSO 8 MAÇAS ESTINGUINDO AS QUANTAS MAÇAS ESTÃO SOBRE PARA FAZER AS TORTAS?

R \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

**Figura 15** – Situação 2 proposta no primeiro estudo piloto

ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LURDA UTILIZA 6 LITROS DE LEITE



BUDA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



ARAU UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	6		8
ARAU			
BETO			
LURDA			

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMEIRO PENATO. POR ISSO PORAM OS DOIS SAO 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Figura 16 – Situação 3 proposta no primeiro estudo piloto

ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

1) JOÃO COSTA DE PESCAR A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

2) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
R: \_\_\_\_\_

3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCAO CONFORME O TEMPO:

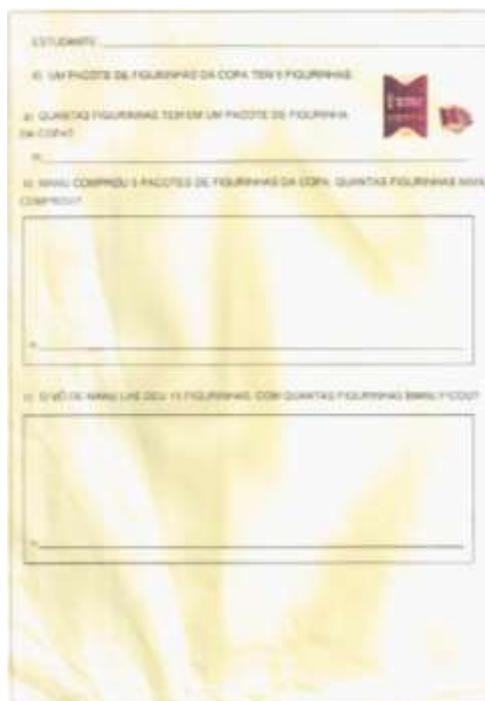
TEMPO DE HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXE (3 PEIXES)
1 HORA		
2 HORAS		
3 HORAS		

4) JOÃO PESCOU DURANTE 4 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
R: \_\_\_\_\_

5) DOS PEIXES PESCAO DURANTE 4H + HORAS, JOÃO VENDEU 18 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
R: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Figura 17 – Situação 4 proposta no primeiro estudo piloto



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Na primeira situação, houve uma alteração em relação ao fruto. No primeiro estudo piloto, estava redigido “torta de maçã”, porém apenas duas crianças já haviam consumido torta de maçã, gerando algumas discussões sobre o contexto. Desse modo, a expressão “torta de maçã” foi substituída por “bolo de banana”. Além disso, foi acrescentado mais um item, com o intuito de identificar explicitamente se os estudantes manifestavam a ideia de generalização. Logo, o item ficou da seguinte forma: “*Como podemos descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de tortas?*”.

Na segunda situação, foi alterada a quantidade de copo por litro. Desse modo, substituiu-se “1 litro de leite enche 4 copos” por “1 litro de leite enche 2 copos”.

Na terceira situação, modificou-se a quantidade peixes pescado por hora. Essa modificação ocorreu, já que, na quarta situação, a multiplicação é por 5. Dessa maneira, para não repetir, optou-se pela alteração do valor da grandeza e, no lugar de “*João gosta de pescar. A cada uma hora, ele pesca 5 peixes*”, ficou: “*João gosta de pescar. A cada uma hora, ele pesca 4 peixes*”. Ainda, no primeiro estudo piloto, alguns estudantes resolveram as situações 1, 2 e 3 utilizando o algoritmo da adição, isto é, eles somavam o resultado do cálculo anterior com o valor da grandeza (em relação à terceira situação, o valor de uma das grandezas era 5), assim como pode ser verificado na Figura 18.

**Figura 18** – Estratégia de um estudante do estudo piloto referente à situação 3

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXE
1 HORA	$2 + 3 = 5$	5 PEIXES
2 HORAS	$5 + 5 = 10$	10 Peixes
3 HORAS	$5 + 10 = 15$	15 Peixes

c) JOÃO PESCOU DURANTE 4 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

$5 + 15$

R. 20 Peixes

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A partir desse estudo piloto, decidiu-se que, no item “c”, ao contrário de utilizar a quantidade de hora subsequente à quantidade de hora da última linha da tabela, ou seja, ao contrário de perguntar sobre 4 horas, perguntou-se sobre 5 horas. Assim, a pergunta ficou da seguinte forma: “*João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou?*”.

Na quarta situação, assim como na primeira, foi acrescentado mais um item, com o intuito de identificar explicitamente se os estudantes mobilizavam a ideia de generalização. Portanto, o item ficou da seguinte forma: “*Como podemos descobrir a quantidade de figurinhas da Copa para qualquer quantidade de pacotes?*”.

A partir das discussões realizadas sobre o primeiro estudo piloto e com as alterações realizadas no instrumento de pesquisa, decidiu-se realizar um segundo estudo piloto. O segundo estudo piloto foi feito em outra escola do município de Santo Antônio de Leverger com uma turma do 2º ano. Participaram desse momento vinte e um (21) estudantes, que foram divididos em nove (9) grupos, sendo três (3) trios e seis (6) duplas. O diretor da escola indicou a turma para que o segundo estudo piloto fosse realizado.

Após a implementação das situações, a pesquisadora conversou com o professor regente da turma sobre as dificuldades que os estudantes apresentaram. O professor relatou que não foi

explorada de modo profundo a estrutura multiplicativa com a turma, que apenas foram trabalhados o “dobro” e o “triplo”. Além do mais, afirmou que focou no ensino da estrutura aditiva, o que dificultou a análise deste estudo, visto que os estudantes não conseguiram resolver as situações. As quatro situações que foram propostas aos estudantes do segundo estudo piloto estão representadas nas figuras 19, 20, 21 e 22.

**Figura 19** – Situação 1 proposta no segundo estudo piloto

SANTO ANTÔNIO DE LEYERGER, \_\_\_\_\_ DE NOVEMBRO DE 2022  
 ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 3 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		3 BANANAS
		
		9 BANANAS

4) DONA BENTA FAZ 5 BOLOS. QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BONS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

6) COMO PODEMOS DESCOBRIR A QUANTIDADE DE BANANAS PARA QUALQUER QUANTIDADE DE TORTAS?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

**Figura 20** – Situação 2 proposta no segundo estudo piloto

ESTUDANTE \_\_\_\_\_

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE  
3 COPOS DE 330 ML.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LURBA UTILIZA 8 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



KAIQ UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
LURBA	8		8 
KAIQ			
BETO			
DUDA			

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Figura 21 – Situação 3 proposta no segundo estudo piloto

ESTUDANTE \_\_\_\_\_

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 4 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXES PESCADOS CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		4 PEIXES
2 HORAS		
3 HORAS		

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 18 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

**Figura 22** – Situação 4 proposta no segundo estudo piloto

ESTUDANTE \_\_\_\_\_

4) UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LEU SEUS FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZOUT?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

7) COMO PODEMOS DESCORRIR A QUANTIDADE DE FIGURINHAS DA COPA PARA QUALQUER QUANTIDADE DE PACOTES?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Para a versão final do instrumento de pesquisa, algumas mudanças foram realizadas, assim como é exposto a seguir.

Na primeira situação, houve uma alteração em relação aos valores numéricos envolvendo os itens dessa situação. Logo, ao contrário de “*Para fazer 1 bolo de banana, são necessárias 3 bananas*”, ficou da seguinte forma: “*Para fazer 1 bolo de banana, são necessárias 2 bananas*”. Além disso, após novas discussões, foi retirado o item que foi acrescentado sobre a generalização. Na segunda situação, os valores das grandezas voltaram à maneira como estavam no primeiro estudo piloto, isto é, “*1 litro de leite enche 4 copos*”.

Com intuito de que os valores numéricos estejam em consonância com a habilidade EF02MA07 da BNCC (BRASIL, 2018), os valores numéricos envolvendo os itens das situações 1, 2 e 3 foram alterados. Desse modo, a primeira situação envolve multiplicação por 2, a segunda situação envolve multiplicação por 4, a terceira situação envolve multiplicação por 3 e a quarta situação envolve multiplicação por 5. Na quarta situação, também foi retirado o item acrescentado sobre generalização.

Após as alterações das situações, a pesquisadora conversou com a professora regente da turma em que os dados foram produzidos, a fim de que ela pudesse analisar as situações e

verificar se elas estavam adequadas para o nível dos estudantes e observar se os termos utilizados estavam adequados. Após a análise, a professora regente forneceu o próprio parecer, afirmando que alguns estudantes poderiam resolver as situações, mas que outros poderiam apresentar dificuldades, em especial, aqueles que ainda não eram alfabetizados. A leitura das situações foi realizada coletivamente. Contudo, com o intuito de auxiliar os alunos não alfabetizados, a pesquisadora organizou a sala de aula de modo que esses estudantes ficassem mais próximos e recebessem auxílio na leitura quando necessitassem. Além disso, o texto das situações foi escrito em fonte caixa alta, com o propósito de auxiliar os discentes na decodificação.

### **3.5 Colaboradores da pesquisa**

Os estudantes colaboradores da pesquisa estavam matriculados no 2º ano e não eram estudantes da pesquisadora proponente no momento de realização desta investigação. No entanto, algumas crianças foram discentes da pesquisadora no ano de 2021, quando cursaram o 1º ano. Para se aproximar da turma que participou da pesquisa, foram realizadas observações participativas. As aulas de Matemática ocorriam nas terças e quintas-feiras. A professora regente da turma permitiu que a pesquisadora observasse a turma nas terças-feiras. Desse modo, durante doze (12) terças-feiras do segundo semestre do ano letivo de 2022, a pesquisadora participou da rotina dos trinta estudantes do segundo ano no horário regular das aulas de Matemática, atuando como auxiliar da professora regente em todas as atividades didático-pedagógicas desenvolvidas, totalizando 36 horas/aulas de imersão.

Considerando que, para a presente pesquisa, esperava-se que os estudantes resolvessem as situações em duplas ou em trios, a pesquisadora solicitou para a professora regente a possibilidade de os estudantes se sentarem em dupla ou em trio, de modo que eles interagissem e estivessem adaptados para o dia da implementação da pesquisa. A professora regente, muito solícita, concordou e os estudantes estudaram em duplas ou em trios durante as observações.

Nesse contexto, as situações foram propostas e resolvidas pelos estudantes em dias letivos e em horário convencional de aula entre os dias 01/12/2022 e 02/12/2022. Os alunos resolveram as quatro situações em dois dias. No primeiro dia, eles resolveram, durante 2 horas, as situações 1, 2 e 3. No segundo dia, as crianças resolveram a situação 4 durante 30 minutos.

Nos dias de implementação das situações, estavam presentes 28 estudantes, que foram divididos em 14 duplas. A maioria da formação das duplas permaneceu do modo como já estava

sendo realizada nas aulas de Matemática. Todavia, algumas foram alteradas por escolha dos estudantes.

Antes de os alunos iniciarem as resoluções, uma fala inicial foi realizada pela pesquisadora para esclarecer os seguintes pontos: seriam lidas as situações, no entanto, não seria explicado o que o problema solicitava; a resposta, naquele momento, não seria fornecida e, desse modo, não seria verificado se a resposta estava correta.

Sendo assim, a pesquisadora leu o enunciado de um item e esperou a resolução de todas as duplas. Após a resolução dos estudantes, a pesquisadora leu o próximo item e assim procedeu até o final de todas as situações. Durante o momento de resolução das situações, os estudantes dialogavam entre si e, após o término de cada situação, a pesquisadora recolhia a folha e esperava as outras duplas terminarem para entregar a próxima situação.

A produção dos dados desta pesquisa contou com o registro escrito dos estudantes e de diálogos com os estudantes, que ocorreram a partir de entrevistas individuais entre pesquisadora e cada estudante, para que além do registro escrito, por meio do diálogo, a pesquisadora pudesse compreender as estratégias dos estudantes, suas incompreensões e erros e permitisse auxiliar na identificação das ideias que envolvem a noção de Função. Ao serem questionados sobre suas estratégias, os estudantes, muitas vezes conseguem expressar suas ideias que estão além da produção escrita. Isso é importante, pois as falas dos estudantes são reveladoras. “Para pesquisas com crianças pequenas todas as suas ações são relevantes, pois muitas vezes aquilo que o registro escrito” não revela, será evidenciado “nas suas explicações orais ou vice-versa” (VIEIRA, 2021, p. 115).

Ao serem questionados sobre as próprias estratégias, os estudantes, muitas vezes, conseguiram expressar as ideias que estão além da produção escrita. Isso é importante, pois as falas dos alunos são muito reveladoras. “Para pesquisas com crianças pequenas todas as suas ações são relevantes, pois muitas vezes aquilo que o registro escrito” não revela, será evidenciado “nas suas explicações orais ou vice-versa” (VIEIRA, 2022, p. 115).

No momento da entrevista, dos 28 estudantes colaboradores da pesquisa, 4 estudantes mudaram de período, ou seja, permaneceram na mesma escola, mas estavam matriculados no período vespertino e 1 estudante transferiu para outra escola localizada no município de Santo Antônio de Leverger (instituição que foi realizada o segundo estudo piloto). Sendo assim, a pesquisadora conversou novamente com os diretores e com os professores regentes sobre as entrevistas, todos foram solícitos e permitiram a continuidade da pesquisa. Desse modo, a pesquisadora realizou as entrevistas com todos os 28 estudantes.

As entrevistas tiveram início no dia 14 de fevereiro de 2023 e foram concluídas em 2 de março de 2023. Embora os estudantes estivessem matriculados no terceiro ano, é importante lembrar que as entrevistas ocorreram no primeiro mês de aula, um período em que os alunos ainda não haviam sido expostos ao currículo completo do novo ano letivo. Em vez disso, as professoras regentes estavam focadas nas atividades de boas-vindas e nas avaliações diagnósticas.

As entrevistas foram realizadas de modo individual em dias letivos e no horário convencional de aula dos estudantes nas dependências das instituições escolares. Elas ocorreram em duas sessões, em dias diferentes. Optou-se por realizá-las em dois momentos, porque foi considerado o tempo de concentração da faixa etária dos estudantes colaboradores. Não só, mas para que os alunos pudessem retornar para a sala de aula e retomar as atividades com a professora regente, visto que as entrevistas ocorreram no horário de aula.

No primeiro momento, cada estudante foi questionado sobre a estratégia utilizada para resolver a situação. Para tanto, no protocolo de resolução do próprio estudante, a pesquisadora realizava a leitura do enunciado de cada situação e, em seguida, fazia a leitura de cada item. Depois, aguardava o estudante explicar a própria estratégia e o que representava cada numeral que ele utilizou no item questionado. Após a resposta do aluno, a pesquisadora lia o próximo item e assim procedeu até o final de todas as situações. O primeiro momento teve uma duração aproximada de 25 a 30 minutos.

No segundo momento, foram realizadas perguntas que pudessem auxiliar ainda mais a pesquisadora na identificação das possíveis ideias de Função. Além disso, a identificação da mobilização da generalização (ideia-base de Função) ocorreu exclusivamente por meio da entrevista. Nesse segundo momento, os questionamentos foram orientados por um roteiro semiestruturado contendo algumas questões predeterminadas, com a finalidade de direcionar as explicações para os objetivos da pesquisa.

Por se tratar de alunos na faixa etária de sete a oito anos, no momento da entrevista, por vezes, foi necessário explicitar com detalhamento, para que alguns estudantes entendessem o que estava sendo questionado. Isso pode ter incentivado determinadas respostas de alguns estudantes no momento das próprias falas. As questões norteadoras do segundo momento eram específicas do contexto de cada situação, para exemplificar o segundo momento, optou-se por demonstrar as questões norteadoras por meio do contexto da segunda situação, mas de modo geral, as demais situações seguiram a mesma estrutura, sendo adaptadas conforme o contexto de cada situação. Assim, as questões foram formuladas do seguinte modo:

- Você acha que, conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? Por quê?
- Como você descobre a quantidade de copos? Para descobrir a quantidade de copos, depende do quê?
- Por que, para 1 litro são necessários 4 copos e, para 2 litros são necessários 8 copos?
- Sempre serão 4 copos para 1 litro?
- Como se descobre a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? Se for 10 litros?

No decorrer das análises verificou-se que algumas perguntas poderiam ter sido formuladas de maneira diferente, todavia a entrevista ainda foi considerada de suma importância e trouxe à tona informações relevantes para as análises e conclusões da investigação. A pesquisa e a produção de dados muitas vezes envolvem adaptações e aprendizados ao longo do processo, essa experiência pode ser usada como aprendizado para melhorar futuras entrevistas ou estudos, refinando as perguntas e o roteiro semiestruturado.

O primeiro momento teve uma duração em torno de 15 minutos. As sessões foram gravadas em áudio e garantiram à pesquisadora a obtenção de mais informações a respeito dos resultados apresentados por cada criança.

O próximo capítulo consiste na apresentação das quatro situações que compõem o instrumento de pesquisa, isso inclui a exposição das variáveis didáticas selecionadas para cada situação, os esquemas sagitais, as análises *a priori*. Também é realizada a análise dos dados produzidos pelos estudantes.

## 4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS SITUAÇÕES E DAS PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES

Neste capítulo, são apresentadas, primeiramente, três análises *a priori* focalizadas no instrumento de pesquisa, além das possíveis ideias associadas às funções passíveis de serem manifestadas pelos estudantes. A primeira análise consistiu em identificar as possíveis ideias-base de Função que a situação envolve (dependência, variável, regularidade e generalização), além das ideias de proporcionalidade e correspondência associadas ao conceito de Função, as quais podem ser mobilizadas pelos colaboradores.

A segunda análise consistiu no estudo do enunciado de cada item da situação, com o objetivo de explicitar a respectiva classificação e as devidas representações pelo esquema sagital e pela equação, os quais são estabelecidos a partir das classes, dos esquemas sagitais propostos por Vergnaud (2009a) às estruturas aditivas e multiplicativas, e com base na pesquisa de Miranda (2019), que investigou especificamente as situações mistas associadas ao conceito de Função Afim. Já a terceira análise consistiu na investigação dos possíveis esquemas a serem apresentados pelos colaboradores desta pesquisa.

Após a análise da situação que faz parte do instrumento de pesquisa, realizou-se a apresentação dos dados, ou seja, as resoluções dos estudantes, em conjunto com o estudo das produções escritas e dos diálogos dos discentes do 2º ano do Ensino Fundamental durante as resoluções das quatro situações mistas pertencentes às classes Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas com Estado final desconhecido.

Os colaboradores desta pesquisa consistiram em 28 crianças de uma escola pública da rede estadual de Mato Grosso. Os estudantes realizaram as situações em duplas, o que permitiu a troca de experiências e conhecimentos. No entanto, as análises foram conduzidas individualmente, uma vez que diversos integrantes da mesma dupla empregaram estratégias diferentes. Portanto, neste texto, os estudantes são identificados pela letra "E" seguida dos números de 1 a 28, como E1, E2, ... E28.

Para as análises, foram consideradas as produções escritas dos estudantes desenvolvidas durante as resoluções das situações e o diálogo que ocorreu entre a pesquisadora e os alunos de modo individual, por meio das entrevistas. As resoluções dos colaboradores nos itens que envolvem a estrutura multiplicativa foram agrupadas levando em consideração as estratégias de resolução que foram interpretadas pela pesquisadora como correspondentes.

A seguir, são descritas as classificações das seis estratégias adotadas pelos estudantes na resolução das situações. O fundamento de algumas dessas classificações recaiu nos estudos realizados por Magina, Lautert e Santos (2020) e Merlini e Teixeira (2018).

A estratégia *Somente resposta* é aquela cujo espaço reservado para registrar a resolução está em branco, isto é, o estudante não deixou explícito por escrito a própria estratégia de resolução, indicando somente a resposta correta.

A estratégia *Operação multiplicativa* é classificada desse modo, pois, para a resolução, o estudante utilizou apenas a representação numérica e apresentou, como estratégia pertinente, o algoritmo da multiplicação, ou foi necessário utilizar a representação pictórica. Em outras palavras, a operação multiplicativa se caracteriza pelo ato de resolver a situação por meio do algoritmo da multiplicação, porém podendo utilizar como apoio de contagem a representação pictórica. Nesse caso, o estudante demonstra habilidade para realizar a operação de multiplicação, mas parece precisar de um apoio pictórico. Esse apoio, provavelmente, auxiliou na contagem para chegar ao resultado da operação de multiplicação. Também foi classificada como *Operação multiplicativa* aquela cujos dados se encontram no enunciado da situação, porém a resposta foi equivocada, podendo ocorrer devido a um erro de atenção.

Classificou-se como *Operação aditiva*, aquela cuja estratégia acontece por meio da adição de parcelas iguais, ou da sequência aditiva recursiva ou do procedimento de complemento. A adição de parcelas iguais se caracteriza pela opção de os estudantes registrarem uma adição numérica de parcelas repetidas da própria ação na resolução do problema. Esse tipo de estratégia demonstra que o aluno se encontra em um período de transição entre o raciocínio aditivo e o multiplicativo. A sequência aditiva recursiva demonstra que o discente, no próprio registro, soma determinado termo devido a termos anteriores. O “procedimento de ‘complemento’, consiste em buscar [...] o que é preciso acrescentar a b para encontrar c” (VERGNAUD, 2009a, p. 211). Na estratégia *Operação aditiva*, o estudante também pode ter utilizado a representação pictórica na contagem para encontrar o resultado da operação.

A estratégia *Representação pictórica* é denominada desse modo, porque o registro da resolução foi realizado por intermédio de algum ícone, ou seja, algum desenho que pudesse estar atrelado à situação. Nesse caso, o estudante não apresenta explicitamente alguma operação com a utilização de símbolos numéricos.

A estratégia *Relação funcional* com apoio numérico e representação pictórica se caracteriza pelas ações em que o estudante estabelece uma relação proporcional entre grandezas diferentes, aplicando essa relação para obter a resolução da situação.

A estratégia *Não pertinente* se apresenta nas respostas em que o estudante não explicitou, no papel, a operação utilizada para resolver a situação ou, quando o fez, não foi possível identificar o raciocínio utilizado. Nesse caso, o estudante pode ter utilizado representação pictórica, dados que não estão contidos na situação ou apenas repetiu os dados da situação.

Os resultados dos 28 estudantes na tarefa de Matemática foram analisados da seguinte forma: o desempenho do grupo em cada situação mista. Para isso, primeiramente, são referidas as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver a tabela (exceto a quarta situação, pois não contém tabela) e o modo de representá-las. Em seguida, são mencionadas as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver o item que envolve a relação multiplicativa (exceto a segunda situação, visto que a relação multiplicativa está somente na tabela). Posteriormente, são apresentadas as ideias de Função que podem ter sido mobilizadas pelos estudantes tanto por meio das próprias estratégias quanto por meio das falas que ocorreram nas entrevistas.

Por fim, a partir do último item de cada situação, é evidenciado se os estudantes consideraram a resposta da estrutura multiplicativa para solucionar o item da estrutura aditiva, podendo ter realizado a associação entre as duas estruturas. Assim, foram identificadas as soluções que os estudantes utilizaram, sendo elas pertinentes, ou não. As resoluções dos colaboradores no último item foram agrupadas levando em consideração as estratégias de resolução que foram interpretadas pela pesquisadora como correspondentes:

*Considerou e acertou:* o estudante considerou o resultado pertinente do item anterior e chegou ao resultado correto, solucionando a situação mista de forma correta.

*Considerou e errou:* o estudante considerou o resultado pertinente do item anterior, todavia errou na resolução do último item.

*Considerou a resposta equivocada e errou:* o estudante considerou o resultado não pertinente do item anterior e, com isso, cometeu um erro no último item.

*Não considerou:* o estudante não considerou a resposta do item anterior, sendo ela pertinente, ou não.

*Em branco:* o estudante não solucionou a situação.

*Excluída:* o estudante chegou ao resultado pertinente, mas não soube explicitar como chegou ao resultado e não chegou ao resultado pertinente no item anterior.

#### 4.1 Análise da situação 1

Na Figura 23, encontra-se a primeira situação que foi proposta para os estudantes.

**Figura 23** – Situação mista 1 – Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação negativa de medidas com Estado final desconhecido

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 a) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 3 BOLOS?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		6 BANANAS

2) DONA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

3) DONA BENTA COMPROU 20 BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOMAS PARA FAZER OS BOLOS?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Para a primeira situação, foram consideradas as seguintes variáveis didáticas e os respectivos valores.

**Quadro 12** – Variável didática e os respectivos valores da situação 1

Variável didática	Valores da variável didática
Categorias e classes de situações	Proporção Simples (Multiplicação um para muitos) e Transformação de medidas negativa (Estado final desconhecido)
Apoio visual	Ilustração e tabela
Multiplicação	Multiplicação por 2
Adição/Subtração	Subtração até a dezena
Tipo de grandeza	Discreta
Ideias de Função	Dependência, correspondência, variável, regularidade e proporcionalidade

A primeira situação é do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos (itens “b” e “c”) e Transformação de medidas negativa com Estado final desconhecido (item “d”). As grandezas envolvidas são discretas, ou seja, a quantidade de bolos e a quantidade de bananas. A intenção do item “a”<sup>24</sup> foi saber se os estudantes compreenderam o enunciado. No item “b”, os alunos precisaram completar a tabela. O preenchimento dessa tabela consiste na utilização de ilustrações na primeira e na segunda colunas, o que poderia induzir os discentes a preencherem com desenhos. Já na terceira coluna da tabela, os estudantes precisaram responder a quantidade de bananas referente à segunda coluna.

Desse modo, nessa situação, a primeira grandeza é representada pela quantidade de bolo ( $b$ ) – conjunto de partida –, enquanto a segunda grandeza é representada pela quantidade de bananas ( $n$ ) – conjunto de chegada. A partir disso, pode ser estabelecida a relação de correspondência entre a quantidade de bolo e a quantidade de bananas em cada bolo, ou seja, para cada bolo, são necessárias duas bananas. A relação de dependência entre esses conjuntos se encontra quando a quantidade de bananas depende da quantidade de bolos. Ao modificar a quantidade de bolo, também é modificada a quantidade de bananas, tendo, como variável dependente, a quantidade de bananas e, como variável independente, a quantidade de bolos. Para esse tipo de situação, se for considerada a variação da quantidade de bolo, obtém-se a variação da quantidade de bananas, de modo que, em 1 bolo, há 2 bananas, em 2 bolos, há 4 bananas, em 3 bolos, há 6 bananas e assim por diante. Além disso, nesse caso, tem-se a mobilização da ideia de regularidade, que pode ser expressa por “em  $b$  bolos, há  $2b$  bananas”, e é indicada a ideia de generalização, dado que, para qualquer quantidade de bolo, pode-se determinar a quantidade de bananas, o que é expresso por:  $f(b) = 2b$ , sendo  $f(b)$  a quantidade de bananas, e  $b$  a quantidade de bolos.

Para encontrar a resposta dos itens “b” e “c”, isto é, descobrir a quantidade de bananas ( $n$ ) que é necessária para determinada quantidade de bolo ( $b$ ), é preciso multiplicar a quantidade de bolo ( $b$ ) por 2, que representa a quantidade necessária para a produção de um bolo. O esquema sagital e a equação a seguir são referentes ao item “c” e podem ser aplicados no item “b”, mudando somente a quantidade de bolos.

---

<sup>24</sup> Os itens “a” de todas as situações teve como intuito verificar se os estudantes compreenderam o enunciado.

**Quadro 13** – Esquema sagital da Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e equação da primeira situação

Esquema Sagital	Equação
	$n = b \cdot 2$ $n = 5 \cdot 2$ $n = 10$

Fonte: Autora.

O item “d” faz parte da estrutura aditiva Transformação negativa com Estado final desconhecido. Contudo, é necessário que o estudante tenha resolvido o item “c” para poder solucionar esse item. Logo, tem-se a quantidade de bananas ( $n$ ) para um valor diminuído pela quantidade de bananas ( $-3$ ) que estragaram – transformação negativa –, o que resulta em uma quantidade final ( $q$ ) – estado final – de bananas. Portanto, a quantidade de bananas boas para fazer os bolos é dada por uma transformação de medidas, conforme o esquema apresentado a seguir.

**Quadro 14** – Esquema sagital da Transformação negativa Estado final desconhecido e equação da primeira situação

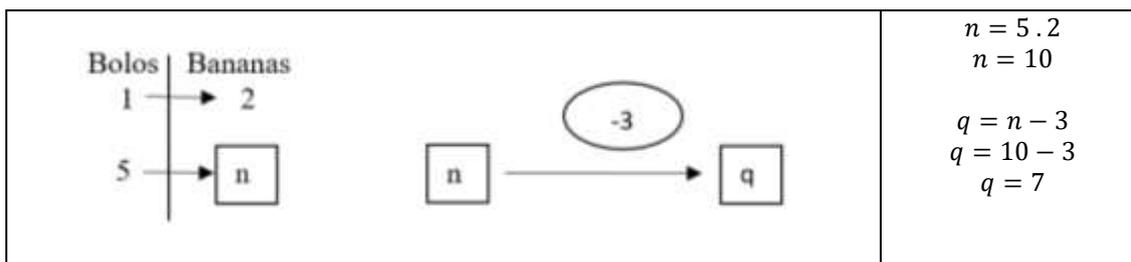
Esquema Sagital	Equação
	$q = n - 3$ $q = 10 - 3$ $q = 7$

Fonte: Autora.

Assim sendo, a relação entre os itens “c” e “d” permite a realização de uma associação para uma situação mista. Para representar as relações nessa situação completa, propõe-se o seguinte esquema sagital e equação baseados em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

**Quadro 15** – Representações da primeira situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação negativa com o Estado final desconhecido

Esquema Sagital					Equação
Bolos	Bananas	Quantidade inicial de bananas	Quantidade de bananas estragadas	Quantidade final de bananas	$n = b \cdot 2$



Fonte: Autora.

Antes de propor as situações aos estudantes, foi realizado um estudo *a priori*, com o intuito de antecipar os possíveis esquemas de resolução e os possíveis equívocos que poderiam ser mobilizados pelos estudantes. No quadro 16, apresenta-se a análise *a priori* realizada para a situação 1.

**Quadro 16** – Possíveis estratégias de resolução para a situação 1

Possíveis estratégias pertinentes de resolução dos estudantes	Possíveis estratégias não pertinentes dos estudantes
a) 2 bananas	Não compreender o enunciado e deixar em branco ou escrever outra quantidade diferente de dois.
b) Na última linha da tabela, espera-se que os estudantes desenhem 4 tortas na primeira coluna, 8 bananas na segunda e redijam o numeral 8 na terceira coluna. Os estudantes também podem representar os alimentos por meio de outros desenhos, como bolinhas e risquinhos.	Desenhar e/ou escrever quantidades diferentes do esperado.
c) $5 \times 2 = 10$ ou $2 \times 5 = 10$ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ Desenhar cinco (5) grupos com duas (2) bananas em cada grupo.	Realizar a operação de multiplicação e errar o cálculo. Somar o número de bolos (5) pela quantidade de banana (2) para cada bolo, ou seja, $5 + 2 = 7$ .
d) $10 - 3 = 7$ Desenhar dez (10) bananas e riscar três (3) bananas.	A partir do resultado equivocadamente do item “c”, subtrair três (3). Realizar multiplicação por 3.

Fonte: Autora.

#### 4.1.1 Análise e discussão dos dados da situação 1

No item “a” da primeira situação, é perguntado o seguinte: “Quantas bananas são necessárias para fazer 1 bolo?”. Nesse item, todos os estudantes responderam a quantidade correta, ou seja, 2 bananas.

No item “b” da situação 1, foi solicitado que os estudantes completassem a tabela (Figura 24).

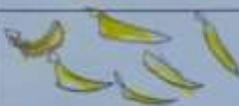
**Figura 24** – Tabela do item “b” da primeira situação

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		
		6 BANANAS

Fonte: Dados da pesquisa.

No item "b", vinte e três (23) crianças preencheram a tabela de modo pertinente, enquanto cinco (5) estudantes resolveram de modo não pertinente. Exemplos de estratégias pertinentes realizadas pelos estudantes podem ser observados nas figuras 25, 26 e 27.

**Figura 25** – Estratégia do estudante E1 referente ao item “b” da primeira situação

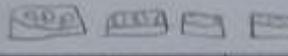
QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 Bananas
		6 BANANAS
		8 Bananas

Fonte: Dados da pesquisa.

Uma das vintes e cinco crianças que preencheram a tabela de modo pertinente, o estudante E1, representou as oito bananas da última coluna sem separá-las. O aluno, no dia da implementação da pesquisa, disse: “*Professora, se tem 4 bolos, precisa de 8 bananas. Aí, eu pensei: quando mamãe compra banana, a banana sempre ‘tá’ junta, aí fiz quatro aqui e quatro aqui*” (apontando os dedos em direção ao desenho).

O estudante E11 também preencheu a tabela corretamente e, conforme estão distribuídas as imagens dos bolos e das bananas contidas na tabela (Figura 26), o aluno utilizou, como estratégia de resolução, a mesma organização das imagens que já contém na situação.

**Figura 26** – Estratégia do estudante E11 referente ao item “b” da primeira situação

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

Fonte: Dados da pesquisa.

Dois estudantes fizeram o processo de ligar um bolo a duas bananas (Figura 27).

**Figura 27** – Estratégia do estudante E20 referente ao item “b” da primeira situação

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4
		6 BANANAS
		8

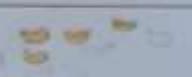
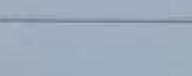
Fonte: Dados da pesquisa.

Acredita-se que esse tipo de estratégia corrobora para o desenvolvimento, especialmente, das ideias de correspondência e, por seguinte, dependência, variável e regularidade. A criança, justificou sobre o motivo de não ter feito da mesma forma na última linha da coluna, ou seja, ter ligado cada bolo a duas bananas: “*Não precisa mais, já entendi que ‘é’ duas bananas*”. Em outras palavras, a criança afirmou que já compreendeu que são necessárias duas bananas para cada bolo. Embora, no item “a”, a criança tenha respondido que eram necessárias duas bananas para cada bolo, foi por meio do preenchimento da tabela que ela compreendeu as relações de correspondência, dependência, variável e regularidade na situação.

Diante das estratégias realizadas na tabela, verificou-se que vinte e três (23) estudantes estabeleceram a relação de correspondência entre a quantidade de bolo e a quantidade de bananas em cada bolo. A relação de dependência entre esses conjuntos, isto é, a quantidade de bananas, depende da quantidade de bolos e, ao modificar a quantidade de bolo, também é modificada a quantidade de bananas. A ideia de variável, se for considerada a variação da quantidade de bolo, possibilita a obtenção da variação da quantidade de bananas, de modo que, em 1 bolo, há 2 bananas, em 2 bolos, há 4 bananas, em 3 bolos, há 6 bananas e assim por diante, o que também indica a ideia de regularidade.

Nesse item, cinco (5) estudantes não conseguiram preencher a tabela, mesmo no espaço que era para desenhar as seis bananas. O estudante E25, por exemplo, não preencheu de forma pertinente.

**Figura 28** – Estratégia do estudante E25 referente ao item “b” da primeira situação

b) COMPLETE A TABELA		
QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4
		6 BANANAS
		4

Fonte: Dados da pesquisa.

A criança E25 não corresponde a quantidade banana à quantidade de bolo. Embora, na segunda linha e na terceira coluna da tabela, esteja escrito “6 bananas”, a criança desenhou 4 bananas, quantidade que corresponde a dois bolos, e não a três bolos. A pesquisadora questionou a resolução do estudante: “*Para esses 2 bolos, têm quantas bananas?*”. **E25:** “*Quatro*”. **Pesquisadora:** “*Para esses três bolos, quantas bananas você desenhou?*”. **E25:** “*Quatro*”. **Pesquisadora:** “*Por que você desenhou quatro bananas para essa quantidade de bolo?*”. **E25:** “*Por que tem que ser quatro bananas para ficar certinho os dois?*”. **Pesquisadora:** “*Mas aqui só tem dois bolos?*”. **E25:** “*Tem... não, tem dois?*”. **Pesquisadora:** “*Então, são quatro bananas também? Igual esse daqui de cima?*”. **E25:** “*Sim*”. **Pesquisadora:** “*Se aumentar a quantidade de bolo, não aumenta a quantidade de bananas?*”. **E25:** “*Não*”.

A partir dessa situação, identificou-se que o estudante apresenta ausência das ideias-base de Função e das ideias de correspondência e proporcionalidade. O estudante considerou que, para fazer 1 bolo, são necessárias 2 bananas. Todavia, a partir de 2 bolos, ele conservou a quantidade de bananas necessárias, ou seja, independentemente da quantidade de bolo, para o estudante, são necessárias 4 bananas, não realizando a proporcionalidade, nem a correspondência adequada para o item “b”.

No item “c” da primeira situação, foi solicitado que os estudantes respondessem a seguinte questão: “*Dona Benta fará 5 bolos. Quantas bananas ela precisará comprar?*”. Vinte e dois (22) estudantes resolveram esse item por meio de diferentes estratégias, de modo pertinente, e chegaram ao resultado esperado. Todavia, seis (6) estudantes não chegaram ao resultado esperado, ou seja, utilizaram estratégias classificadas como *Não pertinente*. A seguir são apresentadas as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para esse item.

**Quadro 17** – Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “c” da primeira situação

<b>Estratégia</b>	<b>Item “c” (estudantes)</b>
<i>Somente resposta</i>	2 (E13 e E14)
<i>Operação multiplicativa</i>	9 (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8 e E15)
<i>Operação aditiva</i>	4 (E9, E10, E11 e E12)
<i>Relação funcional</i>	0
<i>Representação pictórica</i>	7 (E16, E17, E18, E19, E20, E21 e E22)
<i>Não pertinente</i>	6 (E23, E24, E25, E26, E27 e E28)

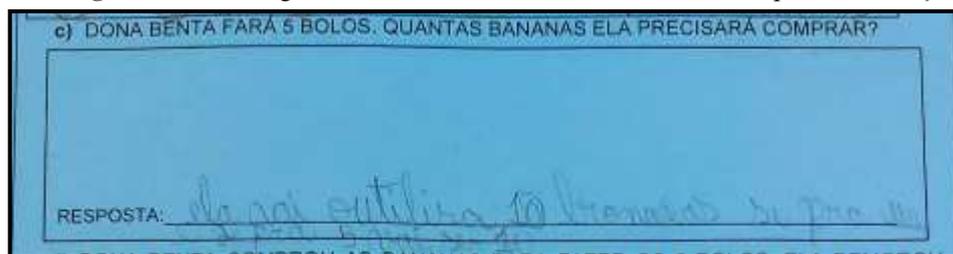
Fonte: Dados da pesquisa.

*Estratégia: Somente resposta*

Nessa estratégia, foram consideradas as resoluções em que os estudantes deixaram o espaço designado para registrar a resolução em branco, ou seja, o aluno não explicita a própria abordagem para chegar à resposta correta, fornecendo apenas o resultado final.

Para essa situação, dois estudantes (E13 e E14) utilizaram a estratégia *Somente resposta*.

**Figura 29** – Estratégia do estudante E13 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E13, para essa situação, registrou como resposta: “Ela vai ‘utiliza’ 10 bananas, se, ‘pra’ um, é 2, ‘pra 5’, vai ser 10”. Por meio da fala do estudante, já é possível encontrar a manifestação das ideias de correspondência, variável, regularidade e dependência. No entanto, para confirmar essas ideias e o indicativo da mobilização da ideia de generalização, também foi considerado o diálogo com o estudante durante a entrevista. A partir do registro do estudante E13, da estratégia realizada pelos estudantes e da entrevista, foi possível identificar indicativos da mobilização todas as ideias-base de Função, ou seja, variável, dependência, regularidade e generalização, e a ideia de correspondência.

A ideia de *correspondência*: **E13**: “Porque se, ‘pra’ um, precisa de duas, ‘pra’ dois, precisa de quatro”. A ideia de *dependência*: **Pesquisadora**: “Então, ‘pra’ eu saber a quantidade de bananas, depende do quê?”. **E13**: “Do bolo”. A ideia de *variável*, ao identificar a variação do número de bolo e, conseqüentemente, do total de bananas: **E13**: “Só usar a primeira questão, porque a primeira questão vai ‘tá’ duas bananas, porque, se, ‘pra’ um bolo, ‘é’ duas bananas, ‘pra’ dois bolos, vai ser quatro bananas. Então, conforme vai aumentando o bolo, vai aumentando bananas”. A ideia de *regularidade*: **E13**: “Porque cada um bolo dos dois bolos precisa de duas bananas. Então, tem que ter quatro bananas, duas ‘pra’ cada”. Em relação à ideia de *generalização*, ao ser questionado sobre outras quantidades de bolo, o estudante afirma que é só multiplicar por dois, assim como pode ser observado no diálogo a seguir: **Pesquisadora**: “Se ‘fosse’ dez bolos, tem alguma conta ‘pra’ descobrir?”. **E13**: “Só

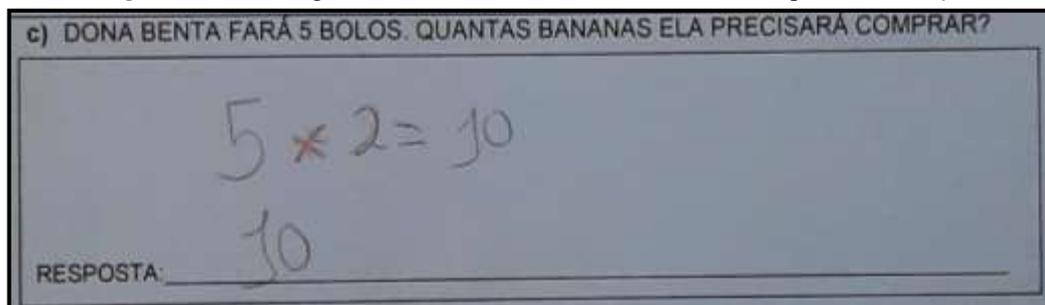
você multiplicar de dez 'pra' dois". **Pesquisadora:** "E se fosse vinte?". **E13:** "Você tem que multiplicar de vinte 'pra' dois". **Pesquisadora:** "E se fosse cinquenta?". **E13:** "De cinquenta pra dois". **Pesquisadora:** "Então, se for qualquer quantidade, o que você faz?". **E13:** "'Pra' dois". **Pesquisadora:** "'Pra' dois? Multiplica 'pra' dois? É isso?". **E13:** "É". Assim, para o estudante E13, para qualquer quantidade de bolo, pode-se determinar a quantidade de bananas, o que, matematicamente, pode ser representado por uma Função modelada por:  $f(b) = 2b$ , sendo  $f(b)$  a quantidade de bananas e  $b$  a quantidade de bolos.

O estudante E14, nessa situação, não explicita, por meio da própria fala, a ideia-base de generalização, por mais que ele compreenda que são necessárias duas bananas para cada bolo: **E14:** "Porque o bolo é um e multiplica por dois a banana". No entanto, o estudante dá indícios de mobilização de modo pertinente nas demais ideias de Função (dependência, regularidade, variável e correspondência).

#### *Estratégia: Operação multiplicativa*

A estratégia foi classificada como *Operação multiplicativa*, porque, para a resolução desse item, os estudantes usaram, como estratégia pertinente, o algoritmo da multiplicação com apenas a representação numérica, além da representação numérica com apoio da representação pictórica. Segundo Silva, L. Del C. P. da (2021), a ausência da representação pictórica na resolução pode se referir à passagem da estratégia inicialmente usada pelos estudantes para contagem para a identificação da operação de multiplicação para a solução da situação, ato que Santana *et al.* (2017, p. 95) apontam como um "salto qualitativo nas resoluções".

**Figura 30** – Estratégia do estudante E8 referente ao item "c" da primeira situação



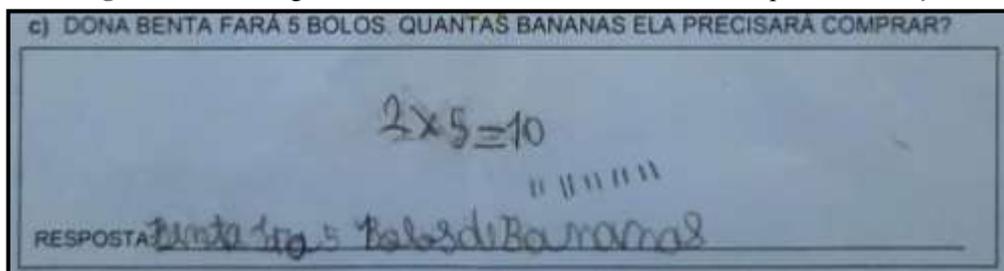
Fonte: Dados da pesquisa.

No total, nove (9) estudantes utilizaram essa estratégia. Dentre eles, quatro (4) estudantes (E2, E3, E4 e E15) efetuaram  $2 \times 5 = 10$ , enquanto três (3) estudantes (E6, E7 e E8) efetuaram  $5 \times 2 = 10$  e um (1) estudante (E1), além de ter utilizado o algoritmo da multiplicação  $2 \times 5 = 10$ , também utilizou o algoritmo da adição  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ .

A resolução dessa situação no plano numérico pode ser representada de ambas as formas. No entanto, de acordo com Vergnaud (2009a), apesar de se tratar de uma relação de quatro termos, os estudantes, especialmente, dos Anos Iniciais, costumam visualizar apenas uma relação entre três termos. Por isso, é muito comum que, na resolução desse tipo de situação, as crianças apenas multipliquem  $5 \times 2 = 10$  ou  $2 \times 5 = 10$ . Contudo, é necessário considerar as grandezas envolvidas.

O estudante E5, nesse item, manifestou o esquema expresso pelas representações numérica e pictórica.

**Figura 31** – Estratégia do estudante E5 referente ao item “c” da primeira situação



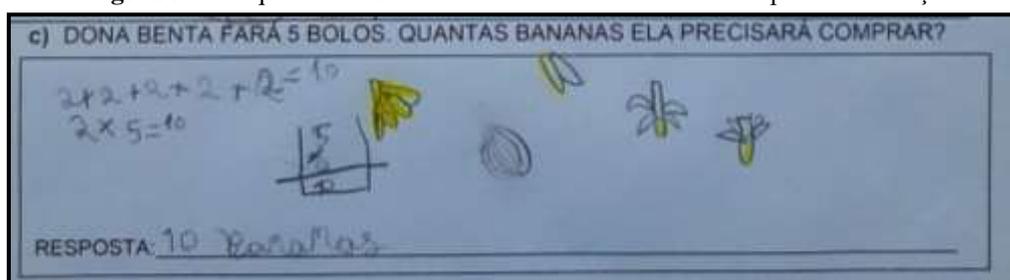
Fonte: Dados da pesquisa.

Para a representação numérica, o estudante utilizou o algoritmo da multiplicação, ou seja,  $2 \times 5 = 10$ . Entretanto, para a representação pictórica, o discente construiu cinco grupos com dois risquinhos em cada grupo. Diante disso, a pesquisadora questionou o estudante: “Como você pensou ‘pra’ fazer esse item?”. **E5:** “Duas vezes dez”. **Pesquisadora:** “Você fez duas vezes dez?”. **E5:** “Não, duas vezes cinco, igual a dez”. **Pesquisadora:** “Por que você fez duas vezes cinco?”. **E5:** “Hum...”. **Pesquisadora:** “Esse dois é do quê?”. **E5:** “De duas bananas”. **Pesquisadora:** “E esse cinco?”. **E5:** “De cinco bolos”. **Pesquisadora:** “Você fez duas vezes cinco para dar dez bananas, mas por que você realizou cinco grupos de dois, e não dois grupos com cinco?”. **E5:** “Porque são cinco bolos, e cada bolo precisa de duas bananas e, na conta, dá ‘pra’ fazer duas vezes cinco”. A partir da fala do estudante E5, é possível inferir que, por meio da representação pictórica, ele percebeu a relação entre quatro termos, mas, no

plano numérico, conjectura a relação entre três termos, pois não importa se multiplicar  $5 \times 2$  ou  $2 \times 5$ : o resultado é o mesmo.

Para esse item, o estudante E1 utilizou a representação numérica para apresentar, como esquema pertinente, os algoritmos da adição e da multiplicação. No algoritmo da multiplicação, realizou  $2 \times 5 = 10$ . Já no algoritmo da adição, aplicou a adição de parcelas iguais, isto é,  $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ .

**Figura 32** – Esquema do estudante E1 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Para explicitar o próprio esquema, o estudante disse o seguinte: **E1**: “Professora, dá ‘pra’ fazer dos dois jeitos”. **Pesquisadora**: “Se eu fizer duas vezes cinco  $2 \times 5$ , é igual a  $2 + 2 + 2 + 2 + 2$  ou  $5 + 5$ ?”. **E1**: “Eu fiz complexo, por isso queria apagar”. **Pesquisadora**: “Você fez  $2 \times 5$  e você gostaria de fazer como?”. **E1**: “Eu queria fazer  $5 + 5$ , mas eu não pensei na hora”. **Pesquisadora**: “Ah, vamos pensar de outra forma:  $2 \times 5$ , você está fazendo duas bananas multiplicando por cinco bolos. Não seria cinco bolos multiplicando por duas bananas?”. **E1**: “Eu coloquei os números nas posições errada, mas deu a mesma resposta”. **Pesquisadora**: “Você acha que difere  $2 \times 5$  ou  $5 \times 2$ ?”. **E1**: “Eu acho que difere, porque, se não dá ‘pra’ fazer dois bolos, precisaria de cinco bananas. O resultado é o mesmo, mas aí vão ser quantidades diferentes que têm que colocar no bolo. ‘Pra’ fazer dois bolos, utiliza quantidade diferentes”.

A partir do diálogo com o estudante E1, é possível inferir que ele compreende que, no campo numérico, multiplicar  $2 \times 5$  ou  $5 \times 2$  gera o mesmo resultado. No entanto, o mais adequado é multiplicar a grandeza “bolo” pela grandeza “banana”, a fim de que o resultado seja em bananas, visto que a pergunta é sobre a quantidade de bananas.

Em relação às ideias de Função, todos eles indicam ter mobilizados a ideia de correspondência. Tal ideia foi mobilizada quando os estudantes corresponderam a quantidade de bolo e a quantidade de bananas para cada bolo, ou seja, 1 bolo precisa de 2 bananas e 5 bolos

precisam de 10 bananas. proporcionalidade pela utilização da taxa de proporcionalidade – 2 bananas por bolo ou pela utilização da razão – 2 vezes, mantendo a proporção de 1:2. A razão pode ser mobilizada pelo estudante, ao compreender quantas vezes a unidade de uma mesma grandeza aumentou. Nesse caso, o número de bananas aumentou 2 vezes.

Rodrigues (2021) considera que a ideia de proporcionalidade está implícita no esquema do estudante quando a proporção entre as grandezas permanece igual. Segundo Vergnaud (1993), diversos conceitos seriam mais bem aproveitados se o ensino de proporcionalidade fosse devidamente reconhecido. Conforme o autor, os conceitos de “fração, quociente, número racional, produto e quociente de dimensões, escalar, Função Linear e n-linear, combinação e aplicação linear” (VERGNAUD, 1993, p. 16) assumem sentidos nas situações de proporção, desenvolvendo-se como instrumentos de raciocínio antes de serem abordados como objetos matemáticos.

Sobre as ideias-base os estudantes E1, E3, E5, E7, E8 e E15, por meio dos registros e das entrevistas entre pesquisadora e estudantes, indicam a mobilização de todas elas a saber: a ideia de dependência, ou seja, a quantidade de bananas depende “*da quantidade de quantos vai ser o bolo*” (E5); a ideia de variável, ao identificar a variação do número de bolo e, conseqüentemente, do total de bananas: “*Se um bolo de banana é duas bananas, se for fazer dois bolos de banana, ‘é necessário’ quatro bananas; se for fazer três bolos, precisa de seis bananas*” (E7); a ideia de regularidade: “*a cada um bolo, precisa de duas bananas [...]. Vai aumentando de dois em dois*” (E3). Em relação à ideia de generalização, os estudantes, ao serem questionados sobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo, responderam o seguinte: E1: “*A gente faz duas vezes a quantidade de bolo*”; E3: “*Duas vezes o que você quiser depois*”; E5: “*Pode contar de dois em dois na mão para cada um bolo*”.

Os estudantes E2, E4 e E6 também utilizaram, como estratégia, a multiplicação. No entanto, nem todos têm indicativos de que mobilizaram, por intermédio da fala, as quatro ideias-base de Função. As ideias de dependência, regularidade e variação, aparentemente, são manifestadas pelos estudantes E2 e E6. Por meio da entrevista, verificou-se que a ideia de dependência não foi explicitada pelo estudante E4, ou seja, que a banana depende da quantidade de bolo. A ideia de dependência não é simples de ser construída pelo aluno e, portanto, uma estratégia que pode auxiliar no desenvolvimento dessa ideia é utilizar situações que fazem parte do contexto do discente (PAVAN, 2010). A ideia de generalização não é mobilizada por nenhum dos três estudantes. O estudante E2, ao ser questionado sobre determinada quantidade de bolo, afirma que é mais difícil saber qual conta realizar para encontrar a quantidade de

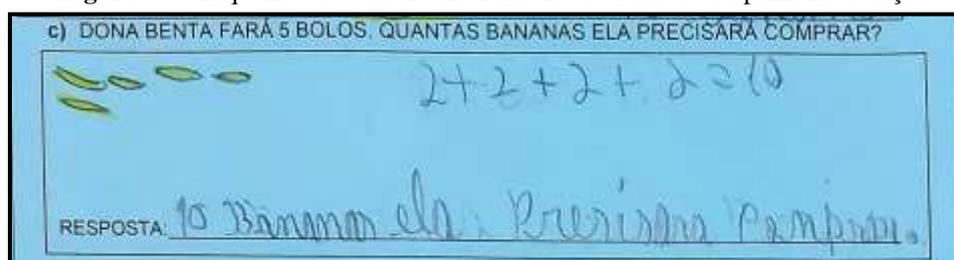
bananas: **Pesquisadora:** “Não precisa dar a resposta. E se fosse 20 bolos?”. **E2:** “Aí, a senhora me pegou de jeito”. **Pesquisadora:** “Eu peguei de jeito e você não sabe qual continha fazer?”. **E2:** “Sim, é mais difícil”. Tinoco (2002) e Rezende, Nogueira e Calado (2020) relatam que, dentre as ideias-base de Função, a ideia de generalização é a mais difícil de ser compreendida pelos estudantes. Sendo assim, mesmo que esses alunos tenham encontrado o resultado por meio da operação multiplicativa, nem todas as ideias-base de Função foram mobilizadas. Portanto, é preciso explorar mais situações do cotidiano desses discentes, para que eles possam mobilizar todas as ideias envolvidas.

### *Estratégia: Operação aditiva*

Na estratégia classificada como *Operação aditiva*, na primeira situação, foram identificadas duas formas principais: a adição de parcelas iguais e a sequência aditiva recursiva. Essas estratégias indicam as diferentes formas de abordagem utilizadas pelos estudantes na resolução de situações que têm como possibilidade a operação de adição. No total, quatro estudantes utilizaram essa estratégia.

O estudante E9 utilizou, como estratégia de resolução, a operação aditiva por meio da soma de parcela iguais.

**Figura 33** – Esquema do estudante E9 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

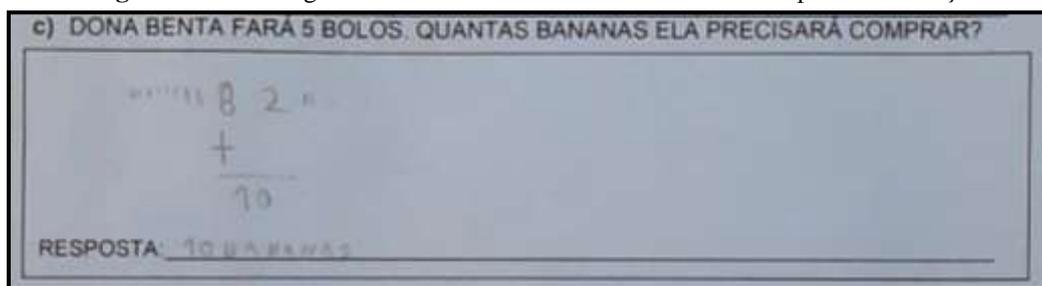
É comum ocorrer a soma de parcelas iguais nas situações de multiplicação, pois, conforme Vergnaud (2009a), as situações de Multiplicação um para muitos exigem a realização de uma multiplicação que, comumente, é ensinada como adição de parcelas iguais. Entretanto, Nunes *et al.* (2009) esclarecem que o cálculo pode ser feito por adição repetida de parcelas, mas o conceito da multiplicação é caracterizado por duas variáveis em uma relação fixa, uma com a outra. Desse modo, o conceito de multiplicação não é de adição repetida. Além disso, é

fundamental que o estudante compreenda que “a adição de parcelas iguais não é suficiente para compreender e resolver algumas situações que envolvam a multiplicação” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 16).

O estudante E9 estabeleceu uma relação de correspondência entre a quantidade de bolo e a quantidade de bananas em cada bolo, ou seja, para cada bolo, são necessárias duas bananas. **E9:** “Porque um bolo tem duas bananas, e precisa de duas bananas pra cada bolo”. A relação de dependência entre esses conjuntos se encontra quando a quantidade de bananas depende **E9:** “dos bolos” e, ao modificar a quantidade de bolo, também é modificada a quantidade de bananas. Assim, têm-se as ideias de variável e regularidade. **E9:** “Mais bolos, mais bananas [...] Vai mudando os bolos e as bananas”. **Pesquisadora:** “A cada bolo, muda quantas bananas?”. **E9:** “Duas bananas”. Em relação à generalização, o estudante compreende que, independentemente da quantidade de bolo, deve-se colocar duas bananas para cada bolo. Ele não realiza a generalização por meio do cálculo de duas vezes a quantidade de banana ( $b$ ), ou seja, em termos matemáticos,  $f(b) = 2b$ , mas realiza do modo como pensou para cinco bolos, isto é, a soma de parcelas iguais. **Pesquisadora:** “[...] se for fazer 10 bolos?”. **E9:** “Descobre as bananas e, aí, ela vai fazer o bolo com a banana. Aí, ela coloca 2 bananas em cada bolo”.

Para a resolução desse item, três (3) estudantes (E10, E11 e E12) apresentaram, como esquema pertinente, uma sequência aditiva recursiva, somando mais 2 bananas ao resultado anterior da quantidade de bananas, ou seja,  $8 + 2 = 10$ . O estudante E12 explica para pesquisadora o seguinte: **E12:** “Se nesse (item b), deu oito (apontando para a última linha da tabela), nesse (item c), dá dez”.

**Figura 34** – Estratégia do estudante E12 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Segundo Gitirana *et al.* (2014), a sequência aditiva recursiva é um esquema limitado, pois não seria facilmente aplicado para a solução de situações que envolvem valores maiores. Ainda, segundo Nunes *et al.* (2009) a diferença central entre o raciocínio aditivo e o raciocínio

multiplicativo reside no fato de que o primeiro raciocínio está baseado na relação parte-todo, enquanto o segundo se concentra na relação constante entre duas variáveis.

Todos os estudantes que resolveram a situação por meio da sequência aditiva recursiva apresentam indicativos da manifestação da ideia de correspondência, quando estabeleceram a quantidade de banana para cada bolo. **E10**: “*Porque aqui é um 1 bolo e você precisa de duas bananas. Aqui, ‘é’ dois bolos e você precisa de mais quatro*”. **Pesquisadora**: “*Por que mais quatro?*”. **E10**: “*Porque você aumentou mais duas bananas para fazer dois bolos de banana*”. **Pesquisadora**: “*São duas bananas ‘pra’ dois bolos ou são quatro bananas ‘pra’ dois bolos?*”. **E10**: “*Quatro bananas pra dois bolos*”. **Pesquisadora**: “*Os bolos estão aumentando de quanto em quanto?*”. **E10**: “*De um em um*”. **E10**: “*E as bananas?*”. **E10**: “*De dois em dois*”, indicando, também, a ideia de regularidade.

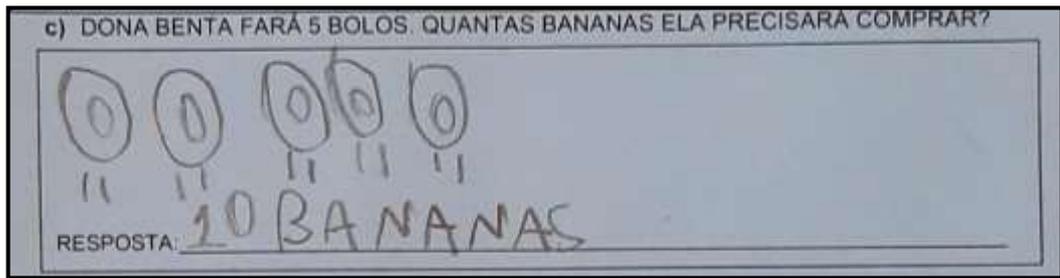
A ideia de dependência é mobilizada de modo explícito pelo estudante **E10**: “*Porque precisa saber quantos bolos eu vou fazer pra saber quantas bananas eu vou comprar*”. O estudante **E11** não deixa explícito, na própria fala, a ideia de variável. Ele compreende que, à medida que variam os bolos, varia a quantidade de banana. No entanto, ele não sabe explicitar o porquê. Já o estudante **E12** explicita na própria fala a variação: “*Porque um bolo usa duas, dois bolos ‘usa’ quatro e três bolos ‘usa’ seis*”. Dentre os três estudantes que utilizaram a estratégia de adição recursiva, somente o estudante **E11** indicou um modo de solucionar a situação para qualquer quantidade de bolo, ou seja, contaria “*de dois em dois*”.

A partir da análise da estratégia dos estudantes E10, E11 e E12 e por meio das entrevistas entre a pesquisadora e os estudantes, identificou-se que, nesta situação, a estratégia de adição recursiva pode dificultar a mobilização da ideia de generalização.

#### *Estratégia: Representação Pictórica*

Sete (7) estudantes (E16, E17, E18, E19, E20, E21 e E22) chegaram ao resultado por meio da representação pictórica. Os estudantes E16, E17 e E18 desenharam cinco bolos e, abaixo de cada bolo, desenharam dois risquinhos para representar a quantidade de bananas correspondente a cada bolo (Figura 35).

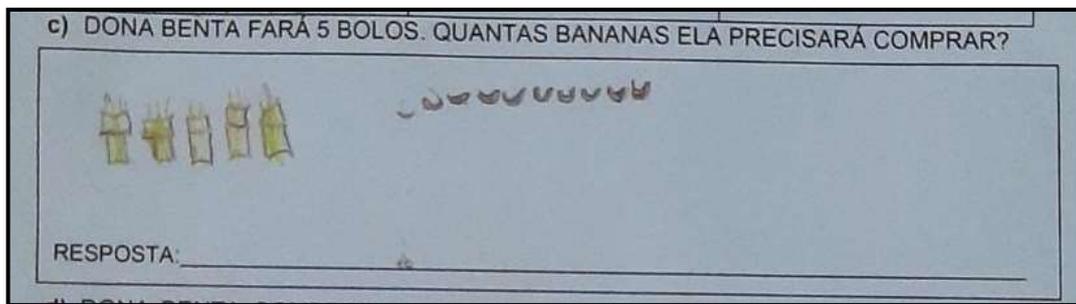
**Figura 35** – Estratégia do estudante E18 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

As crianças E19, E20 e E21 desenharam os bolos de um lado e as bananas do outro lado, assim como pode ser observado na Figura 36.

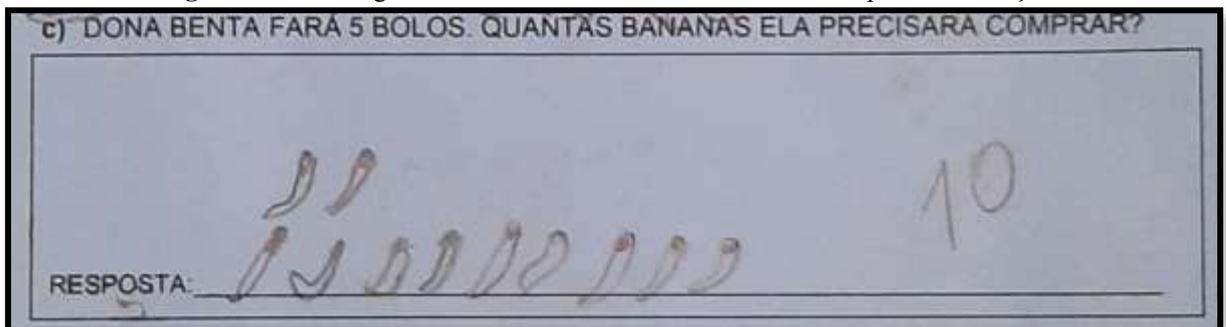
**Figura 36** – Estratégia do estudante E21 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E22 desenhou a quantidade de banana representando a própria resposta, assim como pode ser verificado na figura a seguir.

**Figura 37** – Estratégia do estudante E22 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa situação, é possível utilizar a representação pictórica devido à baixa magnitude dos dados numéricos. No entanto, esse resultado reafirma a importância do uso da representação

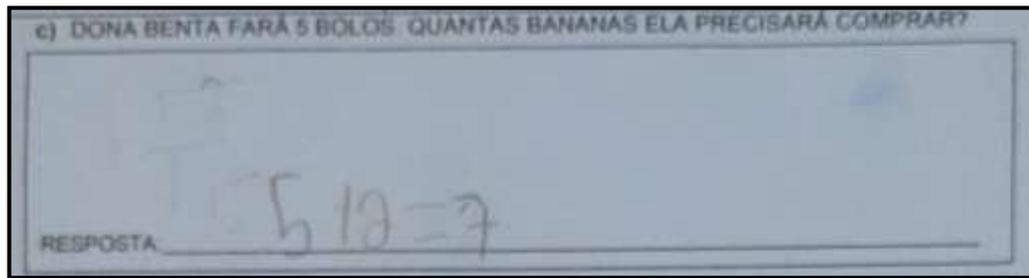
pictórica, pois demonstrou ser um instrumento eficiente e que auxilia os estudantes a chegarem a resultados adequados. Com base na análise das estratégias utilizadas, é possível supor que esses alunos encontraram um suporte essencial na representação pictórica para uma resolução adequada dessa situação, assim como concluíram os resultados de pesquisas realizadas por Magina, Santos e Merlini (2014) e Merlini e Teixeira (2018).

Em relação às ideias-base, todos os estudantes, isto é, E16, E17, E18, E19, E20, E21 e E22, mobilizaram, por meio dos próprios registros e falas, indícios das ideias de variável, correspondência e regularidade. **E17:** “*Por que aumenta o bolo e, aí, tem que aumentar a banana também*”. **Pesquisadora:** “*E aumenta de quanto em quanto a banana?*”. **E17:** “*De dois em dois a banana*”. **Pesquisadora:** “*A cada um bolo a mais...*”. **E17:** “*Duas bananas a mais*”. No que diz respeito à ideia de dependência, os estudantes E17 e E22, por intermédio das próprias falas, não deixam explícito tal ideia. Os demais estudantes, ao serem questionados, falaram que as bananas dependem da quantidade de bolo, assim como pode ser verificado no diálogo da pesquisadora com o estudante. **Pesquisadora:** “*‘Pra’ saber a quantidade de bananas, depende do quê?*”. **E21:** “*Ah, do bolo, aqui, tem três bolos, aqui, tem seis bananas, não tem duas*”. Dos sete estudantes que utilizaram essa estratégia, somente os alunos E16 e E17, ao serem questionados sobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo, disseram que encontram o valor contando de dois em dois. **Pesquisadora:** “*[...] se fosse 10 bolos, como poderia descobrir?*”. **E17:** “*‘Seria’ umas 20 bananas?*”. **Pesquisadora:** “*Como você pensou ‘pra’ dar 20?*”. **E17:** “*Eu contei*”. **Pesquisadora:** “*Como contou?*”. **E17:** “*Contei de dois em dois*”. **Pesquisadora:** “*Se fosse sete bolos, não precisa dar o resultado, como você faria?*”. **E17:** “*Eu ia contar de dois em dois*”.

*Estratégia: Não pertinente.*

Os estudantes E23, E24, E25, E26, E27 e E28 não realizaram uma estratégia que chegassem ao resultado correto. Para a resolução desse item, o estudante E23 utilizou como estratégia *Não pertinente* o algoritmo da adição. Nessa estratégia, o estudante respondeu o item c sem considerar as relações envolvidas entre os dados numéricos do enunciado, apenas operando com os números contidos no item, ou seja,  $5 + 2 = 7$  (Figura 38), o que não conduziu à solução adequada para o item c.

**Figura 38** – Estratégia do estudante E23 referente ao item “c” da primeira situação

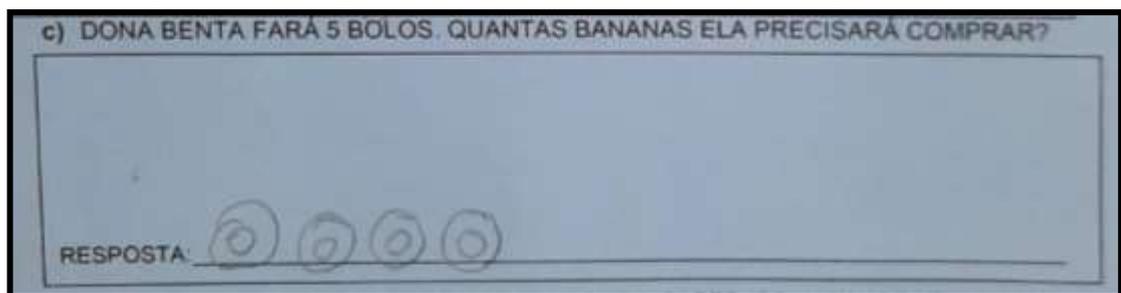


Fonte: Dados da pesquisa.

Esse modo de solucionar a situação pode ter ocorrido devido a um possível contrato didático estabelecido na sala de aula, em que o estudante necessita encontrar uma resposta numérica para situação, mesmo quando as informações não fazem sentido (CHEVALLARD, 1980). Isso, pois, de acordo com a fala do estudante e suas respostas do item anterior, foi possível identificar que ele mobiliza a ideia de variável, correspondência e regularidade, mas, em seu registro no item “c”, não é possível identificar essas ideias. A partir da entrevista, o estudante disse: **E23**: “Vai mudando os bolos e as bananas”. **Pesquisadora**: “Sempre serão duas bananas para cada bolo?”. **E23**: “Não, aqui é um bolo, vai precisar de duas bananas, aqui, dois bolos, quatro bananas, aqui, três bolos, seis bananas”. **Pesquisadora**: “Mas para cada um bolo são quantas bananas?”. **E23**: “Duas”.

O estudante E26 utilizou uma representação pictórica, mas sem contexto explícito, pois a pergunta é referente a 5 bolos e o estudante desenhou 4 bolos.

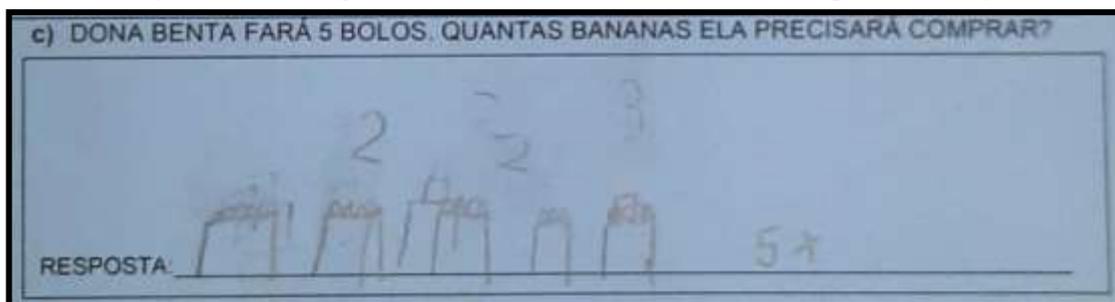
**Figura 39** – Estratégia do estudante E26 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E27 apenas repetiu dados da situação.

**Figura 40** – Estratégia do estudante E27 referente ao item “c” da primeira situação

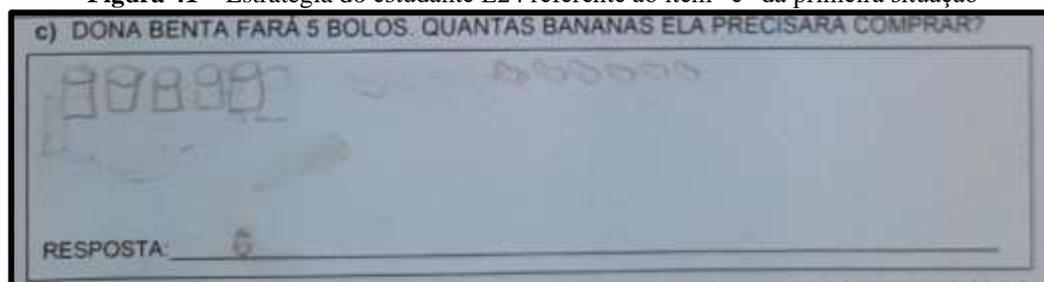


Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E25 desenhou 10 *bananas*. No campo da resposta, colocou o numeral "4" e, na entrevista, disse que são necessárias quatro bananas. No item da tabela, esse mesmo aluno preencheu a tabela sempre com o numeral "4". O estudante E28 não realizou nenhuma estratégia e também não inseriu resposta.

Durante as conversas com os estudantes, a pesquisadora identificou que o estudante E24 compreendeu que, conforme a quantidade de bolos varia, a quantidade de bananas também varia, todavia ele não corresponde de forma proporcional a variação entre a quantidade de bolo e a quantidade de banana. Na própria estratégia, para cada bolo adicional, ele acrescentou apenas uma banana, não considerando a relação proporcional entre as quantidades de bolos e bananas.

**Figura 41** – Estratégia do estudante E24 referente ao item “c” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Segundo Tinoco (2002), a ideia de proporcionalidade pode ser explorada quando se conhece uma grandeza e é possível obter o valor correspondente da outra, ao multiplicar o valor da grandeza conhecida por uma constante (taxa).

A partir das estratégias desses estudantes e das entrevistas, é possível inferir que as mobilizações dessas ideias estão atreladas ao sucesso de se chegar ao resultado adequado,

porque os alunos que não mobilizaram as ideias-base de Função não realizaram alguma estratégia pertinente e, conseqüentemente, não encontraram a resposta correta.

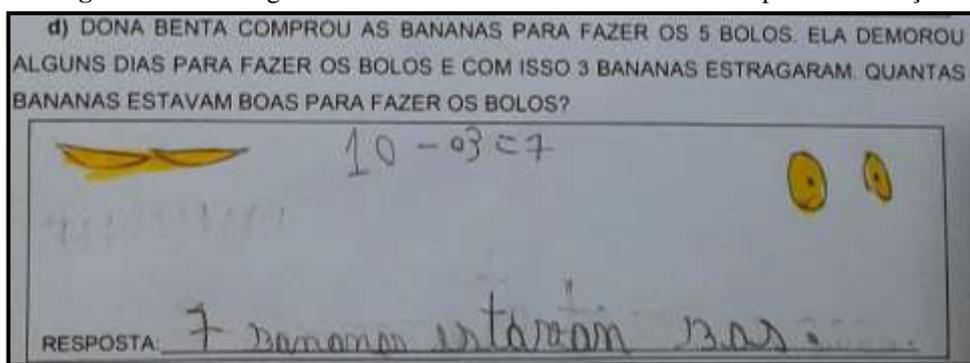
No item “d” da primeira situação, foi solicitado que os estudantes respondessem à seguinte questão: “*Dona Benta comprou as bananas para fazer os 5 bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso 3 bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos?*”.

Nesse item, dezenove (19) estudantes consideraram a resposta anterior e acertaram. Um (1) estudante considerou a resposta anterior equivocada e, com isso, errou. Quatro (4) estudantes não consideraram a resposta do item anterior e erraram. Três (3) estudantes deixaram o item em branco, e a resposta de um (1) estudante foi excluída.

*Considerou e acertou:*

Dos dezenove (19) estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E20 e E21) que consideraram a resposta do item anterior e realizaram com sucesso essa situação, os estudantes E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E16 e E17 resolveram por meio da representação numérica. Já os estudantes E18, E20 e E21 solucionaram por intermédio da representação pictórica, enquanto o aluno E14 resolveu por meio do cálculo mental.

**Figura 42** – Estratégia do estudante E14 referente ao item “d” da primeira situação



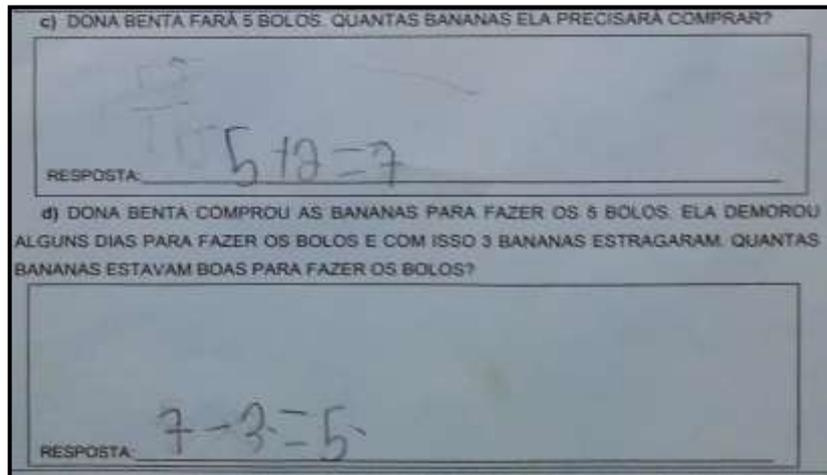
Fonte: Dados da pesquisa.

Por meio das respostas desses dezenove estudantes, verificou-se que eles consideraram a resposta anterior e chegou ao resultado adequado. Logo, é possível indicar que esses alunos relacionaram a estrutura multiplicativa com a estrutura aditiva. Desse modo, realizaram a situação mista de forma pertinente.

*Considerou a resposta equivocada e errou:*

O estudante E23 associou a resposta equivocada do item anterior, mas, como não resolveu de forma pertinente o item anterior, equivocou-se na resposta do item “d”.

**Figura 43** – Estratégia do estudante E23 referente ao item “d” da primeira situação

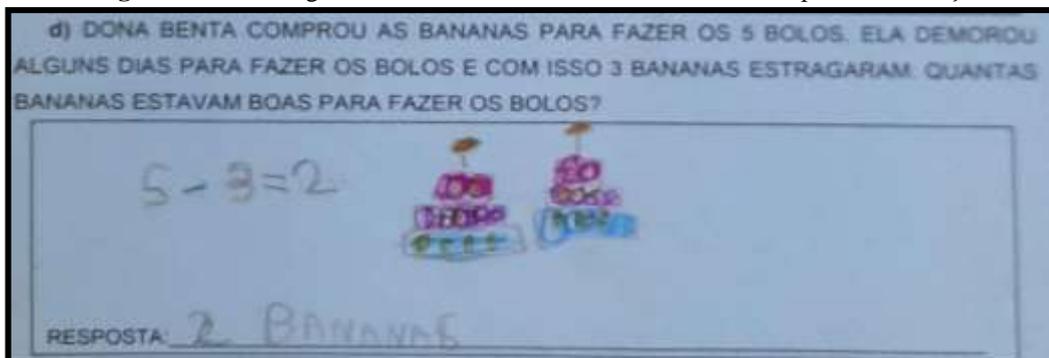


Fonte: Dados da pesquisa.

*Não considerou:*

Dos quatro (4) alunos (E15, E19, E25 e E26) que não consideram a resposta do item anterior, os estudantes E15 e E19 consideraram somente os dados numéricos contidos na situação e, com isso, não realizaram o cálculo de modo pertinente.

**Figura 44** – Estratégia do estudante E15 referente ao item “d” da primeira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

*Em branco:*

Três estudantes (E22, E27 e E28) deixaram o item em branco. O estudante E22 disse que não realizou, pois se “esqueceu”. Desse modo, infere-se que o estudante não realizou por falta de atenção ou distração no momento da resolução. No entanto, durante a entrevista, ele resolveu de modo pertinente o item “d”. **E22:** “*‘Era’ dez bolos, estragaram três e ‘ficou’ sete*”. Já o estudante E27 não realizou os itens “b” e “c” da primeira situação. O estudante E28, que também não solucionou a situação, não soube explicitá-la.

*Excluída:*

Não foi considerada a resposta do estudante E24. O aluno apresentou tanto erros de interpretação quanto erros no algoritmo da multiplicação. No item “b”, ele registrou a quantidade de 6 bananas e, no item “c”, ele utilizou a quantidade equivocada do item anterior. Assim, a criança fez “ $5 \times 6 = 18$ ”. Ao explicar a própria resposta, ele disse: **E24:** “*Porque cinco bananas precisam de seis bolos*”. Assim, não foi possível compreender, de forma clara, como o estudante pensou em realizar a situação.

Identificou-se, por meio da análise *a posteriori*, que os estudantes apresentaram estratégias pertinentes de resoluções, assim como foi previsto nas análises *a priori*, e emergiu uma estratégia pertinente que não estava prevista, isto é, os estudantes E13 e E14 colocaram somente a resposta no item “c”. Não foi prevista a não resolução de um dos itens da situação, assim como ocorreu com os estudantes E22, E27 e E28.

Os resultados da investigação aqui apresentada apontam que a maioria dos estudantes são capazes de compreender a situação e lançar mão de estratégias pessoais para resolvê-la. Por meio das diferentes estratégias, há indícios de que eles são capazes de mobilizar ideias envolvendo Função. Por diversas vezes, os estudantes, para explicitar o próprio raciocínio, apoiaram-se na tabela.

A partir das considerações, de modo geral, verificou-se que a tabela possibilitou uma representação organizada dos valores numéricos em causa e uma apreciação numérica da variação desses valores, quer no que diz respeito a cada uma das variáveis em jogo, quer no que diz respeito à relação entre elas. De acordo com Trindade e Moretti (2000), situações com a utilização e o preenchimento de tabelas são essenciais para a identificação da regularidade e para o desenvolvimento e a compreensão da noção de Função.

A situação 1 permitiu que diversos estudantes utilizassem a representação pictórica para chegar ao resultado adequado. Portanto, a representação pictórica pode ser uma ferramenta valiosa para auxiliar os estudantes a chegar ao resultado pertinente e auxiliar na compreensão das ideias-base de Função e das ideias de proporcionalidade e correspondência.

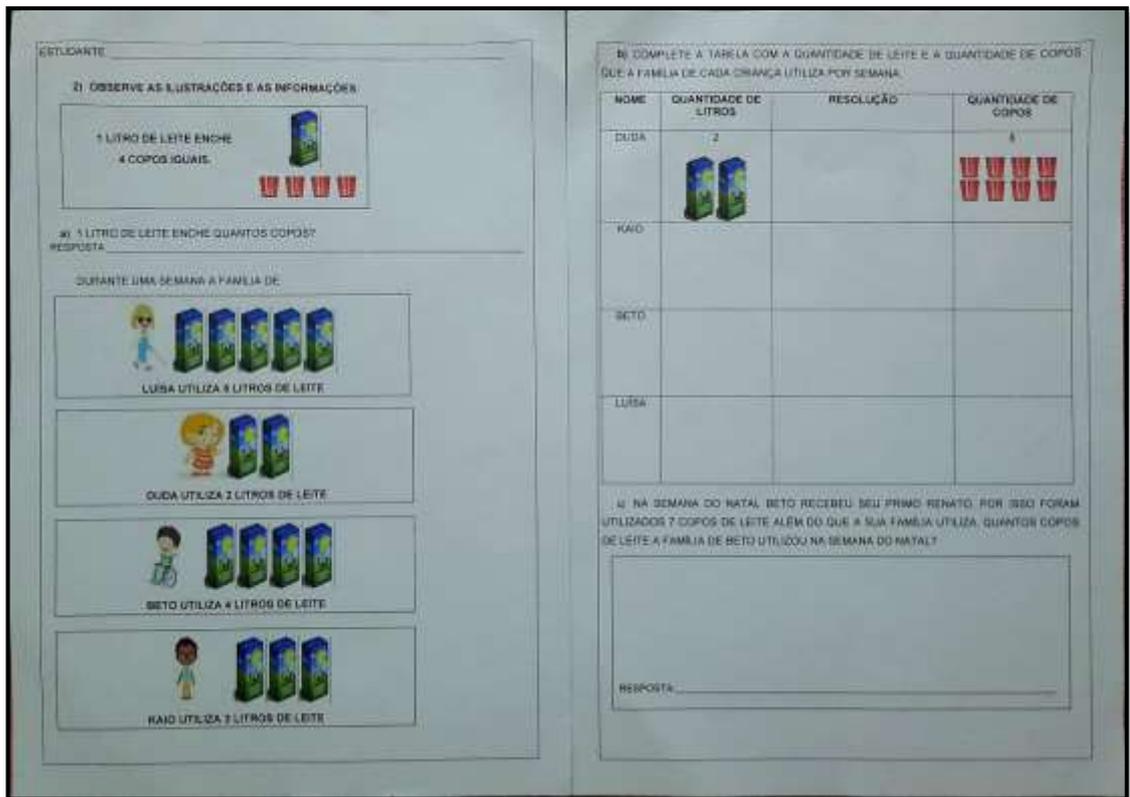
Ainda, a partir dessa situação, é possível inferir que as situações em que o enunciado é apresentado de forma gradativa, com o aumento progressivo do grau de complexidade, podem incentivar os estudantes a considerar a resposta anterior e, com isso, possibilitar a relação entre a estrutura multiplicativa e a estrutura aditiva. Essa abordagem pode ser eficaz para promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e permitir que os estudantes explorem a interconexão entre as operações matemáticas.

Ao apresentarem informações de forma progressiva, os estudantes têm a oportunidade de construir o próprio entendimento gradualmente, o que pode ser especialmente benéfico em situações matemáticas que envolvem operações diferentes. Isso os encoraja a refletir sobre como as respostas anteriores influenciam as etapas seguintes e como as operações matemáticas se relacionam em um contexto mais amplo. Essa abordagem pode promover o desenvolvimento de habilidades de resolução de situações mais sofisticadas e flexíveis, à medida que os alunos aprendem a aplicar diferentes estratégias para as situações mistas.

## **4.2 Análise da situação 2**

Na Figura 45, está a segunda situação que foi proposta aos estudantes.

**Figura 45** – Situação mista 2 – Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido



Fonte: Arquivo da pesquisa.

No quadro 18, estão as variáveis didáticas e os respectivos valores para a situação 2.

**Quadro 18** – Variáveis didáticas e os respectivos valores da situação 2

Variável didática	Valores da variável didática
Categorias e classes de situações	Proporção Simples (Multiplicação um para muitos) e Transformação positiva de medidas (Estado final desconhecido)
Apoio visual	Ilustração e tabela
Multiplicação	Multiplicação por 4
Adição/Subtração	Adição até a dezena
Tipo de grandeza	Discreta e Contínua
Ideias de Função	Dependência, correspondência, variável, regularidade e proporcionalidade

Fonte: Autora.

A segunda situação é do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos (item “b”) e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido (item “c”) e envolve grandezas contínuas e discretas, quais sejam, litro de leite e quantidade de copos. No item “b”, os estudantes precisaram completar a tabela. Na segunda situação proposta, o preenchimento da tabela se difere da situação 1. Nessa situação, apenas uma parte da primeira linha da tabela está preenchida. Aos estudantes, é solicitado que eles encontrem a quantidade de copos

equivalente à quantidade de litros na segunda coluna. Os discentes tiveram liberdade para encontrar a resolução, podendo ser por meio de uma operação matemática ou até mesmo por meio de desenhos.

Nessa situação, a primeira grandeza é representada pela quantidade de litros de leite ( $l$ ) – conjunto de partida –, enquanto a segunda grandeza é representada pela quantidade de copos ( $c$ ) – conjunto de chegada. A partir disso, pode ser estabelecida a relação de correspondência entre a quantidade de litros de leite e a quantidade de copos para cada litro, ou seja, cada litro de leite enche quatro copos. A relação de dependência entre esses conjuntos se encontra quando a quantidade de copos depende da quantidade de litros de leite, em que, ao modificar a quantidade de litros de leite, também é modificada a quantidade de copos.

Para esse tipo de situação, se for considerada a variação da quantidade de litros, obtém-se, também, a variação da quantidade de copos, de modo que 1 litro de leite enche 4 copos, 2 litros de leite enchem 8 copos, 3 litros de leite enchem 12 copos, e assim por diante. Além do mais, nesse caso, tem-se a mobilização da ideia de regularidade, que pode ser expressa por “em 1 litro de leite, há 4 copos”, e é indicada a ideia de generalização: para qualquer quantidade de litros, pode-se determinar a quantidade de copos, a qual pode ser modelada por uma situação de forma:  $f(l) = 4l$ , em que  $f(l)$  representa a quantidade de copos e  $l$  a quantidade de litros de leite.

Para encontrar a resposta do item “b”, isto é, descobrir a quantidade de copos ( $c$ ) que é necessária para capacitar  $l$  litro, faz-se necessário multiplicar a quantidade de litros por 4. O esquema sagital e a equação a seguir são referentes ao item “b”, presente na penúltima linha da tabela, mas podem ser aplicados nas outras linhas da tabela, modificando a quantidade de litros.

**Quadro 19** – Esquema sagital da Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e equação da segunda situação

Esquema Sagital	Equação
	$c = l \cdot 4$ $c = 4 \cdot 4$ $c = 16$

Fonte: Autora.

O item “c” faz parte da estrutura aditiva Transformação negativa com Estado final desconhecido. No entanto, era necessária a resolução do item “b” para solucionar esse item.

Além disso, os estudantes precisavam observar a família do sujeito que é perguntado, no caso, a de Beto. Logo, tem-se a quantidade de copos ( $c$ ) para um valor acrescentado pela quantidade de copos (7) que foi utilizado na semana em que Renato esteve hospedado – transformação positiva –, o que resulta em uma quantidade final ( $q$ ) – estado final – de copos. Sendo assim, a quantidade de copos que a família de Beto utilizou na semana do Natal é dada por uma transformação de medidas, conforme o esquema e a equação apresentados a seguir.

**Quadro 20** – Esquema sagital da Transformação positiva com o Estado final desconhecido e equação da segunda situação

Esquema Sagital	Equação
<p>Estado Inicial                  Estado final</p>	$q = c + 7$ $q = 16 + 7$ $q = 23$

Fonte: Autora.

Portanto, para representar as relações existentes nos itens “b” e “c” dessa situação, propõe-se o seguinte esquema sagital e a equação baseados em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

**Quadro 21** – Representações da segunda situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação positiva com o Estado final desconhecido

Esquema Sagital					Equação
Litros	Copos	Quantidade inicial de copos	Quantidade a mais de copos	Quantidade final de copos	$c = 1.4$ $c = 4.4$ $c = 16$
					$q = c + 7$ $q = 16 + 7$ $q = 23$

Fonte: Autora.

Apresenta-se, no quadro 22, a seguir, a análise *a priori* realizada para a situação 2.

**Quadro 22** – Possíveis estratégias de resolução para a situação 2

Possíveis estratégias pertinentes de resolução dos estudantes	Possíveis estratégias não pertinentes de resolução dos estudantes
a) 4 copos.	Não compreender o enunciado.
b) Multiplicar de modo correto a quantidade de litro que cada família consome por 4, no caso de Beto, por exemplo, $4 \times 4 = 16$ . Adição de parcelas iguais. Por exemplo, no caso de Beto, a família consome 4 litros. Dessa forma, a soma fica da seguinte forma: $4 + 4 + 4 + 4 = 16$ .	Realizar a operação de multiplicação e errar o resultado. Realizar a operação de adição de parcelas iguais e errar o resultado Considerar a ordem em que as informações aparecem, ou seja, a primeira criança que aparece na primeira folha da situação é a Luísa, mas a Luísa é a última criança da tabela. Somar a quantidade litros com 4 copos. Por exemplo, no caso da família de Kaio, $3 \text{ litros} + 4 \text{ copos} = 7$ .
c) $16 + 7 = 23$ $7 + 16 = 23$ 16 $\begin{array}{r} +7 \\ 23 \end{array}$ Desenhar dezesseis (16) copos e mais sete (7) copos, totalizando vinte e três (23) copos.	A partir do resultado equivocado do item “b”, somar 7, mas não encontrar o resultado correto. Tentar realizar cálculo mental e se equivocar na contagem. Somar o valor da unidade da primeira parcela (6) com o valor da unidade da segunda parcela (7) e colocar o resultado somente na casa da unidade, e não acrescentar 1 na casa da dezena: $\begin{array}{r} 16 \\ +7 \\ \hline 113 \end{array}$ Somar o valor da unidade da primeira parcela (6) com o valor da unidade da segunda parcela (7). Considerar somente o valor da unidade, mas não acrescentar 1 na casa da dezena: $\begin{array}{r} 16 \\ +7 \\ \hline 13 \end{array}$ Somar o valor da dezena da primeira parcela (1) com o valor da unidade da segunda parcela (7): $\begin{array}{r} 16 \\ +7 \\ \hline 86 \end{array}$ Considerar a operação da multiplicação para obter o resultado.

Fonte: Autora.

#### 4.2.1 Análise e discussão dos dados da situação 2

No item “a” da segunda situação, é perguntado o seguinte: “1 litro de leite enche quantos copos?”. Nesse item, todos os 28 estudantes responderam a quantidade correta, isto é, 4 copos.

No item “b” da segunda situação, foi solicitado que os estudantes completassem a tabela (Figura 46).

**Figura 46** – Situação mista 2 – Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido

SE COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 		8 
KAIQ			
BETO			
LUIZA			

Fonte: Arquivo da pesquisa.

No item “b”, dezessete (17) crianças preencheram, por meio de diferentes estratégias, todas as linhas da tabela de modo pertinente; três (3) estudantes preencheram de modo não pertinente uma das linhas da tabela; dois (2) estudantes, na coluna destinada para a “resolução”, preencheram de modo não pertinente, mas conseguiram relacionar corretamente a quantidade de copos com a quantidade de litro na coluna "Quantidade de Copos"; e seis (6) estudantes resolveram de modo não pertinente toda a tabela. A seguir são apresentadas as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para esse item.

**Quadro 23** – Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “b” da segunda situação

Estratégia	Item “b” (estudantes)
<i>Somente resposta</i>	0
<i>Operação multiplicativa</i>	12 (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12 e E23)
<i>Operação aditiva</i>	7 (E10, E13, E14, E17, E18, E20 e E21)
<i>Relação funcional</i>	0
<i>Representação pictórica</i>	3 (E15, E19 e E22)
<i>Não pertinente</i>	6 (E16, E24, E25, E26, E27 e E28)

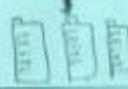
Fonte: Dados da pesquisa.

*Estratégia: Operação multiplicativa*

No total, doze (12) estudantes utilizaram essa estratégia. Dentre eles, dez (10) alunos (E1, E2, E3, E6, E7, E8, E9, E11, E12 e E23) multiplicaram a quantidade de litros pela quantidade de copos, sendo que os estudantes E2 e E9 utilizaram apoio da representação pictórica. Dois (2) estudantes (E4 e E5) realizaram ao contrário, ou seja, multiplicaram a quantidade de copos pela quantidade de litros.

**Figura 47** – Estratégia do estudante E11 referente ao item “b” da segunda situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$2 \times 4 = 8$	8 
KAYO	3 	$3 \times 4 = 12$	12 
BELO	4 	$4 \times 4 = 16$	16 
LUISA	5 	$5 \times 4 = 20$	20 

Fonte: Dados da pesquisa.

É interessante observar que apenas duas crianças (E2 e E9) utilizaram o pensamento multiplicativo com o apoio da representação pictórica para resolver o item “b” dessa situação. O fato de um número menor de crianças ter precisado do apoio da representação pictórica pode estar relacionado ao fato de a tabela fornecer um espaço para representar, por intermédio de desenhos, a quantidade de copos. Esse espaço pode ter ajudado as crianças a compreender a relação entre a quantidade de copos e a quantidade de litros de leite, facilitando, assim, a resolução da situação.

**Figura 48** – Estratégia do estudante E9 referente ao item “b” da segunda situação

3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LETE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
OLÍVIA	2	$2 \times 4 = 8$ 	8
KAYO	3	$3 \times 4 = 12$ 	12
BELO	4	$4 \times 4 = 16$ 	16
LUIZA	5	$5 \times 4 = 20$ 	20

Fonte: Dados da pesquisa.

Por meio dos registros dos estudantes e os diálogos que ocorreram entre a pesquisadora e os estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12 e E23), identificou-se que ao utilizar a taxa (4 copos por litro) mantendo a proporcionalidade de 1 para 4, todos eles indicaram ter estabelecido a relação de *proporcionalidade*, uma relação de correspondência entre a quantidade de litros de leite e a quantidade de copos para cada litro, além da ideia de regularidade. **Pesquisadora:** “Por que um litro de leite enche quatro copos, e dois litros enchem oito copos?”. **E1:** “Por causa que um litro é diferente de dois”. **Pesquisadora:** “Por que é diferente?”. **E1:** “Por causa que, aqui, ‘tá’ falando que um litro enche quatro e fiz a conta, aqui, quatro mais quatro, em dois litros, no caso, e deu oito”. **E3:** “Porque ‘é’ dois litros de leite e um litro de leite enche quatro copos”. **E5:** “Ficam oito, porque são duas garrafas e cada uma enche quatro copos”. **E7:** “Porque vai sempre multiplicar por quatro. Um litro serve quatro, e dois litros servem mais quatro copos, oito”. **E11:** “Porque, de quatro em quatro, forma oito. Quatro para esse e quatro para esse”. **E12:** “Porque como está falando, um litro enche quatro então, dois litros enchem oito”. **Pesquisadora:** “Mas, por que isso?” **E12:** “Porque cada litro enche quatro, aqui é dois enche oito. Porque um litro é quatro, dois é oito”. **E23:** “Por causa que duas vezes quatro é igual a oito”. **Pesquisadora:** “E porque teve que fazer duas vezes quatro?” **E23:** “Por causa do litro”. **Pesquisadora:** “Porque são dois litros? E a cada litro são quatro copos?” **E23:** “Sim, cada litro quatro e duas vezes quatro é igual a oito”.

Durante o diálogo entre a pesquisadora e o estudante E4, não foi possível identificar explicitamente a ideia de dependência entre a quantidade de copos e a quantidade de litros de

leite. No entanto, os demais estudantes que resolveram a situação por meio da estratégia *Operação multiplicativa* conseguiram deixar clara essa ideia, ou seja, eles compreenderam que a quantidade de copos depende da quantidade de litros de leite. **Pesquisadora:** “*Como você descobre a quantidade de copos?*” **E1:** “*A quantidade depende dos litros*”. **Pesquisadora:** “*Para descobrir a quantidade de copos que são necessários, depende do quê?*” **E2:** “*Depende do leite, se você tiver dois leites você pode encher oito copos. E se você tiver uma garrafa de leite dá para você encher quatro copos*”. **E3:** “*Da quantidade de leite que tem*”. **E6:** “*Porque precisa saber pra colocar os copos, se tiver só um litro coloca só quatro copos*”. **E7:** “*Porque depende de cada litro*”. **E12:** “*Porque depende de quanto litro*”. **E23:** “*Depende dos litros e das continhas*”.

Para esta situação, se for considerada a variação da quantidade de litro, obtém-se também a variação da quantidade de copos, sendo 4 o valor da variável. Assim, foi questionado aos estudantes: “*Conforme varia a quantidade de litro de leite, também varia a quantidade de copos?*” os estudantes E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12 e E23 mobilizaram tal ideia. **E1:** “*Varia [...] Por causa que são dois litros, por exemplo, então vai ter que ser oito copos. E aqui é três litros, aqui doze copos [...] por causa que aqui também muda a quantidade de leite, então se um muda o outro com certeza também vai mudar*”. **E4:** “*Muda a quantidade de litros e muda a quantidade de copos. Aqui é doze, aqui é dezesseis e aqui é vinte (apontando para a quantidade de copos). E aqui é três, aqui é quatro e aqui é cinco (apontando para a quantidade de litros de leite)*”. **E9:** “*Porque vai aumentando o leite e vai aumentando o copo*”. **E12:** *Sim [...] Porque como se fosse o bolo, um leite é quatro copos, dois leites oito e três vale doze*”.

Com relação a ideia de generalização, na entrevista, foi questionado aos estudantes “*Como descobre a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros?*” Os estudantes E1, E3, E7, E8 e E12 estabeleceram essa ideia por meio de exemplos: **E1:** “*Sim, por exemplo cinco vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*E se fosse dez?*” **E1:** “*Dez vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*Sempre o que?*” **E1:** “*Sempre vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*O que é vezes quatro?*” **E1:** “*Vezes quatro copos. A quantidade de litro vezes quatro*”. O estudante **E3** para dez litro disse: “*Dez vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*E se fosse vinte?*” **E3:** “*vinte vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*E se fosse cinquenta?*” **E3:** “*Cinquenta vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*Então, pra qualquer quantidade o que você faria?*” **E3:** “*Coloca duas vezes quatro, essas coisas*”. O estudante **E7** para dez litros disse: “*Vai ser dez vezes quatro*” **Pesquisadora:** “*E se for vinte litros?*” **E7:** “*Vinte vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*Sempre vai ser vezes quanto?*” **E7:** “*Vezes*”

quatro”. O estudante **E12**, também mobilizou a generalização por meio de exemplos. **Pesquisadora:** “Se fosse dez litros, teria alguma continha para você fazer?” **E12:** “Deixa eu tentar”. **Pesquisadora:** “Não precisa dar a resposta.” **E12:** “Ah, dez vezes quatro”. **Pesquisadora:** “E se fosse doze litros?” **E12:** “Eu ia colocar doze vezes quatro”. **Pesquisadora:** “Se fosse cinquenta?” **E12:** “cinquenta vezes quatro”. **Pesquisadora:** “Então para qualquer quantidade você faria vezes quanto?” **E12:** “Vezes quatro”.

É interessante observar como o diálogo desempenhou um papel importante nesse processo. Por meio das interações com a pesquisadora e da reflexão sobre suas próprias construções, os estudantes E1, E7, E8 e E12 puderam avançar em sua compreensão, por exemplo, no final do diálogo o estudante **E1** disse: “Sempre vezes quatro. Vezes quatro copos. A quantidade de litro vezes quatro”.

O estudante E11, mesmo completando a tabela utilizando o algoritmo da multiplicação, não conseguiu explorar plenamente o conceito de multiplicação e recorreu ao conceito de adição para explicar suas razões. No entanto, o estudante demonstrou avanço ao tentar encontrar uma solução. Esse avanço pode ser atribuído ao fato de o estudante não se limitar apenas a exemplos para encontrar uma solução, mas buscar compreender a relação entre as quantidades de litros de leite e copos de forma mais abrangente. **Pesquisadora:** “Como descobre a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros?” **E11:** “Fazendo as contas”. **Pesquisadora:** “Qual conta?” **E11:** “De quatro em quatro”. **Pesquisadora:** “Até chegar à quantidade?” **E11:** “Sim”.

Já o estudante E5, num primeiro momento, se apoiou no conceito da adição para responder à questão da generalização: “Usando quatro, quatro mais quatro, vai indo de quatro em quatro”, mas quando a pesquisadora exemplifica com quantidades o estudante realiza por meio da multiplicação. **Pesquisadora:** “Se for dez litros como descobre?” **E5:** “Dez vezes quatro”. **Pesquisadora:** “Se for vinte?” **E5:** “Vinte vezes quatro”. **Pesquisadora:** “Se for vinte e cinco?” **E5:** “Vinte e cinco vezes quatro”. Assim, apoia-se em Pavan (2010, p. 87), em que afirma: a “[...] multiplicação enquanto conceito se constrói ao mesmo tempo e apoia e serve de apoio às ideias básicas do conceito de função”, neste caso nota-se indicativos da manifestação, inclusive, da ideia de generalização.

Conforme Piaget (1984), há dois tipos de generalização, ou seja, indutiva e construtiva, e esses dois tipos de generalização são procedentes das abstrações. Os dois modos de abstração existem em todos os níveis de desenvolvimento, e a relação entre abstração e generalização são muito próximas. No que refere à generalização indutiva, consequente da abstração empírica, de

modo geral, ela ocorre a partir de relações observadas nos objetos e se remete a eles para verificar sua validade com a finalidade de estabelecer um grau de generalização, mas sem encontrar explicações ou razões para justificar o observado (PIAGET, 1984). O indivíduo se limita a generalizar apenas no que está observando ou manipulando.

No tocante à generalização construtiva, é quando se apoia ou se dá sobre operações do sujeito ou seus produtos. Neste caso, ela é de natureza concomitantemente compreensiva e extensiva e chega, assim, à produção de novas formas e por vezes de novos conteúdos. Não se trata de assimilar novos conteúdos de modos já constituídos, porém de gerar novos conteúdos, isto é, novas organizações estruturais. Para Piaget a construção da generalização construtiva inicia quando os sujeitos não se limitam à leitura dos resultados das ações ou manipulações, mas quando conseguem compreender o próprio esquema de construção, ou seja, começam a entender as coordenações imprescindíveis que dão ‘razões’ a suas ações. A eficácia dessas coordenações imprescindíveis se manifesta pelo descobrimento das “razões” adjudicadas às regularidades, visto que elas representam critério legítimo das generalizações construtivas (PIAGET, 1984).

Silva, S. D. da (2021) analisou nas pesquisas de Pavan (2010) e Calado (2020), o processo de generalização desenvolvido pelos estudantes, por meio de situações e de atividades que envolviam o conceito de Função Afim, especialmente sobre a ideia-base de generalização. A pesquisadora identificou que as crianças, estudantes da 4ª série (atual 5º ano) e colaboradoras da investigação de Pavan (2010), foram tomando consciência de suas ações e abstraindo os resultados obtidos por elas, alcançando a generalização construtiva e isso pode ter ocorrido, pois alguns estudantes haviam compreendido o conceito de multiplicação e que os estudantes que ainda não dominavam o conceito de multiplicação tiveram mais dificuldades em generalizar de maneira construtiva.

Em relação à generalização desenvolvida pelos estudantes da pesquisa realizada por Calado (2020), ou seja, estudantes do 9º ano, Silva, S. D. da (2021) identificou dificuldades na generalização construtiva, tanto quando requerida de maneira verbal, quanto em representação algébrica. Silva, S. D. da (2021) infere que isso pode ser esclarecido pelo fato de que, desde a apresentação inicial do conceito de Função Afim, a lei de formação é evidenciado, “enquanto que, “falar sobre” o que determinada função “faz” ou de que maneira estão relacionadas as variáveis, não é algo comum de ser solicitado em sala de aula” (p. 123).

No item “b”, da situação 2, sete (7) estudantes utilizaram como estratégia pertinente o algoritmo da adição, sendo que seis (6) crianças (E10, E14, E17, E18, E20 e E21) realizaram por meio da soma de parcelas iguais, ou seja, somou a quantidade de copos conforme a quantidade de litros e uma (1) criança (E13), solucionou por meio do complemento. Dos estudantes que realizaram por meio da soma de parcelas iguais, os estudantes E10, E17 e E18 preencheram toda a tabela de forma pertinente:

**Figura 49:** Estratégia do estudante E10 referente ao item “b” da segunda situação

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$\frac{3}{15}$	6 
KAO	3 	$\frac{4}{12}$	12 
BETO	4 	$\frac{4}{12}$	12 
LUISA	5 	$\frac{4}{12}$	12 

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E17 utilizou apoio de representação pictórica:

**Figura 50:** Estratégia do estudante E17 referente ao item “b” da segunda situação

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$2 + 2 = 4$	6 
KAO	3 	$3 + 3 = 6$	12 
BETO	4 	$4 + 4 = 8$	12 
LUISA	5 	$5 + 5 = 10$	12 

Fonte: Dados da pesquisa.

Os estudantes E14, E20 e E21 preencheram uma das linhas de modo não pertinente, optou-se por deixar esses estudantes nessa estratégia, visto que o equívoco não ocorreu em toda

a tabela, mas em apenas uma das linhas da mesma, isso pode ter ocorrido por falta de atenção. Ao ser questionado sobre como chegou ao resultado equivocado o estudante **E20** disse: “Fiz 5 vezes 5, mas é de mais”. **Pesquisadora:** “Por que você fez cinco vezes cinco?” **E20:** “Pra gente contar e dar certinho a quantidade de copos”. **Pesquisadora:** Cada litro utiliza quantos copos? **E20:** “Quatro copos”. **Pesquisadora:** “Por que você somou de cinco em cinco?” **E20:** “Eu fiz errado, era pra eu colocar 4. Porque um leite enche 4, ai tem 4 leite, não, 5 leite, ai a gente tinha que colocar 4 pra dar certo”. **Pesquisadora:** “Como você tinha que fazer?” **E20:** “4 + 4 + 4 + 4 + 4”.

**Figura 51:** Estratégia do estudante E20 referente ao item “b” da segunda situação

B) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA			
NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
JUDA		$4 \times 2 = 8$	
RAO		$4 + 4 = 8$	
BELO		$4 + 4 + 4 = 12$	
LUIZA		$5 \times 5 = 25$	

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Magina *et al.* (2014) investigaram o desempenho e as estratégias utilizadas por 175 estudantes dos 3º e 5º anos do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo, na resolução de duas situações do tipo Proporção Simples, classificando os níveis de raciocínio empregados por eles. Para os pesquisadores tal estratégia aproxima-se do pensamento multiplicativo, mas está ancorada no raciocínio aditivo, isto é, formar grupos de mesma quantidade para então efetuar a operação de adição. Os autores nomearam este tipo de estratégia como sendo de transição. Ainda, os autores notaram que essa estratégia foi predominantemente mais utilizada pelos estudantes do 3º do que do 5º ano (27,8% e 13%, respectivamente). Os pesquisadores se surpreenderam, positivamente, o fato de que 75,9% das estratégias do 3º ano levaram ao acerto. Todavia, numa análise mais minuciosa dos resultados dos estudantes do 5º ano, os autores se surpreenderam de forma negativa ao constatar que os estudantes do 5º ano

lançaram mão muito mais de estratégias relacionadas ao pensamento aditivo do que a transição multiplicativa, pois:

Considerando que essas crianças vêm estudando a estrutura multiplicativa pelo segundo ano consecutivo, ponderamos quanto tal ensino tem se limitado a relacionar essa estrutura como continuação da aditiva, sem que as rupturas entre uma e outra estrutura tenham sido trabalhadas. Tal ação da escola pode ter causado uma estagnação no raciocínio desses estudantes, no sentido de levá-los a raciocinar apenas aditivamente (MAGINA *et al.*, 2014, p. 530).

Correa e Spinillo (2004) asseguram que as estratégias de resolução de situações envolvendo a multiplicação não pode se limitar somente à adição de parcelas iguais, e ressaltam que, muitas vezes, o estudante precisa utilizar estratégias que relacionam variáveis, grandezas ou quantidades em situações multiplicativas no intuito de construir satisfatoriamente o conceito dessa operação.

Com relação às ideias-base de Função e as ideias de correspondência e proporcionalidade. Os estudantes E10, E14, E17, E18, E20 e E21 mobilizaram as ideias de variedade: ao serem questionados: *“Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia também a quantidade de copos?”* eles responderam: **E14:** *“Sim”*. **Pesquisadora:** *“Por que?”* **E14:** *“Porque um litro é quatro copos. Aqui é dois eu coloquei quatro com mais quatro é oito”*. **E18:** *“Por que se não, não vai ficar certo, tipo porque um litro fica com quatro copos, tipo e se for dois litros ia ficar com quatro copos? Não, tem que ficar com oito copos. Porque quatro mais quatro daria oito”*. **E20:** *“Porque não vai dar para duas caixas encher quatro copos, precisa de oito copos”*. Estes estudantes também mobilizaram as ideias de correspondência e de regularidade, ao serem indagados: *“Por que pra um litro são necessários quatro copos e pra dois litros oito copos?”*, eles disseram: **E14:** *“Porque aqui são dois litros, quatro mais quatro fica oito”*. **E10:** *“Não sei, é porquê um litro de leite enche quatro copos iguais. E dois litros pode encher oito copos”*. **E18:** *“Quatro para esse, quatro para esse”*. **E21:** *“Porque aqui já tem dois litros, e já que tem é muito leite bastante e enche tudo isso aqui de copo e ai quatro para esse e quatro para esse”*.

Com relação a ideia de dependência somente os estudantes, E14 e E17 que manifestaram, explicitamente, por meio de suas falas, que a quantidade de copos depende da quantidade *“Do litro”* (E14); *“Contando e dos litros”* (E17). A partir da regularidade, é possível notar indicativos da ideia de generalização sendo manifestadas pelos estudantes. Ao serem questionados sobre como descobrir a quantidade de copos pra qualquer quantidade de

litros eles disseram: **E14:** “Com um litro você coloca mais copos e aí faz a conta” **Pesquisadora:** “Mais quantos?” **E14:** “Mais Quatro”. **Pesquisadora:** “Você vai colocando mais quatro para cada litro?” **E14:** “Sim”. O estudante E14, por meio de sua fala quis dizer que a cada 1 litro, coloca-se quatro copos e depois é só contar o total de copos. O estudante E17, também encontrou a solução por meio da contagem de quatro em quatro, **E17:** “Contando”. **Pesquisadora:** “Contando como?” **E17:** “Aumentando”. **Pesquisadora:** “De quanto em quanto?” **E17:** “Quatro em quatro”.

Apesar de os estudantes E14 e E17 terem resolvido o item "b" somando parcelas iguais, ou seja, de quatro em quatro, eles não forneceram uma resposta generalizada com base em exemplos. Porém, os pensamentos desses estudantes estão fundamentados em esquemas que estão em processo de desenvolvimento. Isso indica que esses estudantes estão em um estágio de desenvolvimento em que estão começando a construir uma compreensão mais abstrata e generalizada das situações, mas ainda precisam de apoio adicional para alcançar uma generalização plena

O estudante E13 utilizou como estratégia, para preencher a tabela, o “procedimento de ‘complemento’, ao ser questionado sobre a estratégia o estudante disse: “Eu somei com os dedos [...] eu pensei na conta que deu o resultado”. O estudante primeiro contou nos dedos de quatro em quatro e obteve o resultado, mas ao registrar pensou num numeral que somado com o numeral “oito” obtivesse o resultado que encontrou, decorrente da soma que realizou com os dedos.

**Figura 52:** Estratégia do estudante E13 referente ao item “b” da segunda situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LITRO E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:			
NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$4 \times 2 = 8$	8 
KAIO		$4 \times 2 = 8$	12
BETO		$8 + 4 = 12$	12
LUIZA		$8 + 4 = 12$	20

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Há indicativos da mobilização de todas as ideias-base de Função, além da ideia de correspondência. Para o estudante conforme varia a quantidade de leite, varia a quantidade de copos “*Sim, vai ter mais copos. Varia aqui e varia aqui também*”. E a quantidade de copos dependem da quantidade de litro. “*Usando a quantidade de leite, porquê na primeira questão falou que cada caixinha de leite tem um litro, que se descobre a quantidade de copos*”. O estudante corresponde a quantidade de copos para a quantidade de litros “*Porque cada caixa tem um litro e enche quatro copos*”. Indícios das ideias de regularidade e generalização podem ser identificados a partir do diálogo. Ao ser questionado sobre como descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros, o estudante informou: “*Cada caixinha tem um litro e se para um é quatro copos, para dois vai ser oito e conforme vai aumentando o litro vai aumentando os copos*”. **Pesquisadora:** “*Mas existe alguma continha, por exemplo, não precisa dar a resposta, mas se fosse dez litros, existe alguma continha?*” **E13:** “*Acho que sim. Acho que dez litros vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*E se fosse quinze litros?*” **E13:** “*Quinze vezes quatro*”. **Pesquisadora:** “*Se fosse vinte?*” **E13:** “*Vinte vezes quatro*”. Mesmo o estudante realizando a situação por meio do procedimento de complemento, nos exemplos que foram dados, ele utiliza o algoritmo da multiplicação para solucioná-lo. Para Piaget (1984) generalizar envolve a construção de novas estruturas cognitivas, todavia preservando o que existia no antigo.

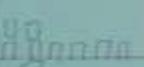
#### *Estratégia: Representação pictórica*

Três (3) estudantes utilizaram a representação pictórica para chegar ao resultado esperado. Sendo que o estudante E22 preencheu toda tabela por meio da representação pictórica. No entanto, os estudantes E15 e E19, no espaço destinado para resolução da situação, tentaram por meio da multiplicação de forma equivocada, todavia representaram por meio da representação pictórica a quantidade de copos correspondente a quantidade de litros de leite.

O estudante E22 para explicitar sua estratégia para chegar ao resultado referente a cinco litros de leite, disse: “*Eu contei nesse quatro, ai eu coloquei, mais quatro, mais quatro , mais quatro e mais quatro*”.

**Figura 53:** Estratégia do estudante E22 referente ao item “b” da segunda situação

B) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$4 \times 4 = 8$	8 
KAYO		12	
BETO		$11 \times 2 = 22$	
LUISA		$11 \times 2 = 20$	

Fonte: Dados da pesquisa.

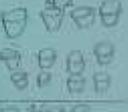
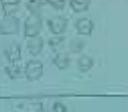
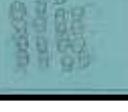
Esse tipo de resolução foi semelhante aos encontrados por Merlini e Teixeira (2018). Os pesquisadores investigaram 162 estudantes do 1º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas de cinco regiões distintas da Bahia e categorizaram as estratégias de resolução adotadas pelos alunos que levaram ao acerto, quando eles resolveram uma situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos. Os pesquisadores concluíram que, mesmo os estudantes do 1º ano do Ensino Fundamental, os quais ainda não tiveram formalmente contato com situações da estrutura multiplicativa, demonstraram ter noções matemáticas que envolvem multiplicação, pois utilizam a representação pictórica como estratégia de resolução, conseguindo resolver situações das estruturas multiplicativas.

O estudante E22 indica a manifestação das ideias de variável, correspondência, dependência e regularidade. Para a criança, à medida que varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos: “*vai aumentando mais copos*”. Isso ocorre, porque existe uma regularidade e uma dependência entre a quantidade de copos e a quantidade de leite “*porque cada um leite enche quatro*”. Para Tinoco (2022), a identificação de regularidades em uma situação funcional é uma habilidade essencial para a construção da noção de Função. Para dois litros, por exemplo, o estudante corresponde à quantidade necessária para cada litro: “*porque esse quatro é para esse, e esse quatro é para esse*”, totalizando oito copos. Mesmo que esse aluno não tenha utilizado explicitamente a operação de adição ou de multiplicação para solucionar o item “b”, identificou-se três ideias-base de Função, além da ideia de correspondência.

No espaço destinado para a resolução da situação, os estudantes E15 e E19 realizaram o cálculo por meio do algoritmo da multiplicação e se equivocaram tanto nos numerais dos fatores quanto no resultado. Entretanto, chegaram ao resultado correto por meio da representação pictórica, ou seja, para representar a quantidade de copos referente à família de cada criança, eles desenharam quatro copos para cada litro.

**Figura 54** – Estratégia do estudante E15 referente ao item ‘b’ da segunda situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LITROS E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$2 \times 4 = 8$	
KÁIO	3 	$3 \times 3 = 6$	
BETO	4 	$4 \times 4 = 8$	
LÚISA	5 	$5 \times 5 = 25$	

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E15, ao ser questionado sobre como pensou na resolução e se poderia realizar de outra forma, fez uso de outras multiplicações. Por exemplo, para três litros, o E15 fez “ $3 \times 3 = 6$ ”. Ao ver que o resultado estava equivocado, pois não era a mesma quantidade que ele havia desenhado, o estudante disse que poderia fazer “ $2 \times 10$ ” e, depois, pensou em “ $3 \times 10$ ”. A partir das respostas, a pesquisadora identificou que o estudante insistiu em uma resolução cujo resultado ocorresse por meio do algoritmo da multiplicação. Após a pesquisadora realizar alguns questionamentos, o discente verbalmente encontrou uma solução, mediante a soma de parcelas iguais. No entanto, ele não cogitou, como possibilidade, esse registro. **Pesquisadora:** “São três litros e pra cada litro são três copos?”. **E15:** “Não”. **Pesquisadora:** “Então, seria como?”. **E15:** “Quatro copos + quatro copos + quatro copos, ia ‘dá’ 12”.

Assim, infere-se a importância da representação pictórica como ferramenta didática. A escola não pode desperdiçar tal ferramenta, aceitando-a tanto para a apropriação quanto para a expansão do campo conceitual multiplicativo.

Os dois estudantes (E15 e E19) possuem indicativos da manifestação das ideias de correspondência, variável, regularidade e dependência. **E19:** “Cada litro de leite precisa de quatro copos, aí, se eu colocar dois litros de leite, vai dar oito copos, aí, quando eu colocar muito assim, vai aumentar a quantidade de copos [...]. Porque nós temos uma garrafa, aí, tem um litro, aí, vai dar quatro copos, aí, quando tiver muita pessoa, vai ter que comprar mais caixas de litros, aí, ‘vai’ aumentando os copos”. **E15:** “Porque um litro dá para quatro copos, dois litros oito copos [...]. Porque se, aqui, são um litro quatro copos, porque não tinha suficiente para caber mais copos”. **Pesquisadora:** “‘Pra’ cada litro, aumenta quanto?”. **E19:** “Quatro”. **Pesquisadora:** “Como faz para descobrir a quantidade de copos. Depende do quê?”. **E19:** “Do litro de leite”. **E15:** “De quantos litros dá para colocar”.

Portanto, infere-se que os estudantes, apesar de cometerem erros na resolução da situação, eles podem ter mobilizado as ideias de correspondência, variável e dependência, e encontraram a regularidade da situação. A partir da regularidade o estudante E19, após alguns questionamentos e com exemplos de quantidades, consegue encontrar uma solução para descobrir a quantidade de copos para outras quantidade de litros de leite. **Pesquisadora:** “Como descobrimos a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros?” **E19:** ... (Silêncio). **Pesquisadora:** “Por exemplo, se ‘fosse’ dez litros, teria alguma continha para descobrir?”. **E19:** “Teria”. **Pesquisadora:** “Qual continha? Não precisa falar a resposta, só a conta”. **E19:** “Pode ser dois litros de leite ou três, aí, ‘nós junta’ os copos. E descobre quantos copos têm”. **Pesquisadora:** “E os copos juntam de quanto em quanto?”. **E19:** “Quatro [...]. Pega o tanto de leite e vai juntando de quatro em quatro os copos”. O estudante **E15**, ao revisar a própria resolução e somente por meio do diálogo com a pesquisadora, percebeu o próprio erro e identificou que, tanto na tabela como para outras quantidades de litro, o adequado é multiplicar a quantidade de litro por quatro copos.

#### *Estratégia não pertinente*

No total, seis (6) estudantes preencheram tanto o espaço destinado para a “resolução” quanto a coluna “quantidade de copos” de modo não pertinente e, com isso, chegaram a um resultado inadequado. O estudante E16 multiplicou de modo não pertinente e não desenhou a quantidade de copos de modo pertinente. Os estudantes E24 e E28 somaram a quantidade de litros de leite de cada família com 4 copos. Os estudantes E25 e E26 desenharam 12 copos para todas as famílias. O estudante E27 deixou em branco.

**Figura 55** – Estratégia do estudante E24 referente ao item “b” da segunda situação

SE COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$2 \cdot 3 = 6$ 6 copos	6 
RAIO	3 	$3 + 4 = 7$ 7 copos	7 
BETO	4 	$4 + 5 = 9$ 9 copos	9 
LUSA	5 	$5 + 4 = 9$ 9 copos	9 

Fonte: Dados da pesquisa.

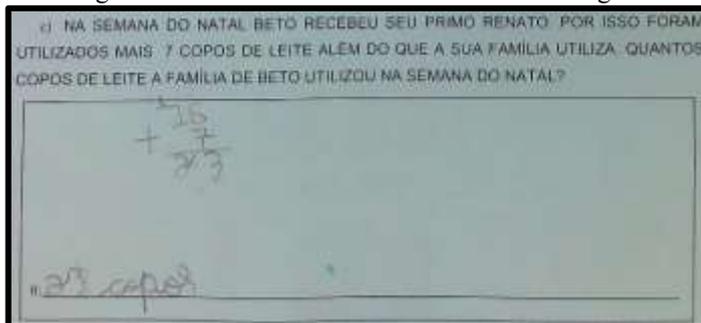
O estudante E16, por meio do diálogo, manifestou que a quantidade de copos depende da quantidade de litro de leite, porém não possui indicativos de mobilização das ideias de correspondência, regularidade, variável e generalização. Já os demais estudantes, que realizaram o cálculo de modo não pertinente, não manifestaram as ideias-base de Função e as ideias de correspondência e proporcionalidade.

No item “c” da segunda situação, foi solicitado que os estudantes respondessem à seguinte questão: “*Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato. Por isso foram utilizados mais 7 copos de leite além do que a família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal?*”. Nesse item, quinze (15) estudantes consideraram a resposta do item anterior e acertaram; um (1) estudante considerou a resposta do item anterior correta, porém errou; um (1) estudante considerou a resposta anterior equivocada e, com isso, errou; cinco (5) estudantes não consideraram a resposta do item anterior e erraram; três (3) estudantes deixaram o item em branco; e três (3) discentes colocaram a resposta adequada, mas não souberam explicitar como chegaram ao resultado adequado e, no item anterior, responderam de modo equivocado. Desse modo, as respostas não foram consideradas, isto é, foram excluídas.

*Considerou e acertou*

No item “c”, quinze (15) estudantes consideraram a resposta do item anterior e realizaram com sucesso a situação. Do total de quinze estudantes, onze (11) (E1, E2, E3, E6, E7, E8, E9, E13, E17, E19 e E23) resolveram por meio da representação numérica. Um (1) discente (E22) solucionou por meio da representação pictórica, enquanto três (3) estudantes (E18, E20 e E21) apenas registraram a resposta, mas solucionaram o item contando nos dedos.

**Figura 56** – Estratégia do estudante E3 referente ao item “c” da segunda situação

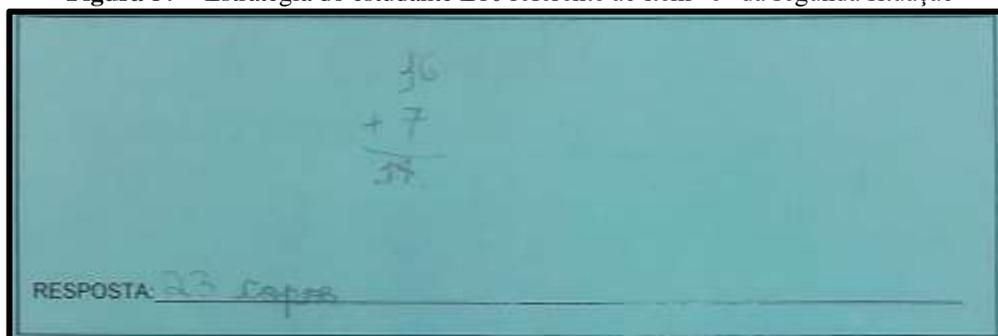


Fonte: Dados da pesquisa.

#### *Considerou e errou*

Um (1) estudante (E10) considerou os dados do item anterior, mas apresentou erro no algoritmo, causando um teorema em ação falso. Isso ocorreu, quando o estudante demonstrou que não dominava as técnicas operatórias, ou seja, os esquemas da adição, muitas vezes, pelo uso de teoremas-em-ação falsos. Os casos de erros no algoritmo foram confirmados pela pesquisadora, ao confrontar os estudantes com situações sem serem contextualizadas. No item “c” da segunda situação, o estudante realizou “ $16 + 7 = 14$ ”, somou 7 unidades com 6 unidades, obtendo 13, e considerou 1 dezena como sendo 1 unidade e somou com os 13, chegando ao resultado 14.

**Figura 57** – Estratégia do estudante E10 referente ao item “c” da segunda situação

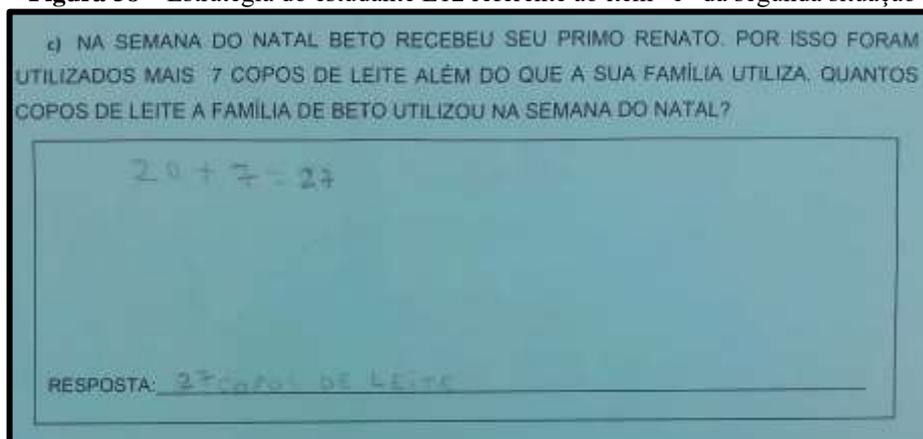


Fonte: Dados da pesquisa.

Para a identificação do teorema em ação utilizado pela criança, foi importante observar a ação na situação e a “fala, refletindo sobre sua produção, para identificação dos esquemas subjacentes” (MUNIZ, 2009, p. 43). “As sentenças de linguagem natural são modos importantes para expressar esses Teoremas-em-ação. A linguagem natural permite que os professores e alunos apontem os componentes do problema e as inter-relações entre eles” (MAGINA *et. al.*, 2008).

Um estudante (E12) cometeu um erro de “atenção”. Um erro foi considerado de “atenção” quando a criança demonstrou, nas outras situações, que dominava os algoritmos tradicionais da adição ou subtração, mas, apesar disso, errou uma operação. No entanto, ao revisá-la, foi capaz de corrigir sem a ajuda da pesquisadora. Nessa situação, também foi considerado erro de atenção quando o estudante considerou a quantidade de copos de outra família, mas, ao revisar a situação, percebeu o próprio equívoco.

**Figura 58** – Estratégia do estudante E12 referente ao item “c” da segunda situação

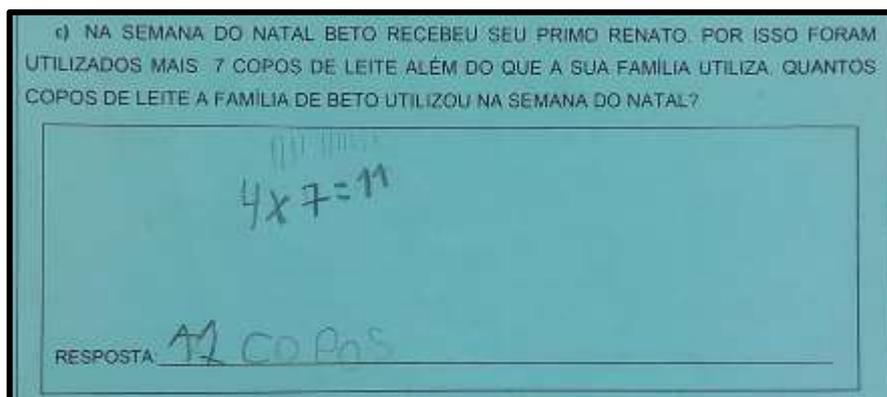


Fonte: Dados da pesquisa.

*Não considerou*

Neste item, cinco estudantes (E11, E14, E15, E24 e E28) somente consideraram os dados numéricos contidos na situação ou consideraram sete copos e a quantidade de copos para 1 litro de leite. Com isso, não realizaram o cálculo de modo pertinente.

**Figura 59** – Estratégia do estudante E15 referente ao item “c” da segunda situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Três (3) estudantes (E4, E5 e E27) não apresentaram estratégia, ou seja, deixaram *em branco*, e três (3) estudantes (E16, E25 e E26) registraram o resultado pertinente, porém não foram considerados, porque, na resolução do item anterior, responderam de forma não pertinente e, na entrevista, não souberam explicitar a resolução. Assim, acredita-se que esses discentes só chegaram ao resultado pertinente, pois algum colega de sala de aula forneceu a resposta.

Na análise *a posteriori*, verificou-se que os estudantes apresentaram estratégias de resoluções, assim como foi previsto nas análises *a priori*, além de duas estratégias pertinentes que emergiram durante as análises. Essas estratégias foram realizadas pelos seguintes estudantes: o E13, que solucionou por meio do procedimento de complemento, e o E22, que utilizou somente a representação pictórica. Duas estratégias não pertinentes e que não estavam previstas nas análises *a priori* foram encontradas. Uma delas ocorreu no item “b”, ou seja, os estudantes E24 e E26 conservaram a quantidade de copos para todas as linhas da tabela. Já a outra estratégia não pertinente ocorreu no item “c”: o estudante E10 somou o valor da unidade da primeira parcela (6) com o valor da unidade da segunda parcela (7) e o valor da dezena (1), obtendo 14 como resposta.

Essa situação permitiu a constatação de que a maioria dos colaboradores indica manifestar as ideias de correspondência, dependência, variável e regularidade, enquanto alguns estudantes mobilizaram a ideia de generalização e proporcionalidade. Os resultados apontam que os discentes são capazes de compreender a situação e lançar mão de estratégias pessoais para resolvê-la. Por intermédio das diferentes estratégias, há indícios de que eles são capazes de mobilizar as ideias envolvendo a noção de Função. Todavia, é preciso que a aquisição dos procedimentos mais formais possa ser construída sustentando-se na compreensão conceitual, e não somente na reprodução da técnica. Para isso, é preciso que os estudantes, primeiro,

apropriem-se do conceito e, depois, formalize-o, pois, fundamentado em Vergnaud (1996a), um conceito não pode ser reduzido à própria definição, visto que é por meio das situações que um determinado conceito adquire significado para o estudante. O estudioso ressalta, ainda, que os estudantes são capazes de desenvolver conceitos, desde que sejam confrontados com situações a serem resolvidas.

A tabela se caracterizou como um importante instrumento de reflexão para o desenvolvimento do raciocínio funcional, já que, por diversas vezes, assim como na primeira situação, a maioria dos estudantes, para explicitar o próprio raciocínio, apoiou-se em tal instrumento especialmente para mobilizar a ideia de variável e encontrar a regularidade – lei quantitativa – do fenômeno estudado. Segundo Caraça (1951), na tabela, não há toda a regularidade, mas ela fornece uma ideia dessa lei. Por intermédio da identificação da regularidade, alguns estudantes chegaram a generalizar.

No caso da multiplicação, conforme Silva *et al.* (2015), a chamada “conta armada” pode ser um elemento complicador para o estudante, e o domínio da resolução dela pela técnica memorizada pode até mesmo prejudicar o desenvolvimento das noções que fundamentam a compreensão dessa operação. A situação permitiu que os discentes usassem a representação pictórica para solucioná-la de modo adequado, assim como, na primeira situação, a representação pictórica se mostrou ser um instrumento eficiente, já que auxilia o estudante a chegar ao resultado pertinente e a refletir sobre as grandezas envolvidas, sem precisar recorrer às técnicas de memorização.

Ainda, a partir dessa situação, é possível inferir que a situação cujo enunciado seja apresentado de forma gradativa possibilita aos estudantes considerar a resposta anterior, no caso, do item que envolve a estrutura multiplicativa, com o item da estrutura aditiva, visto que a maioria dos estudantes obteve sucesso no resultado final.

### 4.3 Situação 3

Na Figura 60, está a terceira situação que foi proposta para os estudantes.

**Figura 60** – Situação mista 3 – Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação negativa de medidas com Estado final desconhecido

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

a) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA \_\_\_\_\_



b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS		
3 HORAS		

c) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

d) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Para a terceira situação, foram consideradas as seguintes variáveis didáticas e os respectivos valores.

**Quadro 24** – Variáveis didáticas e os valores da situação 3

Variável didática	Valores da variável didática
Categorias e classes de situações	Proporção Simples (Multiplicação um para muitos) e Transformação negativa de medidas (Estado final desconhecido)
Apoio visual	Ilustração e tabela
Multiplicação	Multiplicação por 3
Adição/Subtração	Subtração até a dezena
Tipo de grandeza	Contínua e discreta
Ideias de Função	Dependência, correspondência, variável, regularidade e proporcionalidade

Fonte: Autora.

A terceira situação é do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos (itens “b” e “c”) e Transformação negativa de medidas com Estado final desconhecido (item “d”). As

grandezas envolvidas são contínuas e discretas, quais sejam, tempo de pesca e quantidade de peixes. Por meio do item “a”, pretendeu-se verificar se os estudantes entenderam o enunciado. No item “b”, os estudantes precisaram completar a tabela. As informações contidas nessa tabela são diferentes das inseridas nas tabelas anteriores, porque, nessa, apenas é fornecido o tempo/hora, sem a utilização de imagens. Além disso, é solicitado, na segunda coluna, que os estudantes realizem uma resolução para encontrar a quantidade de peixes correspondente ao tempo pescado. Com isso, foi verificado se essa variável interferiu na resolução dos estudantes. As crianças ficaram livres para realizar essa resolução, podendo ser por alguma operação ou desenho.

Nessa situação fictícia, a primeira grandeza é representada pelo tempo em hora ( $h$ ) – conjunto de partida –, enquanto a segunda grandeza é representada pela quantidade de peixes pescado ( $p$ ) – conjunto de chegada. A partir disso, pode ser estabelecida a relação de correspondência entre o tempo e a quantidade de peixes para cada hora, ou seja, para cada 1 hora, João pesca 3 peixes. A relação de dependência entre esses conjuntos se encontra quando a quantidade peixes depende do tempo de pesca e, ao modificar a quantidade de horas, também é modificada a quantidade de peixes, tendo, como variável dependente, a quantidade de peixes, e variável independente, a quantidade de horas.

Para esse tipo de situação fictícia, se considerarmos a variação da quantidade de horas, obtemos, também, a variação da quantidade de peixes, de modo que, em 1 hora de pesca, têm-se 3 peixes, em 2 horas, têm-se 6 peixes, em 3 horas, têm-se 9 peixes, e assim por diante. Nesse caso, também se tem a mobilização da ideia de regularidade, que pode ser expressa por “em  $h$  horas, são  $3h$  peixes” e é indicada a ideia de generalização, visto que, para qualquer hora, pode-se determinar a quantidade de peixes, o que é expresso por:  $f(p) = 3p$ , em que  $f(p)$  é a quantidade de peixes e  $p$  é a quantidade de peixes.

Para encontrar as respostas do item “b”, isto é, para descobrir a quantidade de peixes que são pescados ( $p$ ) em  $h$  horas, faz-se necessário multiplicar a quantidade de horas por 3. O esquema sagital e a equação a seguir são referentes ao item “c”, mas podem ser aplicados no item “b”, alterando a quantidade de horas.

**Quadro 25** – Esquema sagital da Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e equação da terceira situação

Esquema Sagital	Equação

<table border="0"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">Horas</td> <td style="padding-left: 10px;">Peixes</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding-right: 10px;">1</td> <td style="text-align: center;">→ 3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding-right: 10px;">5</td> <td style="text-align: center;">→ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">p</span></td> </tr> </table>	Horas	Peixes	1	→ 3	5	→ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">p</span>	$p = h \cdot 3$ $p = 5 \cdot 3$ $p = 15$
Horas	Peixes						
1	→ 3						
5	→ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">p</span>						

Fonte: Autora.

O item “d” se refere à estrutura aditiva Transformação negativa com Estado final desconhecido. No entanto, é necessário que o estudante tenha resolvido o item “c” para solucionar esse item. Logo, tem-se a quantidade de peixes ( $p$ ) para um valor diminuído pela quantidade de peixes que foram vendidos – transformação negativa –, o que resulta em uma quantidade final – estado final – de peixes. Desse modo, a quantidade de peixes que não foram vendidos é dada por uma transformação de medidas, conforme o esquema e a equação do quadro 26.

**Quadro 26** – Esquema sagital da Transformação negativa com Estado final desconhecido e equação da terceira situação

Esquema Sagital	Equação
	$q = p - 9$ $q = 15 - 9$ $q = 6$

Fonte: Autora.

O olhar para os itens “c” e “d” permite a associação com uma situação mista, que consiste no seguinte esquema sagital e equação baseados em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

**Quadro 27** – Representações da terceira situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação negativa de medidas com o estado final desconhecido

Esquema Sagital					Equação
Horas	Peixes	Quantidade inicial de peixes	Quantidade de peixes vendidos	Quantidade final de peixes	$p = h \cdot 3$
					$p = 5 \cdot 3$

	$p = 15$ $q = p - 9$ $q = 15 - 9$ $q = 6$
--	---

Fonte: Autora.

Apresenta-se, no quadro 28, a análise realizada *a priori* para a situação 3.

**Quadro 28** – Possíveis estratégias de resolução para a situação 3

Possíveis estratégias pertinentes de resolução dos estudantes	Possíveis estratégias não pertinentes de resolução dos estudantes
a) 3 peixes.	Não compreender o enunciado e colocar outra quantidade.
b) Multiplicar o tempo que João pescou por três. Por exemplo, no caso de duas horas de pesca, $2 \times 3 = 6$ . Adição de parcelas iguais. Por exemplo, no caso de três horas de pesca, permanece da seguinte forma $3 + 3 + 3 = 12$ .	Realizar a operação de multiplicação e errar o resultado. Realizar a operação de adição de parcelas iguais e errar o resultado. Somar a quantidade de tempo de pesca com a quantidade de peixe pescado por hora. Por exemplo, no caso das horas de pesca: $2 + 3 = 5$ .
c) $5 \times 3 = 15$ ou $3 \times 5 = 15$ $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$ Desenhar cinco (5) grupos com três (3) peixes em cada grupo.	Realizar a operação de multiplicação e errar o resultado. Somar a quantidade de horas (5) pela quantidade de peixes (3) para cada hora, ou seja, $5 + 3 = 8$ . Como, na última linha da tabela, é perguntado para 3 horas e, depois, no item “c”, é perguntado para cinco (5) horas, a criança pode considerar os 9 peixes (resultado da última linha da tabela) e somar com 3 peixes, totalizando 12 peixes.
d) $15 - 9 = 6$ 15 $\begin{array}{r} -9 \\ 06 \end{array}$ Desenhar quinze (15) peixes e riscar nove (9) peixes, totalizando seis (6) peixes.	A partir do resultado equivocado do item “c”, subtrair seis (6) do minuendo, mas não encontrar a diferença correta. Tentar realizar cálculo mental e se equivocar na contagem. Subtrair o subtraendo pelo minuendo, ou seja, $9 - 5 = 4$ $\begin{array}{r} 15 \\ -9 \\ \hline 06 \end{array}$ Subtrair a dezena do subtraendo com o minuendo: $\begin{array}{r} 15 \\ -9 \\ \hline 06 \end{array}$ Considerar a operação da multiplicação para obter o resultado.

Fonte: Autora

#### 4.3.1 Análise e discussão dos dados da situação 3

No item “a” da terceira situação, é perguntado: “*Quantos peixes João pesca em 1 hora?*”. Nesse item, todos os estudantes responderam corretamente a quantidade de peixes, ou seja, 3 peixes.

No item “b” da situação 3, foi solicitado aos estudantes que completassem a tabela. Dezesete (17) estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E17, E19, E20, E21 e E22) preencheram a tabela fazendo os cálculos que satisfazem à solução do item, enquanto onze (11) discentes (E7, E9, E15, E16, E18, E23, E24, E25, E26, E27 e E28) resolveram de modo incorreto. A seguir são apresentadas as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para esse item.

**Quadro 29** – Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “b” da terceira situação

<b>Estratégia</b>	<b>Item “b” (estudantes)</b>
<i>Somente resposta</i>	0
<i>Operação multiplicativa</i>	12 (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E11, E12, E19, E20 e E21)
<i>Operação aditiva</i>	4 (E10, E17, E13 e E14)
<i>Relação funcional</i>	0
<i>Representação pictórica</i>	1 (E22)
<i>Não pertinente</i>	11 (E7, E9, E15, E16, E18, E23, E24, E25, E26, E27 e E28)

Fonte: Dados da pesquisa.

#### *Estratégia: Operação multiplicativa*

Por meio dos protocolos escritos, constatou-se que doze (12) estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E11, E12, E19, E20 e E21) preencheram a tabela utilizando o algoritmo da multiplicação. O estudante E6, apesar de ter utilizado uma estratégia pertinente, durante a entrevista, não conseguiu explicar a própria resolução, o que sugere que, talvez, tenha chegado ao resultado correto somente com a ajuda do colega de equipe. Sendo assim, destaca-se a importância de analisar não somente as respostas dos estudantes, mas também os entendimentos e a capacidade deles de explicar o raciocínio por trás das respostas.

**Figura 61** – Estratégia do estudante E1 referente ao item “b” da terceira situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO.

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 \times 3 = 3$ $\begin{array}{ c } \hline 10 \\ \hline 1 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$	3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3 = 6$ $\begin{array}{ c } \hline 10 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$ $\begin{array}{ c } \hline 10 \\ \hline 3 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$	9 PEIXES

Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação às ideias de Função abordadas nesta pesquisa, os estudantes E1, E2, E3, E5, E8, E11, E12, E19, E20 e E21 têm indicativos da ideia de correspondência: **E5**: “Porque, a cada uma hora, ele pesca três. Três mais três ‘é’ seis ou, duas vezes três, é igual a seis”; e da ideia de variável: “Porque, em uma hora, ele pesca três, em duas horas, pesca seis. Então, realmente varia”. Já a ideia de regularidade pode ser constatada a partir do seguinte diálogo: **Pesquisadora**: “A cada hora?”. **E19**: “Um, dois, três”. **Pesquisadora**: “E conforme o tempo?”. **E19**: “Em duas horas, ele pega seis, em três, pega nove peixes”. A proporcionalidade se dá pela utilização da taxa de proporcionalidade – 3 peixes por hora – mantendo a proporção de 1 para 3.

A quantidade de peixe pescado, nessa situação fictícia, depende “da hora que ele ficou no rio pescando” (**E3**). Desse modo, há uma relação de dependência entre o tempo e a quantidade de peixes. Todavia, o estudante **E4** não deixou explícita essa ideia. Isso pode estar relacionado com o fato de que, no mundo real, a dependência da quantidade de peixe que o pescador consegue pescar depende de diversos fatores.

É interessante observar como diferentes estudantes interpretam e explicam a relação entre o tempo e a quantidade de peixes na situação fictícia apresentada. A ideia de que a quantidade de peixes pescados depende do tempo que o pescador passa no rio é uma observação válida e reflete a ideia de dependência, assim como é explicitado, por exemplo, pelo estudante **E3**, ao dizer que a quantidade de peixe pescado, nessa situação fictícia, depende “da hora que ele ficou no rio pescando”. No entanto, o estudante **E4** pode não ter deixado essa ideia explicitamente clara. Isso pode estar relacionado ao reconhecimento de que, no mundo real, a

relação entre o tempo e a quantidade de peixes pescados é influenciada por uma variedade de fatores, como a época do ano, as condições meteorológicas, o local de pesca e as habilidades do pescador.

Durante a entrevista, algumas respostas dos estudantes chamaram a atenção da pesquisadora, pois, em determinados momentos, eles recorreram à imaginação e à realidade para responder às perguntas feitas a eles: **Pesquisadora:** “*Por que, em uma hora, pesca três peixes e, em duas horas, pesca seis peixes?*”. **E19:** “*Eu acho, porque os peixes não ‘passa’ muito no rio, só passa indo para outro lugar, aí, eles ‘vê’ a comida e ‘come’, aí pega o peixe, e, a cada hora, eles ‘pega’ três*”. Para a mesma pergunta, o estudante **E20** respondeu: “*Porque ele ficou mais tempo no lugar, igual eu falei, tipo, o peixe fica em um lugar e vai para outro lugar, aí ele pesca e vai andando com o barco*”. Já o estudante **E2**, ao ser questionado sobre a quantidade de peixe que poderia ser pescado para 10 horas, disse: “*Ah, eu não sei, é bastante tempo, né. Imagina um tempão desse lá no rio*”. Essa manifestação pode refletir a capacidade dos estudantes de explorar diferentes perspectivas e abordagens para resolver situações, mas também demonstrou a importância de inserir contextos e dados mais reais, porque crianças, nessa faixa etária, geralmente, estão em estágios de pensamento mais concretos. Isso significa que elas tendem a pensar e a compreender o mundo ao redor em termos de objetos tangíveis e eventos físicos, assim como é descrito por Jean Piaget em sua teoria do desenvolvimento cognitivo.

As crianças em estágios de pensamento mais concretos tendem a compreender o mundo ao redor em termos de objetos tangíveis e eventos físicos. Isso significa que podem ter dificuldade em lidar com conceitos abstratos ou situações completamente fictícias. Portanto, ao criar atividades ou situações de aprendizado, é importante levar em consideração o nível de desenvolvimento cognitivo dos estudantes e apresentar informações de forma concreta e tangível, sempre que possível. Mais uma vez, destaca-se a importância do diálogo com os estudantes, pois, somente por meio da entrevista, foi verificado que essa situação, mesmo sendo fictícia, pode ter gerado dúvidas em alguns estudantes. À medida que as crianças se desenvolvem cognitivamente, elas gradualmente avançam para estágios de pensamento mais abstratos e fictícios.

Mesmo diante de uma situação que pode gerar dúvidas para as crianças dessa faixa etária, os estudantes E1, E3, E5, E8 e E12, ao serem questionados acerca da quantidade de peixes para quaisquer horas, indicaram a ideia de generalização. Os discentes E1 e E3 não precisaram se apoiar em exemplos para solucionar o questionamento. O estudante **E3**

respondeu: “Só você colocar o ‘vezes’ primeiro, depois, você descobre quanto vai dar aqui”.

**Pesquisadora:** “E esse ‘vezes’ que tem que colocar, é vezes quanto?”. **E3:** “Três vezes”. Para o estudante **E1:** “Sempre vai ser vezes três, por causa que, a cada hora, é três peixes”. Já os estudantes E5, E8 e E12 usaram determinadas quantidades para validar as próprias respostas. **E12:** “Eu colocaria  $8 \times 3$ , por exemplo”.

*Estratégia: Operação aditiva*

Os estudantes E10, E13, E14 e E17 resolveram a tabela usando o algoritmo da adição. Especificamente, os alunos E10, E14 e E17 fizeram a soma de parcelas iguais como parte da própria estratégia de resolução.

**Figura 62** – Estratégia do estudante E17 referente ao item “b” da terceira situação

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 + 2 = 3$	3 PEIXES
2 HORAS	$3 + 3 = 6$	6 Peixes
3 HORAS	$3 + 3 + 3 = 9$	9 Peixes

Fonte: Dados da pesquisa.

Já o estudante E13 apresentou uma estratégia pertinente de sequência aditiva recursiva. Para determinar as quantidades de horas, o discente somou de forma recursiva:  $1h = 2 + 1 = 3$ ,  $2h = 3 + 3 = 6$  e  $3h = 6 + 3 = 9$ . Essa abordagem demonstra o uso efetivo da recursão na resolução da situação.

**Figura 63** – Estratégia do estudante E13 referente ao item “b” da terceira situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$2+1=3$	3 PEIXES
2 HORAS	$3+3=6$	6 Peixes
3 HORAS	$6+3=9$	9 Peixes

Fonte: Dados da pesquisa.

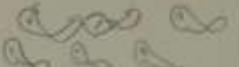
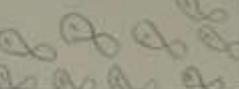
Por meio dos protocolos escritos e do diálogo com a pesquisadora, constatou-se que todos os estudantes que usaram, nas próprias estratégias de resolução, o algoritmo da adição, dão indícios da mobilização das ideias de correspondência, dependência, regularidade e variável. Os alunos E13 e E17 indicaram ter mobilizado a ideia de generalização, ao serem questionados: “Como faz para descobrir a quantidade de peixes que ele pescou para qualquer quantidade de horas?”. Diante da pergunta, o estudante **E13** disse: “Acho que a quantidade de peixes e horas”. **Pesquisadora**: “Para qualquer quantidade de horas, que continha você faz?”. **E13**: “Três vezes, toda vez que for hora, só que vai ser sempre três peixes a cada uma hora”. Já para o estudante **E17**: “Aumentando de três em três”.

#### *Estratégia: Representação pictórica*

O estudante E22 foi o único que apresentou exclusivamente a representação pictórica. A representação pictórica não era oportunizada nessa situação, mas dava condições para a realização devido à baixa magnitude dos dados numéricos.

**Figura 64** – Estratégia do estudante E22 referente ao item “b” da terceira situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS		
3 HORAS		

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante utiliza como estratégia pertinente em todas as situações a representação pictórica. A representação pictórica faz parte da estratégia de ação do estudante a ponto de ele interpretá-la como um algoritmo. Quando questionado sobre como descobrir a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas, ele respondeu: **E22:** “*Pelas continhas*”. **Pesquisadora:** “*E que continha eu poderia fazer?*”. **E22:** “*Com o lápis*”. **Pesquisadora:** “*Seria continha de mais ou de vezes?*”. **E22:** “*De pauzinho*”. Isso significa que o estudante utiliza a representação visual para guiar as próprias ações e resolver situações. Essa maneira de representar demonstra o uso efetivo da representação pictórica como um recurso valioso na resolução de situações nessa idade escolar.

Por meio do diálogo com o estudante E22, a pesquisadora constatou que ele mobiliza as ideias de correspondência, variável e regularidade. No entanto, ele não expressa explicitamente a ideia de dependência em suas falas.

*Estratégia: Não pertinente*

Onze (11) estudantes (E7, E9, E15, E16, E18, E23, E24, E25, E26, E27 e E28) não obtiveram sucesso na resolução da tabela completa. O estudante E18 cometeu um equívoco na primeira linha da tabela, o que acabou impactando os demais resultados, deixando-os equivocados: “*Porque, em uma hora, ele pega três peixes, aí, eu fiz a conta três mais três, que daria seis. Daí, eu fiz a três, mais três, mais três, igual a nove, e ficou nove peixes em duas horas. Daí, tipo, em três horas, daria, três, mais três, mais três, mais três, mais três, que daria doze*”.

**Figura 65** – Estratégia do estudante E18 referente ao item “b” da terceira situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCAO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$3+3=6$	3 PEIXES
2 HORAS	$3+3+3=$	9 PEIXES
3 HORAS	$3+3+3+3=$	12 PEIXES

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante **E18**, ao revisar a situação, disse: “*Eu fiz errado, né? Para uma hora, ‘é’ dois peixes e, ‘pra’ duas horas, ‘é’ seis peixes*”. No que diz respeito às ideias-base, mesmo que o estudante (E18) tenha se confundido inicialmente e correspondido a seis peixes para uma hora, ao reler a situação, ele percebeu o próprio equívoco e mobilizou a ideia de regularidade. Em outras palavras, ele manifesta que, a cada uma hora, João pesca 3 peixes. Além disso, percebeu que a quantidade de peixes pescados “depende das horas”. Essa retificação evidencia a compreensão do discente sobre a relação entre o tempo de pesca e a quantidade de peixes.

O estudante E15 se equivocou na sequência de contagem na terceira linha da tabela. Ao contar a quantidade de peixes para 3 horas, fez da seguinte maneira: para 1 h = 1, 2, 3; para 2 h = 4, 5, 6; e para 3 h = 6, 7 e 8. Essa duplicação resultou em uma contagem incorreta e afetou o resultado final.

**Figura 66** – Estratégia do estudante E15 referente ao item “b” da terceira situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCAO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1+2=3$	3 PEIXES
2 HORAS	$3+3=6$	6 PEIXES
3 HORAS	$4+4=8$	8 PEIXES

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com a fala do estudante **E15**: “É, em uma hora, ele pega três, em duas horas, ele pega seis, eu fiz um mais dois, que deu três e, aqui, fiz três mais três, que deu 6”.  
**Pesquisadora**: “E aqui, por que você fez quatro mais quatro?”. **E15**: “Por que três horas só deu para pegar oito peixes”. Diante disso, o aluno registrou, na última linha da tabela, “4 + 4”, tendo em vista que o resultado dessa soma é “8”. O discente, para explicar o motivo pelo qual a quantidade de peixe varia conforme varia a quantidade de horas, apoiou-se na imaginação para justificar. **E15**: “Porque vai passando a hora. Se, em uma hora, ele pegou três, porque eles tinham suficiente, e só três ‘peixe queria’ comer a isca [...], porque, uma hora, os peixes estavam menos com fome e só três comeram”.

Os estudantes E7 e E23 diminuíram um peixe para cada hora adicional. Por exemplo, eles responderam  $1 h = 3p$ ,  $2 h = 2p$  e  $3 h = 1p$ . O E16 manteve a quantidade de três peixes para todas as horas, ou seja, ele respondeu  $1 h = 3p$ ,  $2 h = 3p$  e  $3 h = 3p$ . O estudante E9 realizou a multiplicação, mas sem que houvesse a regularidade da quantidade de peixes para cada hora.

**Figura 67** – Estratégia do estudante E9 referente ao item “b” da terceira situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:		
TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	1 x 3 = 3	3 PEIXES
2 HORAS	2 x 4 = 8	8 PEIXES
3 HORAS	3 x 5 = 15	15 PEIXES

Fonte: Dados da pesquisa.

Além disso, os estudantes E25, E26, E27 e E28 não resolveram de forma pertinente, inserindo dados incompreensíveis. Os estudantes não demonstraram compreensão das ideias-base de Função e das ideias de proporcionalidade e correspondência.

**Figura 68** – Estratégia do estudante E25 referente ao item “b” da terceira situação

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 = 3 \times$	3 PEIXES
2 HORAS	$2 = 3 \times 2 = 6 \times$	$2 \times 3 = 6$
3 HORAS	$3 = 3 \times 3 = 9 \times$	

Fonte: Dados da pesquisa.

No item "c" da situação 3, os estudantes foram solicitados a responder à seguinte questão: “João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou?”. Com base nas estratégias de resolução dos estudantes, quinze (15) deles utilizaram diferentes estratégias pertinentes e chegaram ao resultado correto. No entanto, treze (13) não conseguiram resolver adequadamente a situação. No quadro, a seguir, são apresentadas as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para esse item.

**Quadro 30** – Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “c” da terceira situação

Estratégia	Item “c” (estudantes)
Somente resposta	3 (E16 e E19)
Operação multiplicativa	11 (E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E14, E20, E21 e E23)
Operação aditiva	2 (E10 e E13)
Relação funcional	2 (E11 e E12)
Representação pictórica	0
Não pertinente	10 (E4, E9, E14, E17, E18, E22, E24, E25, E26, E28)

Fonte: Dados da pesquisa.

*Estratégia: Só resposta*

O estudante E19 colocou o resultado "15" no espaço destinado para resposta, sem registrar nenhuma estratégia adicional para chegar a essa resposta. Durante a entrevista, o discente explicou a própria resposta contando nos dedos, ao mencionar que: **E19:** “É cinco horas, né? A cada hora, ele pegava três, aí, eu fiz um, dois, três, quatro [...] quatorze e quinze”. Essa ação de contar nos dedos pode ter ocorrido no dia da implementação das situações.

**Figura 69** – Estratégia do estudante E19 referente ao item “c” da terceira situação

c) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 15

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E16 também registrou apenas a resposta, mas, durante a entrevista, não explicou como chegou a esse resultado. Além disso, no item anterior, o aluno não preencheu a tabela de forma pertinente. Com base nesses detalhes, sugere-se que o estudante pode não ter resolvido essa situação de forma independente e pode ter recebido a ajuda de um colega de classe para obter a resposta.

*Estratégia: Operação multiplicativa*

Neste item, dez (10) estudantes (E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E20, E21 e E23) multiplicaram a quantidade de horas pela quantidade de peixes, ou seja,  $f(p) = 3p$ , em que  $f(p)$  é a quantidade de horas e  $p$  é a quantidade de peixes.

**Figura 70** – Estratégia do estudante E2 referente ao item “c” da terceira situação

c) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

$5 \times 3 = 15$

||| ||| ||| ||| |||

RESPOSTA: 15

Fonte: Dados da pesquisa.

Durante a entrevista, constatou-se que os estudantes E6, E7 e E23 abordaram a situação considerando apenas o aspecto numérico, o que pode ser representado da seguinte maneira:  $h \times p = q$  ( $5 \times 3 = 15$ ). O estudante E7, por exemplo, não preencheu a tabela de forma

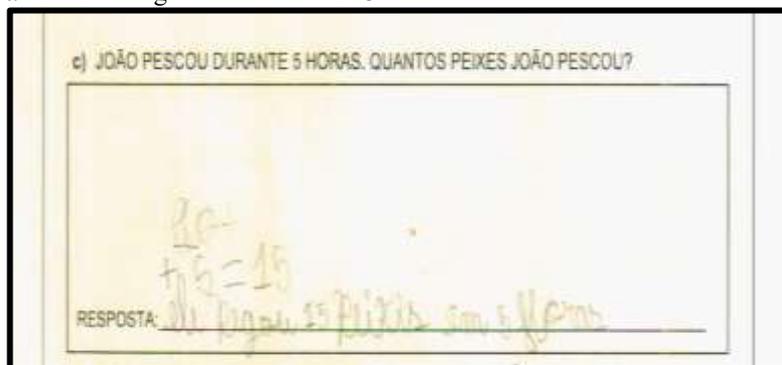
adequada e não conseguiu explicar claramente como chegou à resposta correta do item “c”. Durante a entrevista, o estudante afirmou: “Se ele pesca de oito a dez horas, vai ser  $6 \times 3$ , que dá 18 [...], porque, em dez horas, ele pesca seis peixes. Em oito, ele pega quatro... quatro ou três”. Assim, infere-se que o estudante se limitou a realizar a abordagem apenas no plano numérico.

Segundo Vergnaud (2009a), é crucial que o estudante adote uma abordagem cuidadosa ao resolver esse tipo de situação, uma vez que é necessário reconhecer, em primeiro lugar, a existência de um terceiro valor que relaciona duas quantidades (covariação). Esse terceiro valor não varia indiscriminadamente para qualquer par de números dentro de uma mesma situação. Além disso, de acordo com Santos (2015), essas relações ampliam os procedimentos de resolução, permitindo que os estudantes considerem o fator escalar como estratégia ou até mesmo o fator funcional, que é um conhecimento essencial para o trabalho com funções em estágios mais avançados da escolaridade.

#### *Estratégia: Operação aditiva*

Nesse item, dois (2) estudantes (E10 e E13) utilizaram o algoritmo da adição para solucionar a situação. O estudante E10 fez o cálculo por meio da soma de parcelas iguais, “ $3p + 3p + 3p + 3p + 3p$ ”, enquanto o estudante E13 realizou o cálculo por intermédio do complemento “ $10p + 5p = 15p$ ”. O estudante E13, com o objetivo de apresentar uma estratégia (algoritmo) para a resposta que já possuía por meio do cálculo mental, realiza a seguinte soma aditiva: “ $10 + 5 = 15$ ”.

**Figura 71** – Estratégia do estudante E13 referente ao item “c” da terceira situação

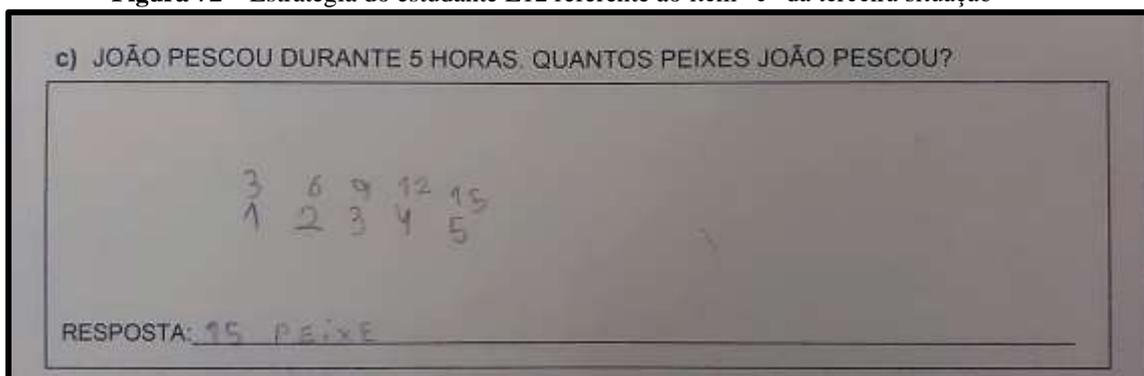


Fonte: Dados da pesquisa.

#### *Estratégia: Relação funcional*

Dois estudantes (E11 e E12) utilizaram a estratégia *Relação funcional* para resolver a situação. Eles estabeleceram uma relação proporcional entre grandezas diferentes e aplicaram essa relação para solucionar o item “c”. Os estudantes correspondem para  $1 h = 3p$ ;  $2 h = 6p$ ;  $3 h = 9p$ ;  $4 h = 12p$ ; e  $5 h = 15p$ .

**Figura 72** – Estratégia do estudante E12 referente ao item “c” da terceira situação

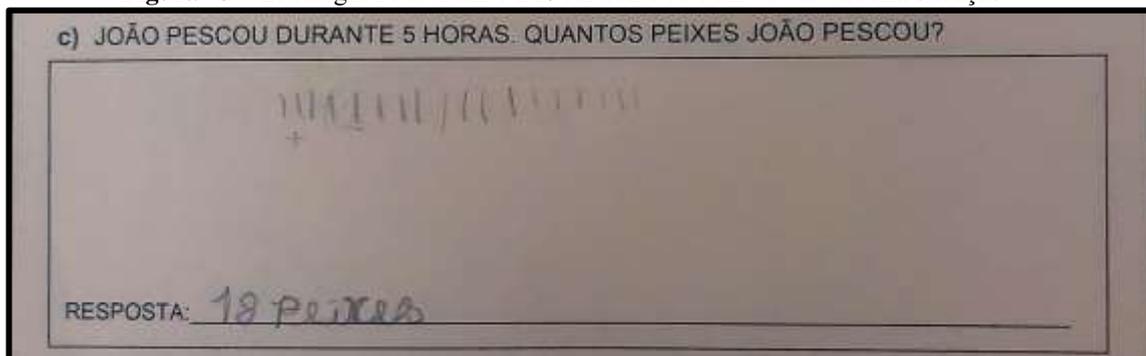


Fonte: Dados da pesquisa.

*Estratégia: Não pertinente*

Doze (12) estudantes (E4, E9, E14, E15, E17, E18, E22, E24, E25, E26, E27 e E28) utilizaram diferentes estratégias não pertinentes para resolver a situação. Os alunos E14, E17 e E18 cometeram erros no resultado da situação devido à falta de atenção. O estudante E14 registrou, como resposta, “16 peixes”. No verso da folha, o estudante registrou dezesseis riquinhos. Tanto o estudante E17 quanto o estudante E18 registraram dezoito risquinhos. Ao revisarem o item, durante a entrevista, os estudantes perceberam o erro. O E17, por exemplo, mencionou: “*Eu coloquei três a mais [...] deveria ser quinze*”.

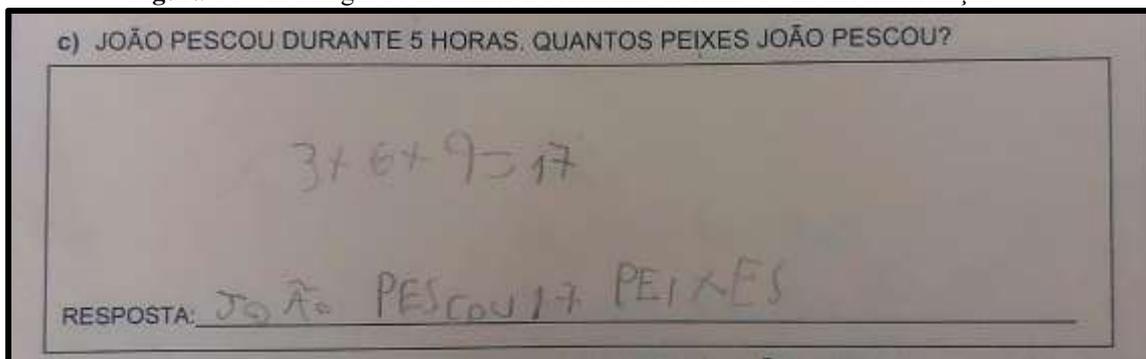
**Figura 73** – Estratégia do estudante E17 referente ao item “c” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E4, por exemplo, cometeu um erro de interpretação: ele somou as respostas que ele havia preenchido na tabela. Além disso, ele teve um erro de atenção, ao somar  $3 + 6 + 9$  e obter o resultado 17.

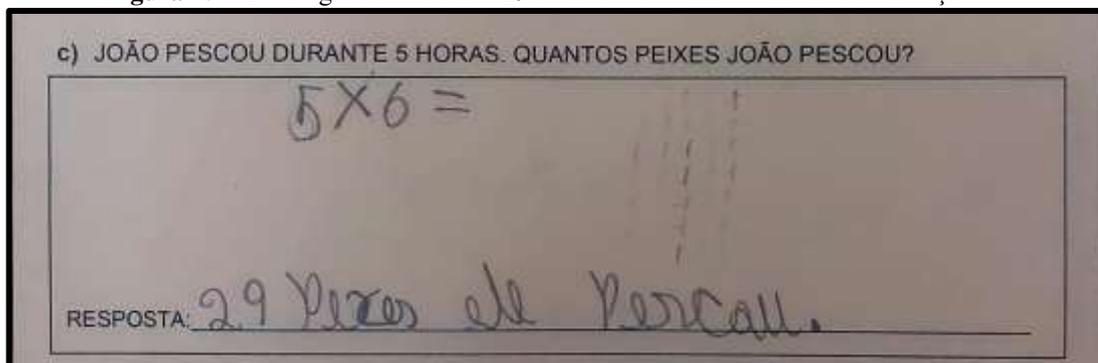
**Figura 74** – Estratégia do estudante E4 referente ao item “c” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E9 apresentou dificuldades para compreender tanto o enunciado da tabela quanto o enunciado do item "c". Além disso, ele teve um erro de atenção, ao multiplicar  $5 \times 6 = 29$ .

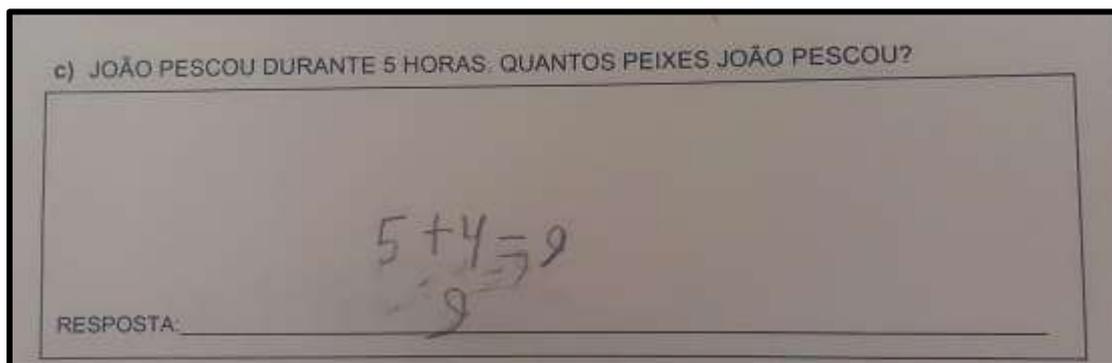
**Figura 75** – Estratégia do estudante E9 referente ao item “c” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E24 somou as quantidades fornecidas nos enunciados da situação, resultando em uma estratégia inadequada. Já o E28 somou a quantidade “5” fornecida no enunciado do item “c” com a resposta da primeira linha da tabela, isto é, o estudante fez “ $5 + 4 = 9$ ”.

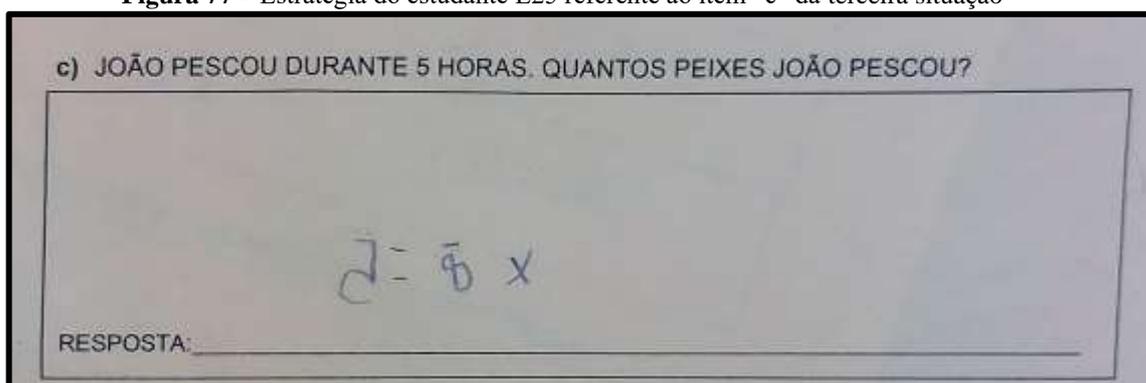
**Figura 76** – Estratégia do estudante E24 referente ao item “c” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Dois estudantes (E25 e E26) apresentaram estratégias de resolução incompreensíveis. Além disso, um estudante (E15) registrou uma quantidade, mas decidiu apagá-la, deixando a situação em branco, sem preencher ou oferecer qualquer resposta. O estudante E27 também deixou o espaço em branco.

**Figura 77** – Estratégia do estudante E25 referente ao item “c” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

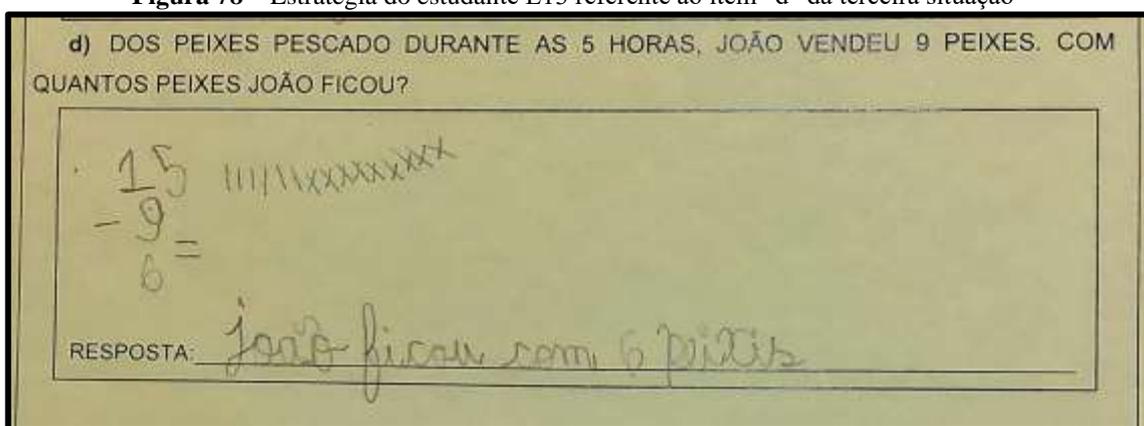
No item “d” da terceira situação, foi solicitado que os estudantes respondessem à seguinte questão: “*Dos peixes pescados durante as 5 horas, João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou?*”. Nesse item, onze (11) estudantes consideraram a resposta do item anterior e acertaram; quatro (4) estudantes consideraram a resposta do item anterior correta, porém erraram; cinco (5) estudantes consideraram a resposta do item anterior equivocada e, com isso, erraram; cinco (5) estudantes não consideraram a resposta do item anterior e erraram; dois (2) estudantes deixaram o item em branco; e a resposta de um (1) estudante foi excluída.

*Considerou e acertou*

Dos onze (11) estudantes (E1, E2, E3, E5, E10, E11, E12, E13, E19, E20 e E21) que realizaram com sucesso a situação, os estudantes E1, E2, E3, E10, E11, E12 e E13 registraram o cálculo numérico  $15 - 9 = 6$  como estratégia de resolução. Esses discentes utilizaram a subtração como o método para encontrar a quantidade final de peixes após a venda de 9 peixes. O resultado obtido foi 6, demonstrando que eles compreenderam corretamente a situação e aplicaram a operação adequada para chegar à resposta correta.

O estudante E13 compreendeu a situação proposta e utilizou tanto a representação pictórica quanto o cálculo numérico para resolver o item (Figura 78).

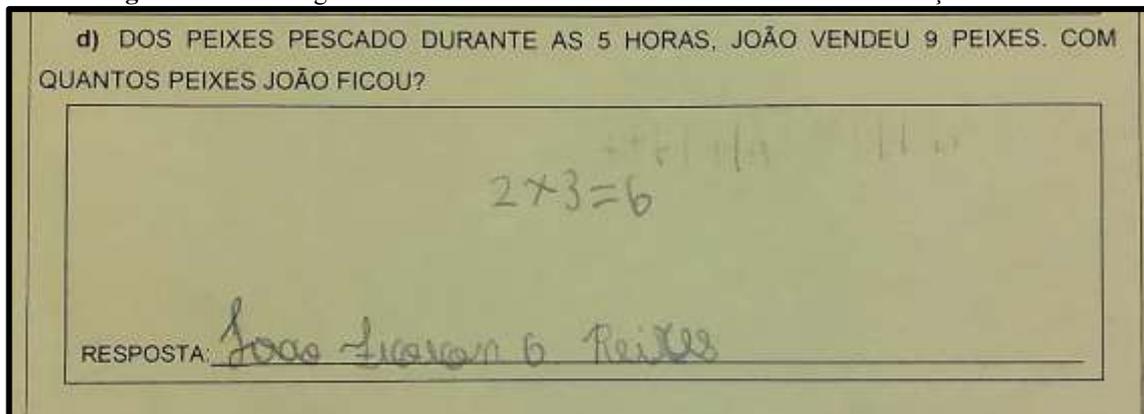
**Figura 78** – Estratégia do estudante E13 referente ao item “d” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E5, inicialmente, utilizou a representação pictórica para resolver a situação. No entanto, após obter a resposta correta, ele apagou a solução e, como registro operacional, realizou a multiplicação  $2 \times 3 = 6$ .

**Figura 79** – Estratégia do estudante E5 referente ao item “d” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que, embora o resultado esteja correto, o estudante, no lugar da subtração, ele utilizou a multiplicação.

Os estudantes E16, E20 e E21 resolveram a situação por meio da representação pictórica. Eles registraram 15 risquinhos para representar a quantidade de peixes que João pescou e, em seguida, retiraram 9 risquinhos para representar a quantidade de peixes que ele vendeu. O resultado obtido foi 6, indicando a quantidade de peixes restantes. Esses discentes demonstraram habilidades em utilizar a representação pictórica como uma estratégia para resolver a situação. Eles visualizaram a situação, representaram as quantidades de forma pictórica e fizeram a subtração correta, resultando no número de peixes que João ainda possui.

**Figura 80** – Estratégia do estudante E20 referente ao item “d” da terceira situação

d) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

||||| + + + + + + + + +

RESPOSTA: 6

Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E19 apenas registrou a resposta sem utilizar uma estratégia explícita para chegar ao resultado adequado.

**Figura 81** – Estratégia do estudante E19 referente ao item “d” da terceira situação

d) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 6

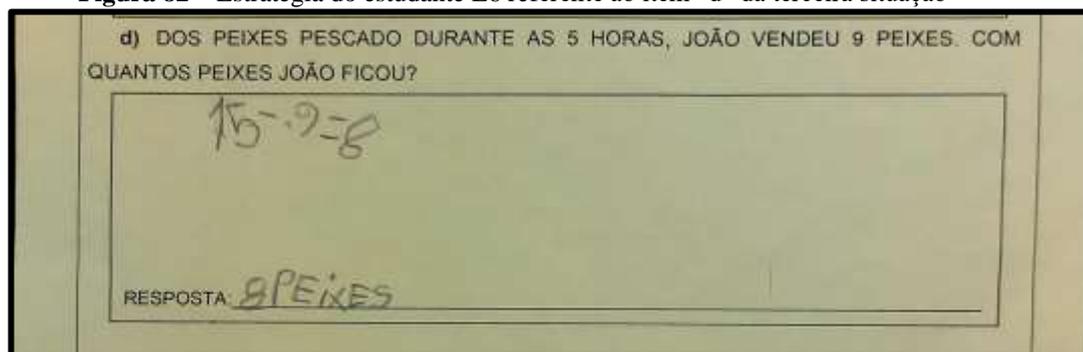
Fonte: Dados da pesquisa.

Essas diferentes abordagens demonstram a variedade de estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver a situação. Alguns preferiram o uso de cálculos numéricos, enquanto outros recorreram à representação pictórica. Cada estratégia pode refletir a preferência individual do aluno e a forma particular dele de compreender e resolver as situações matemáticas.

#### *Considerou e errou*

Quatro (4) estudantes (E6, E7, E8 e E23) consideraram a resposta correta do item anterior, ou seja, 15 peixes, mas cometeram erros de atenção ao resolverem o item "d". Ao subtraírem 9 peixes do total de 15, eles obtiveram o resultado inadequado de 8. Dentre esses estudantes, quatro (E6, E7, E8 e E23) utilizaram a representação numérica para resolver a situação.

**Figura 82** – Estratégia do estudante E6 referente ao item “d” da terceira situação



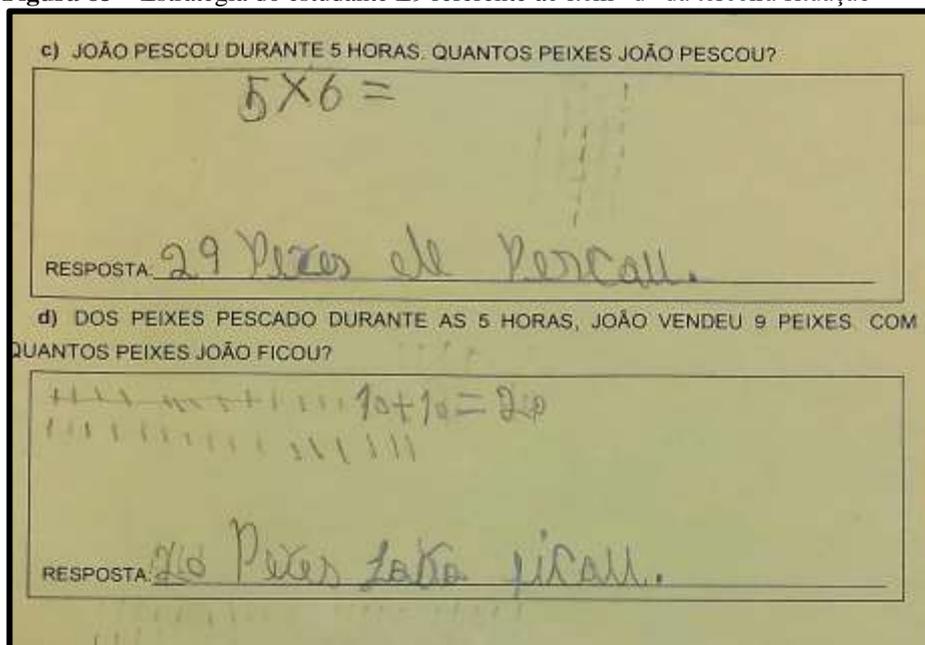
Fonte: Dados da pesquisa.

Esses estudantes demonstraram compreender a ideia de subtração e foram capazes de registrar corretamente a operação numérica. No entanto, eles cometeram erros de atenção ao realizarem o cálculo e obtiveram uma resposta inadequada de 8, ao contrário do resultado correto, que é 6. Esses erros de atenção podem ter levado os alunos a cometer equívocos na resolução da situação, apesar de eles terem compreendido corretamente o item anterior. Destaca-se a importância da atenção cuidadosa ao resolver situações matemáticas, pois pequenos erros podem afetar os resultados finais.

#### *Considerou a resposta equivocada e errou*

Cinco (5) estudantes (E4, E9, E14, E17 e E18) consideraram a resposta equivocada do item anterior e, conseqüentemente, também erraram a resposta deste item. Dentre esses estudantes, os E9 e E14 utilizaram a representação numérica de maneira equivocada para resolver a situação.

**Figura 83** – Estratégia do estudante E9 referente ao item “d” da terceira situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E9, por exemplo, apresentou dificuldades em compreender os itens "b" e "c". No item "b", o estudante chegou ao resultado de "29". O aluno utilizou a representação pictórica no item "d", desenhando 29 risquinhos para representar o total de peixes pescados por João e removendo 9 risquinhos para representar a quantidade de peixe que ele vendeu. Assim, chegou ao resultado de 20. No entanto, no registro do cálculo numérico, o discente utilizou o pensamento de adição, registrando “10 + 10 = 20”, ao contrário de fazer a subtração correta. Isso indica uma confusão na escolha da operação adequada para resolver o item d.

Essa dificuldade do estudante em aplicar corretamente o algoritmo da subtração indica uma limitação no entendimento dele acerca das operações matemáticas. O estudante nesta situação parece estar mais confortável com o pensamento de adição, o que pode ser observado no registro do cálculo numérico.

Os estudantes E4, E17 e E18 se apoiaram em valores inadequados para a realização desse item e representaram as próprias estratégias de ação por intermédio da representação pictórica. No item anterior, os discentes E17 e E18 obtiveram uma resposta inadequada de 18.

Portanto, para essa situação, desenharam 18 risquinhos, representando o total de peixe pescado por João, subtraíram 9, representando a quantidade que foi vendida, e chegaram ao resultado inadequado de 9. O estudante E4, por sua vez, no item anterior, chegou ao resultado inadequado de 17. Portanto, nessa questão, desenhou 17 risquinhos, subtraiu 9 e obteve, como resultado inadequado, 7. Observa-se que, além da dificuldade em compreender o item anterior, nesse item, o estudante cometeu novamente um erro de atenção ao realizar o cálculo de subtração, visto que  $17 - 9 = 8$ , e não 7.

**Figura 84** – Estratégia do estudante E4 referente ao item “d” da terceira situação

The image shows a student's handwritten work on a math problem. The problem is: "d) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?". The student has drawn 17 vertical lines representing fish. Below the drawing, the student has written "RESPOSTA: JOÃO FICOU COM 7".

Fonte: Dados da pesquisa.

*Não considerou*

Neste item, cinco (5) estudantes (E22, E24, E25, E26 e E28) apresentaram resoluções que não foram possíveis de serem interpretadas, o que indica uma dificuldade em compreender e responder à situação proposta.

**Figura 85** – Estratégia do estudante E26 referente ao item “d” da terceira situação

c) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

$2 = 8 = x$

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

d) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

$8 = 6$

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

Fonte: Dados da pesquisa.

### *Em branco*

Dois (2) estudantes (E15 e E27) que deixaram o item “c” em branco, também deixaram o item “d” em branco, o que indica uma falta de resposta ou uma dificuldade em iniciar a resolução da situação.

### *Excluída*

O estudante E16 registrou o resultado pertinente, mas não foi considerado na análise, pois havia respondido de forma não pertinente o item “b” e não soube explicar a resolução do item “c” e “d” durante a entrevista. Esse estudante pode ter encontrado o resultado pertinente porque algum colega de sala de aula forneceu a resposta. A colaboração entre os estudantes pode ser benéfica, mas é importante que cada estudante compreenda os conceitos e seja capaz de resolver situações de forma autônoma. Portanto, é uma boa prática avaliar a compreensão e o raciocínio dos estudantes, além das respostas, para garantir que eles estejam construindo uma base sólida de conhecimento matemático.

A partir da análise a posteriori, da situação 3, verificou-se que o estudante E13 apresentou estratégias pertinentes que não estavam previstas na análise a priori, este estudante apresentou uma sequência aditiva recursiva para responder o item “b”. Para determinar as quantidades de horas, o discente somou de forma recursiva:  $1h = 2 + 1 = 3$ ,  $2h = 3 + 3 = 6$  e  $3h = 6 + 3 = 9$ . Já no item “c” ele realizou por meio do que Vergnaud (2009a) nomina como

sendo complemento, o estudante realizou  $10 + 5 = 15$ . Uma estratégia não pertinente que não estava prevista no item “c”, foi realizada pelo estudante E4, ele somou todos os valores da tabela, ou seja, fez  $3 + 6 + 9 = 17$ . No item “d” o estudante E5 apresentou uma estratégia não prevista, ele registrou como cálculo numérico o algoritmo da multiplicação, isto é, o estudante fez  $2 \times 3 = 6$ .

Alguns estudantes justificaram a relação entre a quantidade de horas e a quantidade de peixes com base em ideias concretas, isso ocorreu, pois apesar de ser uma situação fictícia, verificou que o contexto da situação pode ter gerado incompreensões, visto que no mundo real não existe uma quantidade exata de peixes pescado por hora. A quantidade de peixes pescado varia por diversos fatores. O estudante E15, explicou que a quantidade de peixes capturados variou, porquê apenas três peixes estavam com fome e, portanto, foram atraídos pela isca. Essa explicação baseada em ideias concretas mostra que o estudante tentou compreender a situação a partir de uma perspectiva realista e relacionando-a a eventos do mundo físico. Assim, ao elaborar situações para os estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é essencial que o pesquisador e o professor considerem o contexto real e evite ambiguidades na interpretação.

Além disso, é importante valorizar e incentivar explicações baseadas em ideias concretas, pois elas refletem a capacidade dos estudantes de fazer conexões entre conceitos matemáticos e situações da vida real. Essas explicações também podem ser uma oportunidade para desenvolver gradualmente uma compreensão mais abstrata e generalizada dos conceitos matemáticos envolvidos.

Vergnaud (2009a) argumenta que o processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos envolve a passagem por diferentes fases, desde uma fase intuitiva inicial até a construção de uma compreensão mais formal e abstrata do conceito. Ele enfatiza a importância da atividade do estudante na construção dos conceitos, por meio da exploração, investigação e resolução de situações.

As relações quaternárias, permitem aos estudantes compreender o motivo pelo qual se multiplica uma quantidade por outra (como horas e peixes) e o resultado é expresso em uma quantidade diferente, neste caso em peixes e não em horas. Essas relações frequentemente envolvem dois conjuntos de referência e a correspondência entre eles, como destacado por Vergnaud (2009a).

É encorajador ver que mesmo diante de um conceito abstrato onze (11) estudantes do 2º ano solucionaram, por meio de diferentes estratégias, toda situação com sucesso, demonstrando compreensão e habilidades matemáticas. Essa capacidade de usar diferentes estratégias e

formas de representação é um indicador positivo do desenvolvimento matemático dos estudantes colaboradores da pesquisa. O uso de tabela na situação foi importante para que os estudantes pudessem relacionar de forma gradativa as horas com a quantidade de peixe pescado, ou seja, a cada 1 hora 3 peixes são pescados.

Além disso, o indicativo da mobilização das ideias-base de Função bem como as ideias de correspondência e proporcionalidade, pelos estudantes da pesquisa, em uma situação contendo um contexto mais abstrato para estudantes dessa faixa etária, demonstram a capacidade dos estudantes em desenvolver o raciocínio funcional desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

#### 4.4 Análise da situação 4

Na Figura 86, está a situação 4 que foi proposta para os estudantes.

**Figura 86** – Situação mista 4 – Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido

O formulário contém as seguintes questões:

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

a) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA \_\_\_\_\_

b) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA \_\_\_\_\_

c) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

RESPOSTA \_\_\_\_\_

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Para essa situação, consideramos as seguintes variáveis didáticas e os respectivos valores.

**Quadro 31** – Variáveis didáticas e valores da situação 4

Variável didática	Valores da variável didática
Categorias e classes de situações	Proporção Simples (Multiplicação um para muitos) e Transformação positiva de medidas (Estado final desconhecido)
Apoio visual	Ilustração
Multiplicação	Multiplicação por 5
Adição/Subtração	Adição até a dezena
Tipo de grandeza	Discreta
Ideias de Função	Dependência, correspondência, variável, regularidade e proporcionalidade

Fonte: Autora.

A quarta situação é do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos (item “b”) e Transformação positiva de medidas com Estado final desconhecido (item “c”). As grandezas são discretas, quais sejam, quantidade de pacotes e quantidade de figurinhas. Diferentemente das outras situações, nessa, não é utilizada tabela. Com isso, pretende-se verificar se essa variável interfere na resolução dos estudantes. As crianças permanecerão livres para realizar a resolução, podendo ser por alguma operação ou desenho.

Na situação 4, a primeira grandeza é representada pela quantidade de pacotes ( $p$ ) – conjunto de partida –, enquanto a segunda grandeza é representada pela quantidade de figurinhas ( $f$ ) – conjunto de chegada. A partir disso, pode ser estabelecida a relação de correspondência entre a quantidade de pacotes e a quantidade de figurinhas em cada pacote, isto é, em cada pacote, há 5 figurinhas. A relação de dependência entre esses conjuntos se encontra quando a quantidade de figurinhas depende da quantidade de pacotes. Ao modificar a quantidade de pacotes, também é modificada a quantidade de figurinhas, tendo, como variável dependente, a quantidade de figurinhas e, como variável independente, a quantidade de pacotes.

Nesse tipo de situação, se for considerada a variação da quantidade de pacote, obtém-se, também, a variação da quantidade de figurinhas, de modo que, em 1 pacote, há 5 figurinhas, em 2 pacotes, há 10 figurinhas, e assim por diante. Além disso, há a mobilização da ideia de regularidade, que pode ser expressa por “em  $p$  pacotes, há  $5p$  figurinhas”, e indicada a ideia de generalização, visto que, para qualquer quantidade de pacotes, pode-se determinar a quantidade de figurinhas, o que pode ser modelado pela Função  $f(p) = 5p$ , em que  $f(p)$  representa a quantidade de figurinhas e  $p$  a quantidade de pacotes.

Para determinar as respostas do item “b”, isto é, descobrir a quantidade de figurinhas em 5 pacotes, faz-se necessário multiplicar a quantidade de pacotes por 5. O esquema sagital e a equação a seguir são referentes a esse item.

**Quadro 32** – Esquema sagital da Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e equação da quarta situação

Esquema Sagital	Equação
<p>Diagrama de proporção simples com duas colunas: 'Pacotes' e 'Figurinhas'. Na primeira linha, há '1' sob 'Pacotes' e '5' sob 'Figurinhas', com uma seta horizontal apontando da esquerda para a direita. Na segunda linha, há '5' sob 'Pacotes' e 'f' dentro de um retângulo sob 'Figurinhas', também com uma seta horizontal apontando da esquerda para a direita.</p>	$f = p \cdot 5$ $f = 5 \cdot 5$ $f = 25$

Fonte: Autora.

O item “c” faz parte da estrutura aditiva Transformação positiva com Estado final desconhecido, porém é necessário que o estudante tenha resolvido o item “b” para solucionar esse item. Logo, tem-se a quantidade de figurinhas ( $f$ ) que Manu já tinha para um valor acrescentado pela quantidade de figurinhas (15) que o avô a deu (transformação positiva), o que resulta em uma quantidade final (estado final) de figurinhas. Desse modo, a quantidade de figurinhas com que Manu ficou é dada por uma transformação de medidas, assim como é visível no esquema e na equação apresentados a seguir.

**Quadro 33** – Esquema sagital da Transformação positiva de medidas com Estado final Desconhecido da quarta situação

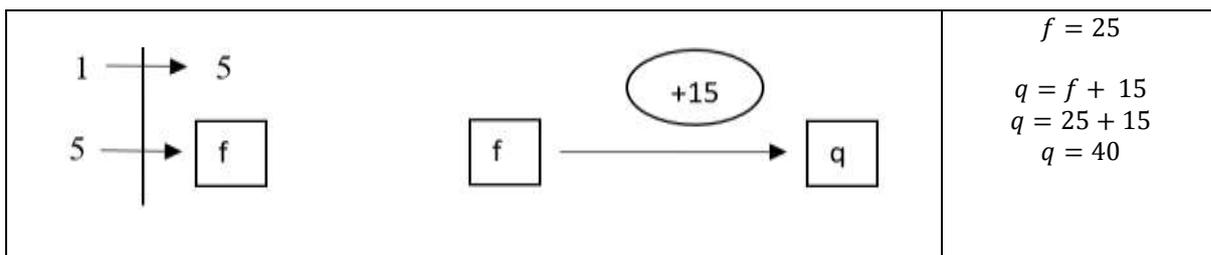
Esquema Sagital	Equação
<p>Diagrama de transformação positiva. À esquerda, um retângulo contendo a letra 'f' está rotulado 'Estado inicial'. Uma seta horizontal aponta para a direita, com um oval contendo '+15' acima dela. À direita, um retângulo contendo a letra 'q' está rotulado 'Estado final'.</p>	$q = f + 15$ $q = 25 + 15$ $q = 40$

Fonte: Autora.

Portanto, para representar as relações entre os itens “b” e “c”, nesta situação completa, propõe-se o esquema sagital e a equação de uma situação mista baseados em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

**Quadro 34** – Representações da quarta situação do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e Transformação positiva de medidas com o Estado final desconhecido

Esquema Sagital					Equação
Pacotes de figurinhas	Figurinhas	Quantidade inicial de figurinhas	Quantidade figurinhas acrescentada	Quantidade final de figurinhas	$f = p \cdot 5$ $f = 5 \cdot 5$



Fonte: Autora.

Apresenta-se, no quadro 35, a análise *a priori* realizada para a situação 4.

**Quadro 35** – Possíveis estratégias de resolução para a situação 4

Possíveis estratégias pertinentes de resolução dos estudantes	Possíveis estratégias não pertinentes de resolução dos estudantes
a) 5 figurinhas.	Não compreender o enunciado e colocar outra quantidade.
b) $5 \times 5 = 25$ $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$ Desenhar cinco (5) grupos com cinco (5) figurinhas em cada grupo.	Realizar a operação de multiplicação e errar o resultado. Somar a quantidade de pacotes (5) pela quantidade de figurinhas (5) para cada pacote, ou seja, $5 + 5 = 10$ .
c) $25 + 15 = 40$ $15 + 25 = 40$ 25 $\begin{array}{r} +15 \\ 25 \\ \hline 40 \end{array}$ Desenhar vinte e cinco (25) figurinhas e mais quinze (15) figurinhas, totalizando vinte e três (23) copos.	A partir do resultado equivocador do item “b”, somar quinze (15), mas não encontrar o resultado correto. Tentar realizar cálculo mental e se equivocar na contagem. Somar o valor da unidade da primeira parcela (5) com o valor da unidade da segunda parcela (5) e colocar o resultado somente na casa da unidade, e não acrescentar 1 na casa da dezena: $\begin{array}{r} 25 \\ +15 \\ \hline 310 \end{array}$ Somar o valor da unidade da primeira parcela (5) com o valor da unidade da segunda parcela (5). Considerar somente o valor da unidade, mas não acrescentar 1 na casa da dezena: $\begin{array}{r} 25 \\ +15 \\ \hline 30 \end{array}$ Considerar a operação da multiplicação para obter o resultado. Considerar a operação de subtração para obter o resultado.

Fonte: Autora.

#### 4.4.1 Análise e discussão dos dados da situação 4

No item “a” da quarta situação, é perguntado: “*Quantas figurinhas têm em um pacote de figurinhas da copa?*”. Os estudantes E7 e E23 preencheram de modo equivocado. Eles colocaram a resposta do item “b”, isto é, 25.

No item “b” da situação 4, foi solicitado que os estudantes respondessem: “*Manu comprou 5 pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinhas Manu comprou?*”. Nesse item, dezessete (17) estudantes, por meio de diferentes estratégias, resolveram de modo pertinente e chegaram ao resultado esperado; um (1) estudante, por erro de atenção, não chegou ao resultado esperado; e dez (10) estudantes não chegaram ao resultado esperado, ou seja, utilizaram estratégias classificadas como *Não pertinente*. A seguir são apresentadas as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para esse item.

**Quadro 36** – Diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para solucionar o item “b” da quarta situação

<b>Estratégia</b>	<b>Item “b” (estudantes)</b>
<i>Somente resposta</i>	1 (E5)
<i>Operação multiplicativa</i>	5 (E1, E2, E3, E9 e E14)
<i>Operação aditiva</i>	7 (E6, E7, E8, E13, E16, E17 e E23)
<i>Relação funcional</i>	2 (E12 e E19)
<i>Representação pictórica</i>	3 (E4, E15 e E22)
<i>Não pertinente</i>	10 (E10, E11, E18, E20, E21, E24, E25, E26, E27 e E28)

Fonte: Dados da pesquisa.

*Estratégia: Somente resposta*

O estudante E5 inseriu somente a resposta. Apesar de o estudante não ter registrado uma operação na entrevista, ele disse que fez cinco vezes cinco.

**Figura 87** – Estratégia do estudante E5 referente ao item “b” da quarta situação

b) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 25 FIGURINHAS

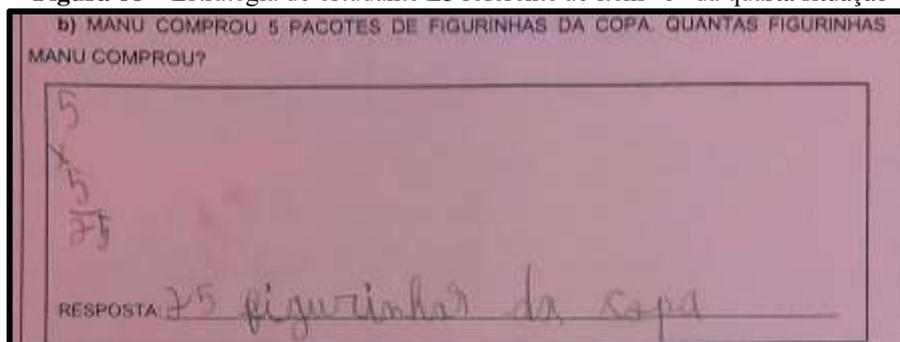
Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante indica mobilizar todas as ideias-base de Função e a ideia de correspondência, ao compreender que, em um pacote, há cinco figurinhas e, em 5 pacotes, há vinte e cinco figurinhas. Para o estudante, a quantidade de figurinhas não muda por pacote, “*porque cinco pacotes, dez pacotes, têm só cinco figurinhas dentro*”. Ao ser questionado sobre a generalização, primeiramente, o estudante respondeu: **E5**: “*Cinco figurinhas dentro*”. Ao ser questionado por exemplos, o estudante respondeu: **E5**: “*Todas as quantidades vezes cinco*”. **Pesquisadora**: “*Então, se eu tiver dez pacotes, que conta que eu faço para descobrir quantas figurinhas?*”. **E5**: “*Dez vezes cinco, porque a quantidade de figurinhas não muda dentro*”. **Pesquisadora**: “*Se eu tiver quinze pacotes?*”. **E5**: “*Quinze vezes cinco, porque a quantidade de figurinhas não vai mudar, só vai mudar se tiver mais figurinhas do que cinco*”. **Pesquisadora**: “*Se for cem pacotes, que conta eu faço?*”. **E5**: “*Cem vezes cinco*”.

*Estratégia: Operação Multiplicativa*

Neste item, cinco (5) estudantes (E1, E2, E3, E9 e E14) multiplicaram a quantidade de pacotes pela quantidade de figurinhas, ou seja,  $5 \times 5$ , matematicamente expresso como  $f(p) = 5p$ . Os estudantes E2 e E9 se apoiaram na representação pictórica para calcular a situação. A Figura 88 apresenta a estratégia de resolução do estudante E3 para o item b.

**Figura 88** – Estratégia do estudante E3 referente ao item “b” da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Os estudantes E1, E2, E3 e E9, por meio das próprias falas e estratégias de resolução, indicam a mobilização das ideias de correspondência, dependência, variável, regularidade e proporcionalidade “*porque em cada um pacote vêm cinco figurinhas*” (**E9**). Assim a quantidade de figurinhas depende da quantidade “*do pacote*” (**E3**). Além disso, os estudantes compreendem que, ao modificar a quantidade de pacotes, é modificada a quantidade de

figurinhas, “por causa que, em cada pacote, tem cinco. E, por exemplo, se eu comprar dois pacotes, eu não vou ter cinco, eu vou ter dez” (E1). Contudo, há regularidade proporcional nessa variação, “porque, em cada um pacote, têm cinco figurinhas, aí, vai aumentando” de “cinco em cinco” (E9).

Os estudantes E1 e E3 apresentam indícios de que manifestam a ideia de generalização, porém o primeiro não recorre a exemplos para responder à questão: “como descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes?” O estudante E1, sem precisar de exemplos, disse: “vezes cinco”. O estudante E3, para responder a mesma pergunta, precisou se deter a exemplos concretos, assim como pode ser identificado no diálogo: **E3**: “Se eu tiver dez pacotes, posso fazer cinco vezes dez”. **Pesquisadora**: “E se for vinte?”. **E3**: “Cinco vezes vinte”. Desse modo, sugere-se que esses estudantes manifestaram, por meio de diferentes formas, a ideia de generalização.

O estudante E14 também multiplicou a quantidade de pacotes pela quantidade de figurinhas. No entanto, para auxiliá-lo na contagem da multiplicação, no verso da folha, o estudante registrou cinco grupos com cinco risquinhos em cada. Depois, contou-os, chegando ao resultado equivocado “26”. No dia da entrevista, ao revisar o item, a criança verificou o equívoco e disse: “É vinte e cinco”.

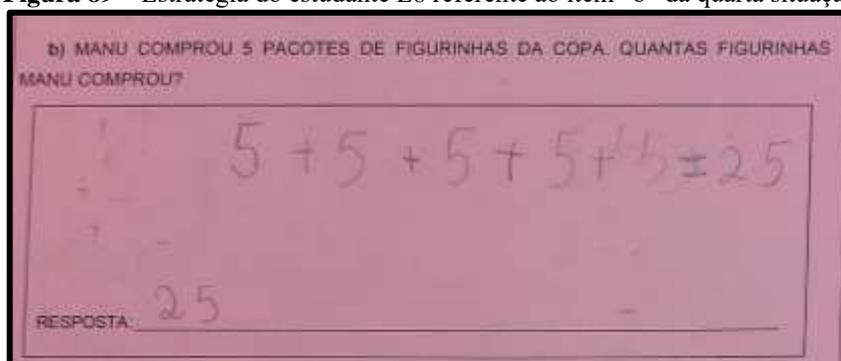
O estudante, por meio da entrevista, dá indícios de todas as ideias-base de Função e as ideias de correspondência e proporcionalidade. Ele estabeleceu a relação de correspondência entre a quantidade de pacotes e a quantidade de figurinhas em cada pacote, “porque ela comprou cinco, e comprou dois pacotes e ficou dez, e comprou mais esses, que ficou vinte, e comprou mais um, que ficou vinte e cinco”. A relação de dependência entre esses conjuntos pode ter sido mobilizada, pois, para o estudante, a quantidade de figurinhas “depende do pacote” e, ao alterar a quantidade do pacote, altera-se a quantidade de figurinhas, “porque cada pacote é de cinco figurinhas, aí, compra mais multiplica”. **Pesquisadora**: “Multiplica por quanto?”. **E14**: “Por cinco”. Desse modo, tem-se a mobilização da ideia de regularidade e indicada a ideia de generalização. Ao ser questionado sobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de copos, o discente disse: “porque o pacote é de cinco figurinhas, aí, você pega mais um pacote, aí, fica mais cinco”. **Pesquisadora**: “Se fossem dez pacotes, você ia fazer como?”. **E14**: “Eu ia fazer 50”. **Pesquisadora**: “Como você descobriu que são 50?”. **E14**: “Porque dez é cinquenta”. **Pesquisadora**: “E se fosse sete pacotes, que conta você faria?”. **E14**: “5+5 ... que ia ser 35” (o estudante indicou que, somando de cinco em cinco por sete vezes, chegaria ao resultado correspondente para sete pacotes).

*Estratégia: Operação Aditiva*

O pensamento aditivo foi utilizado como estratégia por sete (7) estudantes, sendo que três estudantes (E6, E8 e E17) realizaram o trabalho por meio da soma de parcelas iguais, três estudantes (E7, E16 e E23) utilizaram a sequência aditiva recursiva e um (1) estudante (E13) fez o cálculo por meio do procedimento de complemento.

Os estudantes E6, E8 e E17, que utilizaram, como estratégia, a soma de parcelas iguais, somaram  $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$ .

**Figura 89** – Estratégia do estudante E8 referente ao item “b” da quarta situação

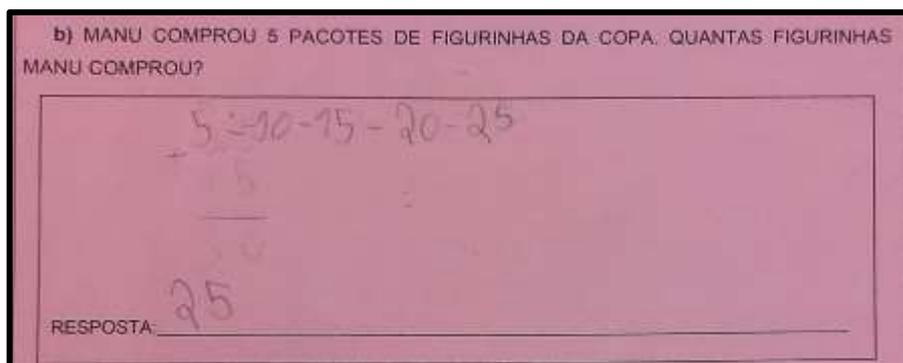


The image shows a handwritten solution on a pink background. At the top, it reads: "b) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?". Below this, the student has written the equation  $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$ . At the bottom left, there is a label "RESPOSTA:" followed by the number "25".

Fonte: Dados da pesquisa.

Os estudantes E7, E16 e E23 realizaram a soma recursiva, ou seja, fizeram o cálculo da seguinte forma: “5 – 10 – 15 – 20 – 25”. O estudante E7, ao ser questionado sobre outro modo de realizar essa situação, disse que poderia ser juntando “20 + 5”. Ao ser indagado se poderia realizar o cálculo por meio da multiplicação, ele disse que “não”. Nesse caso, verifica-se como a tabela foi um instrumento importante para o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo pelo estudante, visto que, na primeira e segunda situações, ele utilizou, como estratégia, o algoritmo da multiplicação.

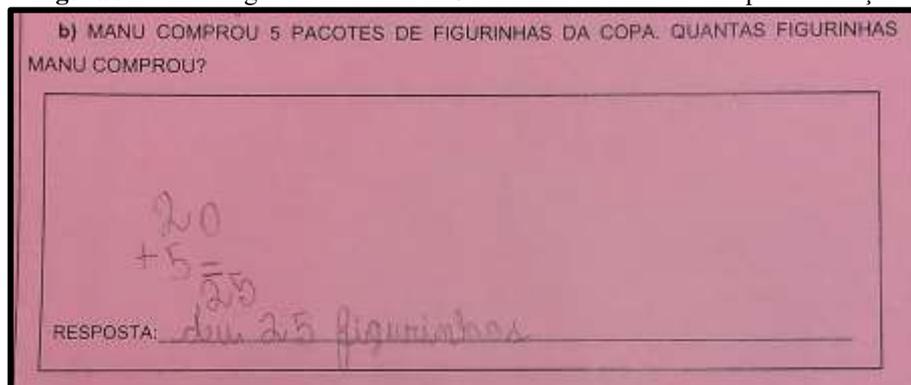
**Figura 90** – Estratégia do estudante E7 referente ao item “b” da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E13 realizou o cálculo por intermédio do procedimento do complemento. Assim, ele fez: “ $20 + 5 = 25$ ”. Como nas situações dois e três, o estudante, primeiro, contou, nos dedos, de cinco em cinco, e obteve o resultado, mas, ao registrar, pensou em um numeral que, somado com o numeral “cinco”, obtivesse o resultado “25”.

**Figura 91** – Estratégia do estudante E13 referente ao item “b” da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Os estudantes E8, E17, E7, E13, E16 e E23 estabeleceram a relação entre a quantidade de pacotes e a quantidade de figurinhas em cada pacote, “*porque cada pacote vem cinco figurinhas*” (E7). A relação de dependência e correspondência entre esses conjuntos foram mobilizadas quando a quantidade de figurinhas “*depende da quantidade que você vai comprar de pacotes*” (E23) e, ao modificar a quantidade de pacotes, também é modificada a quantidade de figurinhas, como explicitado pelo estudante E7: “*Depende da quantidade de pacotes. Cada pacotinho vêm cinco. Se eu tiver dez, cinco, dez, quinze, vinte, vinte e cinco, trinta, trinta e cinco, quarenta, quarenta e cinco e cinquenta*”.

Os estudantes, ao considerarem a variação da quantidade de pacote, obtiveram a variação da quantidade de figurinhas, “*porque, se em um pacote, vêm cinco, em dois pacotes*

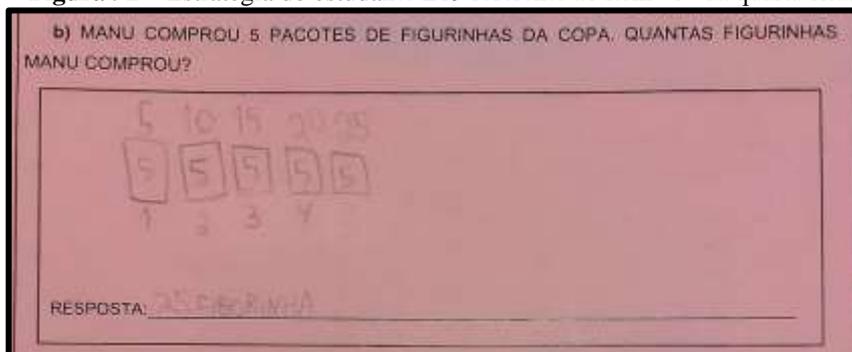
‘vai’ vir dez, se cada pacote vêm cinco, em três pacotes, vai ser quinze” (E13), “porque, em um têm cinco, em dois, têm dez, em três, têm quinze, em quatro, têm vinte e, em cinco, têm vinte e cinco” (E8). Nesse caso, tem-se a mobilização da ideia de regularidade, “porque foi aumentando em cinco” (E17), ou seja, “em cinco em cinco” (E16).

Os estudantes E8, E13 e E17 disseram que, para qualquer quantidade de pacotes, pode-se determinar a quantidade de figurinhas. Os estudantes E8 e E13, mesmo solucionando a situação pelo pensamento aditivo, generalizaram por meio do algoritmo da multiplicação. Sugere-se que esses estudantes perceberam a equivalência entre este e a adição. **E8:** “‘Cê’ pode fazer qualquer número que você pensar vezes cinco”. **E13:** “É só você usar a quantidade de pacotinhos que você vai querer e multiplicar por cinco”. Os raciocínios dos estudantes podem ser expressos por:  $f(p) = 5p$ , em que  $f(p)$  representa a quantidade de figurinhas e  $p$  a quantidade de pacotes. Diferentemente do estudante **E17**, que indicou a resposta generalizada, ao ter constatado a regularidade: “Vai aumentando de cinco em cinco”. Os estudantes para pergunta referente a qualquer quantidade pacotes, dão indícios da ideia de generalização sem recorrerem a exemplos.

#### *Estratégia: Funcional*

Dois (2) estudantes (E12 e E19) utilizaram a estratégia funcional com apoio numérico e com a representação pictórica. Esses alunos estabeleceram uma relação proporcional entre grandezas diferentes, aplicando essa relação para solucionar a situação.

**Figura 92** – Estratégia do estudante E19 referente ao item “b” da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E19 disse que outra solução possível seria realizar o cálculo por meio da representação pictórica: “Tem como fazer aquele risquinho e fazer assim, ‘pra’ você ir contando

*e fazer o número e você escreve aqui... você fazia o risquinho, aí, fazia o número aqui em cima, aí, você contava o número, aí, fazia aqui embaixo*". Em outras palavras, para esse estudante, a outra solução seria desenhar cinco "riquinhos" e colocar o numeral cinco. Depois, bastava desenhar mais cinco "risquinhos" e colocar o numeral "10" até chegar em "25".

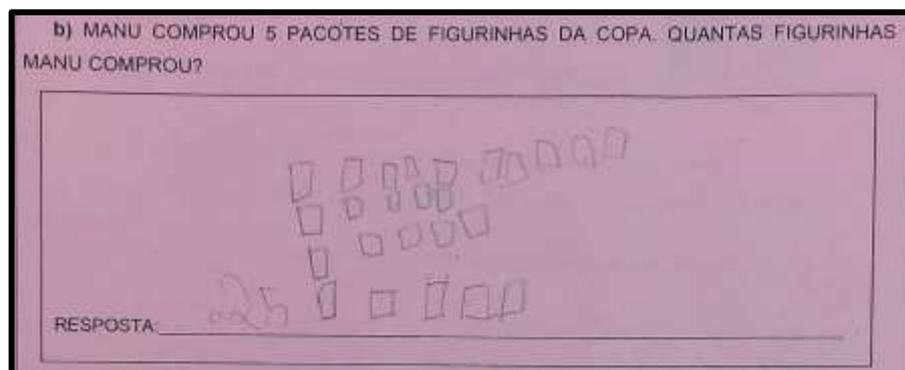
Os estudantes indicaram encontrar a relação de dependência que existe entre a quantidade de figurinhas e a quantidade de pacotes e o fato de que, ao alterar a quantidade de pacotes, também é alterada a quantidade de figurinhas. **E12**: "*Dependendo do pacote, porque se um pacote tem cinco, dois pacotes 'vai' ter dez*". Para esse tipo de situação, se for considerada a variação da quantidade de pacote, obtém-se, também, a variação da quantidade de figurinhas. **E19**: "*Cada vez, ela consegue comprar um pacote, né, aí, vem cinco, aí se ela conseguir juntar dez pacotes, vai ficar mais figurinhas*". **E12**: "*Um pacote de figurinha é cinco, conforme vai aumentando, vai aumentando também a figurinha. Se aumentar o pacote, aumenta a figurinha*". Além disso, nesse caso, tem-se a mobilização da ideia de regularidade. **E12**: "*Três pacotes dá quinze, quatro dá vinte e cinco dá vinte e cinco*", podendo ser expresso por "*em p pacotes, há 5p figurinhas*",

Esses estudantes indicaram mobilizar a ideia de generalização, isto é, para qualquer quantidade de pacotes, pode-se determinar a quantidade de figurinhas. O estudante E12, primeiro, apoia-se em exemplos para responder como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes. **E12**: "*Um pacote, eu iria colocar 1x5, dois pacotes, ia colocar 2x5, três 3x5, assim...*". Somente no final do diálogo, o estudante não se vale de exemplos para generalizar. **E12**: "*É, isso, tudo que eu colocasse, tipo, em primeiro, eu ia colocar vezes cinco, ia usar o cinco*", que pode ser expresso por:  $f(p) = 5p$ . O estudante **E19** responde a mesma pergunta utilizando a contagem de cinco em cinco: "*Tem como você pegar um pacote, aí, vai contando 1, 2, 3, 4 e 5, e mais outro 6, 7, 8, 9 e 10*".

#### *Estratégia: Representação pictórica*

Para o item "b" da quarta situação, três (3) estudantes (E4, E15 e E22) empregaram a representação pictórica para encontrar a resposta correta da situação. Os estudantes E4 e E15 representaram as figurinhas por meio de desenhos, isto é, eles desenharam cinco grupos com cinco figurinhas em cada.

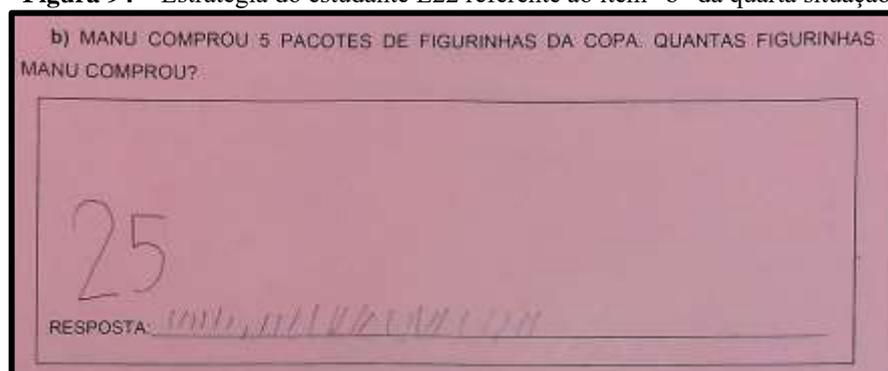
**Figura 93** – Estratégia do estudante E4 referente ao item "b" da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E22 realizou 25 “risquinhos”, mas ele soma com os dedos “*porque, aí, eu vi cinco mais cinco e já ficou com dois*”. O “dois” referido pelo estudante é referente a dois pacotes. O estudante soma com o apoio dos dedos e registra por meio de “risquinhos” em todas as situações.

**Figura 94** – Estratégia do estudante E22 referente ao item “b” da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

Apesar de os registros dos estudantes indicarem que a quantidade de figurinhas depende da quantidade de pacote e, com isso, ao variar a quantidade de pacote, varia a quantidade de figurinhas, alguns estudantes não conseguiram explicar, por meio das próprias falas, os motivos dessa variável e dependência. As ideias de correspondência e regularidade podem ser verificadas quando os estudantes dizem: **E4**: “*Um pacote tem cinco, em dois pacotes, têm dez, em três pacotes... porque é 5+5+5+5+5*”, **E22**: “*Porque cada um vem cinco*” e **E15**: “*Porque cada pacote tem cinco figurinhas, eu vou contando de cinco em cinco em cinco em cinco...*”.

*Estratégia: Não pertinente*

Dez (10) estudantes (E10, E11, E18, E20, E21, E24, E25, E26, E27 e E28) utilizaram diferentes estratégias não pertinentes. O estudante **E20**, por exemplo, demonstrou dificuldade de compreensão do enunciado da situação. Ele apenas registrou a quantidade “5”.

**Figura 95** – Estratégia do estudante E20 referente ao item “b” da quarta situação

b) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 5

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme o estudante, “*ela comprou cinco pacotes*”. A resposta do estudante se referia ao número de pacotes, e não de figurinhas. Desse modo, a pesquisadora questionou: **Pesquisadora:** “*Está perguntando sobre quantos pacotes ou quantas figurinhas?*”. **E20:** “*Ah... um, dois, três quatro e cinco... seis, sete, oito nove e dez...*”. Ao revisar, o estudante, primeiro, contou nos dedos e obteve “24”, depois, fez cinco grupos com cinco risquinhos em cada grupo, contou e alcançou o resultado correto. Ele disse: “*Eu coloquei aqui cinco, mas é 25... é que eu pensei que era ‘pra’ colocar quantas unidade que tinha*”, referindo-se a cinco unidades de pacotes. Posteriormente, o estudante disse: “*Vamos comprar cinco pacotes de figurinhas, né, certinho, mas, dentro, também vêm cinco, tipo, se a gente pegar dois pacotes e abrir vai ter dez*”. **Pesquisadora:** “*Por que em um pacote têm cinco e, em dois, por exemplo, têm dez figurinhas?*”. **E20:** “*Porque se juntar tudo vai dar isso, porque cinco mais cinco dá dez*”. Com isso, verifica-se que o estudante tem indicativos das ideias de correspondência, regularidade e variável.

Os estudantes E11, E18 e E21 registraram “ $5 \times 5 = 10$ ”. Além disso o E18 e o E21 desenharam dois grupos com cinco figurinhas em cada grupo. Desse modo, infere-se, mesmo que os estudantes registraram o símbolo da multiplicação, eles solucionaram pelo algoritmo da adição e obtiveram o resultado inadequado. O estudante **E21** disse: “*Ela abriu dois e ficou com 10, porque cinco mais cinco é dez*”.

O estudante E10 registrou “ $5 + 5 = 10$ ”. Ele não soube explicitar como solucionou o item “b”. Os estudantes E24 e E28 multiplicaram os dados de modo não pertinente, isto é, fizeram “ $5 \times 5 = 15$ ”, ainda, desenharam três grupos com cinco figurinhas em cada grupo. Os estudantes se apoiaram na representação pictórica para realizar a contagem e fizeram três grupos com cinco “figurinhas”. Os estudantes E25 e E26 registraram somente a quantidade “20”.

Por meio da escrita e do diálogo com os estudantes E10, E11, E18, E21, E24, E25, E26 e E28, não foram identificados indicativos das ideias-base de Função e das ideias de correspondência e proporcionalidade.

No item “c” da quarta situação, foi solicitado que os estudantes respondessem: “*Manu comprou os 5 pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu 15 figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou?*”.

Nesse item, dez (10) estudantes consideraram a resposta do item anterior e acertaram; cinco (5) estudantes consideraram a resposta do item anterior correta, porém erraram; quatro (4) estudantes consideraram a resposta anterior equivocada e, com isso, erraram; oito (8) estudantes não consideraram a resposta do item anterior e erraram; e um (1) registro foi excluído.

#### *Considerou e acertou*

Dos dez (10) estudantes (E1, E2, E3, E6, E8, E9, E12, E13, E19 e E22) que realizaram com sucesso o item “c” da quarta situação, os estudantes E1, E2, E3, E6, E8, E12 e E13 resolveram somente por meio do algoritmo da adição.

**Figura 96** – Estratégia do estudante E3 referente ao item “c” da quarta situação

e) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

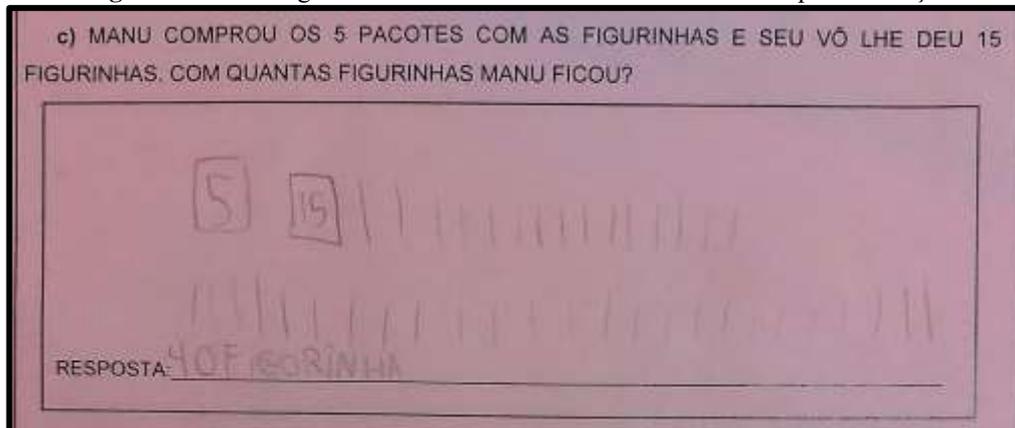
$$\begin{array}{r} 25 \\ + 15 \\ \hline 40 \end{array}$$

RESPOSTA: 40 figurinhas de cada

Fonte: Dados da pesquisa.

Os estudantes E9, E19 e E22 solucionaram por meio da representação pictórica.

**Figura 97** – Estratégia do estudante E19 referente ao item “c” da quarta situação



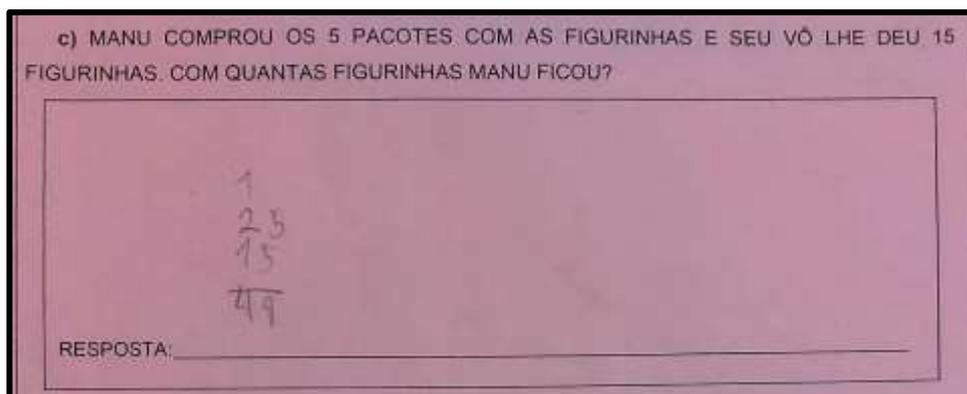
Fonte: Dados da pesquisa.

### *Considerou e errou*

Dos cinco (5) estudantes (E4, E5, E7, E17 e E23) que consideraram a resposta do item anterior, mas solucionaram de modo equivocado, o estudante E4 cometeu erro de atenção. O estudante E4 realizou uma adição incorreta ao calcular " $25 + 15$ " e obteve o resultado equivocado "39". Ao revisar o resultado, ele percebeu o erro e corrigiu, argumentando: "*Vixi, eu contei errado. É 40!*". Isso indica que o estudante, ao revisar a situação, reconheceu o equívoco cometido e oralmente corrigiu a resposta para o resultado correto.

Os estudantes E5, E7, E17 e E23 também consideraram a resposta do item anterior, todavia cometeram erros de algoritmos, que podem estar relacionados a teoremas em ação falsos, devido à dificuldade em compreender o sistema de numeração decimal e as devidas características. Os estudantes E7 e E23 realizaram a adição " $25 + 15 = 35$ ". Já o estudante E5 realizou a adição " $25 + 15 = 49$ ".

**Figura 98** – Estratégia do estudante E5 referente ao item “c” da quarta situação

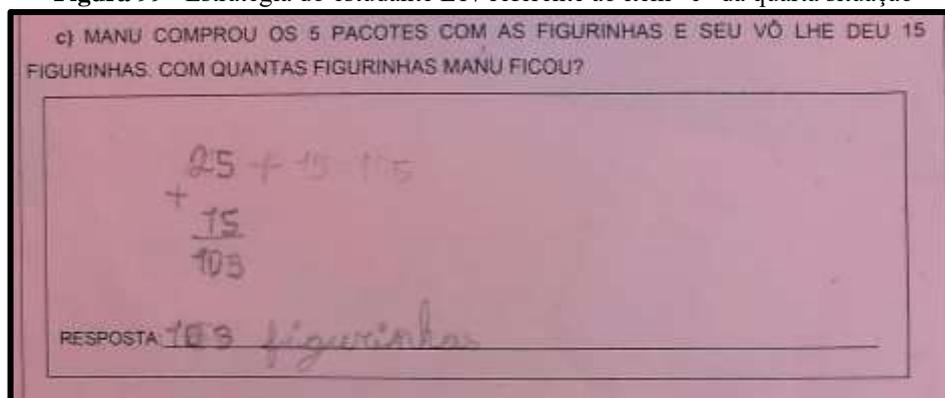


Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E5 somou as unidades ( $5 + 5 = 10$ ) e, como tem que reagrupar 1 dezena, ele descontou da unidade. Desse modo, no lugar do “0”, o estudante colocou “9”. Ele forneceu a seguinte explicação: “*Eu subi 1, porque não pode ficar 10*”. Ao ser questionado sobre o motivo pelo qual redigiu o “9”, ele disse: “*Porque 1 subiu do 9*”.

O estudante E17 realizou a adição “ $25 + 15 = 103$ ”, assim como é exibido na Figura 99.

**Figura 99**– Estratégia do estudante E17 referente ao item “c” da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

O erro do estudante E17 está relacionado ao valor posicional dos números, visto que ele somou as unidades que resultou em uma dezena. Todavia, em vez de reagrupar os valores, o estudante colocou “10” na posição da dezena, enquanto o resultado da soma das dezenas ele colocou na posição da unidade.

O alicerce do sistema decimal é a base dez e, por isso, os agrupamentos são realizados de 10 em 10 (SANTANA, 2014). É por isso que dez unidades são agrupadas para formar uma dezena; dez dezenas se unem para formar uma centena; dez centenas se juntam para formar um milhar etc.

O sistema decimal é composto por 10 símbolos, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0, que permitem construir qualquer numeral. Os símbolos têm valores distintos, dependendo de sua posição, que é quem define o seu valor, ou seja, um mesmo símbolo pode ter valores diferentes, de acordo como a posição que ocupa no numeral (FREITAS, 2014). É por isso que o sistema decimal é posicional. Por exemplo, em “444”, o primeiro 4, da direita para esquerda, representa 4 unidades simples; o 4, na segunda posição, representa 4 dezenas; por fim, o mesmo símbolo, na terceira posição, representa 4 centenas.

[...] a regra do valor posicional, segundo o qual o valor de uma grafia está determinado pela sua posição no interior da corrente de dígitos e é produto da potenciação. Desta maneira, a lógica de um sistema posicional de base dez implica que a cada posição corresponde a uma ordem definida pela multiplicação de suas unidades por uma potência de 10, a qual se incrementa a partir do 0, cada vez que o dígito é movido uma posição para a esquerda (SEVILLA; HORMAZA, 2006, p. 409, tradução nossa).

O conhecimento do valor posicional é essencial para que uma criança consiga representar e resolver, de forma escrita, as operações.

#### *Considerou a resposta equivocada e errou*

Dos quatro (4) estudantes (E14, E18, E21 e E24) que consideraram a resposta equivocada do item anterior e erraram, o estudante E14, no item “b”, obteve o resultado equivocado de "26".

**Figura 100** – Estratégia do estudante E14 referente aos itens “b” e “c” da quarta situação

b) MANU COMPROU 11 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 26 FIGURINHAS

c) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

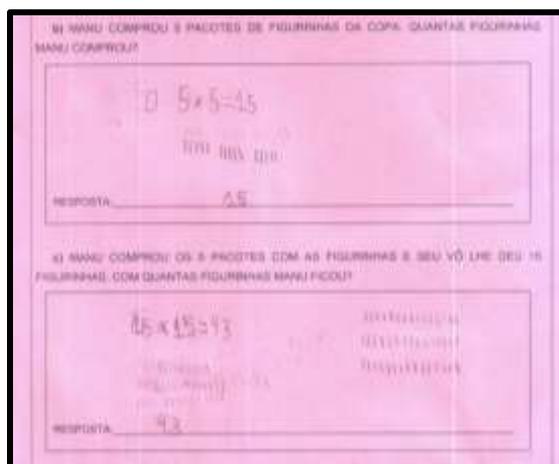
RESPOSTA: 41 FIGURINHAS

Fonte: Dados da pesquisa.

Para solucionar o item “c”, o E14 considerou o resultado equivocado do item anterior, isto é, “26”, e somou com 15 figurinhas. Ele realizou o cálculo mental e decompôs as partes. O estudante disse: *“Ela tinha 20 e colocou mais 10 e ficou 30, aí, aqui, tinha 6 e, aqui, tinha 5, aí, 5 mais 6 é 11 e deu 41”*.

O estudante E18, além de ter considerado a resposta inadequada do item anterior e ter registrado, como resolução do item “c”, a operação " $15 \times 10$ ", não forneceu o resultado dessa operação. Os estudantes E21 e E24 apresentaram tanto dificuldade de interpretação quanto erros no algoritmo da multiplicação. O estudante E21 considerou a resposta equivocada do item “b” (10 figurinhas) e multiplicou " $15 \times 10 = 19$ ". O estudante E24 cometeu erros na interpretação do problema e na realização dos cálculos. Primeiramente, ele interpretou erroneamente o número de figurinhas no item “b”, acreditando que eram “15”, em vez de “25”. Em seguida, ao realizar a multiplicação, cometeu outro erro, calculando “15” multiplicado por “15”, o que resultou em “43”.

**Figura 101** – Estratégia do estudante E24 referente aos itens “b” e “c” da quarta situação



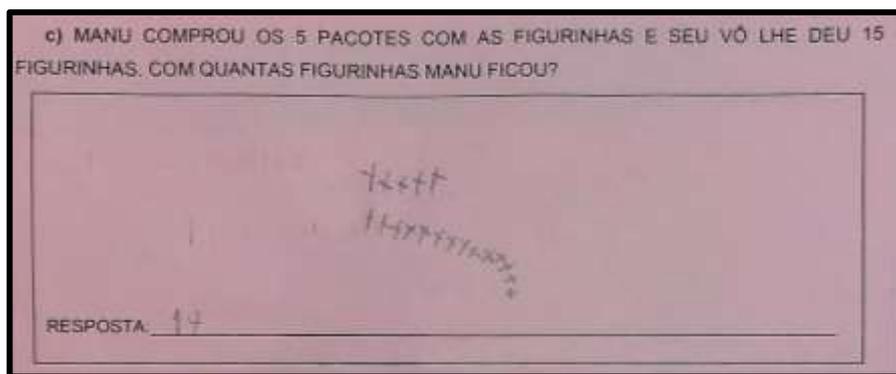
Fonte: Dados da pesquisa.

### *Não considerou*

No total, oito (8) estudantes (E10, E11, E15, E16, E20, E25, E26 e E27) cometeram diferentes tipos de erro, ao resolverem o item “c” da quarta situação e não consideraram o resultado do item anterior, sendo ele pertinente, ou não. O estudante E15 demonstrou dificuldade na interpretação do enunciado. Ele considerou apenas os dados que estavam na situação, isto é, em vez de levar em consideração a resposta do item anterior, ou seja, as 25 figurinhas em 5 pacotes, ele fez “ $5 + 15 = 20$ ”.

Também foi identificado que alguns estudantes cometeram, no mesmo item, erro de interpretação e no algoritmo (E10 e E16) e erro de interpretação e atenção (E20 e E11). Por exemplo, o estudante E21 considerou a resposta equivocada do item “b” (10 figurinhas) e multiplicou “ $15 \times 10 = 19$ ”. Assim, esse estudante apresentou tanto dificuldade de interpretação como erro no algoritmo da multiplicação. Já o estudante E20 enfrentou dificuldades tanto na interpretação do enunciado quanto cometeu um erro de atenção. Ao usar uma representação pictórica, ele fez 5 risquinhos e, em seguida, 14 risquinhos, chegando a um resultado incorreto de “19”.

**Figura 102** – Estratégia do estudante E20 referente ao item “c” da quarta situação

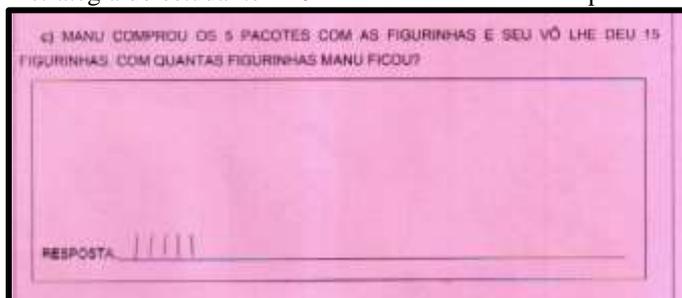


Fonte: Dados da pesquisa.

O estudante E20 parece ter enfrentado múltiplos desafios na resolução da situação. Primeiramente, assim como outros estudantes, ele também interpretou erroneamente o enunciado, considerando apenas 5 pacotes, em vez das 25 figurinhas. Além disso, cometeu um erro de atenção ao registrar “14” risquinhos em vez de “15”.

Os estudantes E25, E26 e E27 apresentaram registros que não puderam ser interpretados. Além disso, durante a entrevista, eles não conseguiram explicar de forma clara as próprias respostas.

**Figura 103** – Estratégia do estudante E26 referente ao item “c” da quarta situação

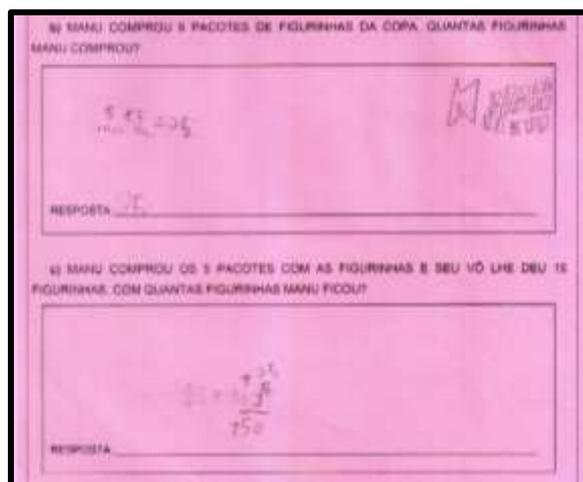


Fonte: Dados da pesquisa.

### *Excluída*

Não foi considerada a resposta do estudante E28, pois, no item “b”, ele registrou a quantidade 25 e, ao lado, desenhou 15 figurinhas. Ao ser questionado durante a entrevista qual resposta deveria ser, ele disse “15 figurinhas”. No item “c”, ele somou as quantidades “25 + 15 + 1 = 150” e, durante a entrevista, como resposta, o estudante disse que: “Manu ficou com 16 figurinhas”.

**Figura 104** – Estratégia do estudante E28 referente ao item “c” da quarta situação



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da análise *a posteriori*, verificou-se que os estudantes apresentaram três estratégias pertinentes que não estavam previstas na análise *a priori*. Essas estratégias foram realizadas pelo estudante E13, que solucionou por meio do procedimento de complemento ( $20 + 5$ ), pelos estudantes E7, E16 e E23, que realizaram por meio da sequência aditiva recursiva ( $5 - 10 - 15 - 20 - 25$ ), e pelos estudantes E12 e E19, que utilizaram a estratégia *Relação funcional*. Quatro estratégias não pertinentes que não estavam previstas nas análises *a priori* foram encontradas, sendo uma delas no item “b”, ou seja, o estudante E24 realizou a operação multiplicativa da seguinte forma  $5 \times 5 = 15$ . As outras estratégias não pertinentes ocorreram no item “c”. O estudante E10, novamente, somou o valor da unidade da primeira parcela (5) com o valor da unidade da segunda parcela (5) e o valor da dezena (1) da segunda parcela, obtendo, como resposta, 11, ou seja, fez  $5 + 15 = 11$ . O estudante E5 fez  $25 + 15 = 49$ . O estudante E17 fez  $25 + 15 = 103$ , enquanto o estudante E23 realizou como estratégia de resolução  $25 + 15 = 35$ .

A multiplicação compreende diferentes propriedades de resolução que estão disponíveis para os estudantes empregarem na situação apresentada (SILVA *et al.*, 2015). Como estratégia pertinente de resolução, no item “b”, a maioria dos estudantes utilizou a *Operação aditiva*. Todavia, destaca-se as resoluções dos estudantes E1, E2, E3, E9 e E14, pois, ainda que o algoritmo da multiplicação esteja sendo desenvolvido pelos estudantes, eles se apoiaram em tal algoritmo para solucionar a situação.

Por meio da entrevista, a pesquisadora identificou que as ideias de dependência e proporcionalidade, além da ideia de generalização, foram menos explicitadas oralmente nessa situação. De acordo com Vergnaud (2009b), a cada situação, pode se tornar mais simples ou

mais complexa para os estudantes em relação às variações. Nesse caso, uma suposta justificativa para os estudantes terem mobilizado menos essas ideias é a ausência de tabela, porque os alunos não puderam se apoiar nela para explicitar os raciocínios, assim como ocorreu, especialmente, na primeira e segunda situações.

Por fim, as situações apresentadas de forma gradual podem ser uma estratégia eficaz para ajudar os estudantes, em um primeiro momento, a considerar a resposta da estrutura multiplicativa para solucionar o item referente à estrutura multiplicativa, facilitando a compreensão e a resolução de situações mistas. Essa abordagem também destaca áreas nas quais os estudantes podem precisar de apoio adicional para melhorar as habilidades matemáticas e interpretação de situações. Essa situação pode ser usada como uma oportunidade de aprendizado para enfatizar a importância da leitura atenta das situações matemáticas, da compreensão das informações apresentadas e da aplicação adequada de operações matemáticas.

Na sequência, são apresentadas as considerações finais a respeito dos resultados desta dissertação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou responder à seguinte questão norteadora: *é possível que estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental resolvam situações mistas e mobilizem ideias de Função?* Para responder a essa questão de pesquisa, estabeleceu-se, como objetivo geral, investigar se os estudantes do 2º Ano do Ensino Fundamental resolvem situações mistas e mobilizam ideias de Função. Para isso, buscou-se analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de situações mistas, identificar quais ideias de Função são mobilizadas pelos estudantes em situações do tipo Proporção Simples – Multiplicação um para muitos e analisar a influência de tabelas nas situações.

Como instrumento de pesquisa, foram elaboradas quatro situações mistas, isto é, situações que envolvem simultaneamente a estrutura multiplicativa e a aditiva. Por se tratar do primeiro ano em que os estudantes tiveram contato com as situações de estrutura multiplicativa, buscou-se desenvolver situações caracterizadas como menos complexas, tanto para a estrutura aditiva como para a estrutura multiplicativa, baseadas nos estudos de Magina *et al.* (2008) e Gitirana *et al.* (2014). Assim, foram elaboradas situações pertencentes às classes de Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas com o Estado final desconhecido. As quatro situações propostas foram elaboradas cuidadosamente, considerando a apresentação dos enunciados, o contexto e a realidade dos estudantes, as variáveis didáticas e os valores envolvidos. Além disso, foi realizada uma análise *a priori* das situações.

Inicialmente, foram realizadas observações na sala de aula, a fim de se familiarizar com os estudantes. Depois, foram realizados dois estudos pilotos que proporcionaram reflexões e modificações do instrumento final. Por fim, foi realizada a implementação do instrumento de pesquisa com 28 estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental. Considerou-se, para a produção de dados, os protocolos de resolução dos estudantes e o diálogo das entrevistas. A utilização da TCC foi essencial para embasar o desenvolvimento do instrumento de pesquisa e a análise dos dados produzidos pelos estudantes. Por meio dos elementos da TCC, pode-se investigar e compreender as formas como os estudantes manifestaram o conhecimento matemático, especialmente, as ideias-base de Função e as ideias de correspondência e proporcionalidade, tanto por meio dos registros escritos quanto por meio de suas falas. Com base na TCC, pôde-se analisar as estratégias dos estudantes ao resolverem as quatro situações mistas da classe de Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas com Estado final desconhecido.

Cada estudante realizou cinco itens que envolvem a estrutura multiplicativa. Portanto, o grupo de 28 estudantes do 2º ano realizou 140 itens multiplicativos. As resoluções das crianças nos itens que envolvem a estrutura multiplicativa foram agrupadas em estratégias que foram interpretadas pela pesquisadora como correspondentes. Uma síntese das estratégias é apresentada no quadro 37. Na primeira coluna desse quadro, descreve-se o tipo de estratégia. Na segunda, terceira, quarta, quinta e sexta colunas, encontram-se a quantidade e os estudantes que utilizaram as estratégias categorizadas na primeira coluna. Na sétima coluna, há o total de estratégias manifestadas.

**Quadro 37** – Síntese das estratégias utilizadas pelos estudantes nos itens que envolvem a estrutura multiplicativa

Estratégias	Item “c” da primeira situação (estudantes)	Item “b” da segunda situação (estudantes)	Item “b” da terceira situação (estudantes)	Item “c” da terceira situação (estudantes)	Item “b” da quarta situação (estudantes)	Total (140)
<i>Somente resposta</i>	2 (E13 e E14)	0	0	3 (E16 e E19)	1 (E5)	6/140
<i>Operação multiplicativa</i>	9 (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8 e E15)	12 (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12 e E23)	12 (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E11, E12, E19, E20 e E21)	11 (E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E14, E20, E21 e E23)	5 (E1, E2, E3, E9 e E14)	49/160
<i>Operação aditiva</i>	4 (E9, E10, E11 e E12)	7 (E10, E13, E14, E17, E18, E20 e E21)	4 (E10, E17, E13 e E14)	2 (E10 e E13)	7 (E6, E7, E8, E13, E16, E17 e E23)	24/160
<i>Relação funcional</i>	0	0	0	2 (E11 e E12)	2 (E12 e E19)	4/140
<i>Representação pictórica</i>	7 (E16, E17, E18, E19, E20, E21 e E22)	3 (E15, E19 e E22)	1 (E22)	0	3 (E4, E15 e E22)	14/140
<i>Não pertinente</i>	6 (E23, E24, E25, E26, E27 e E28)	6 (E16, E24, E25, E26, E27 e E28)	11 (E7, E9, E15, E16, E18, E23, E24, E25, E26, E27 e E28)	10 (E4, E9, E14, E17, E18, E22, E24, E25, E26, E28)	10 (E10, E11, E18, E20, E21, E24, E25, E26, E27 e E28)	43/140

Fonte: Dados da pesquisa.

A variedade de estratégias utilizadas pelos estudantes demonstrou diferentes níveis de compreensão e abordagens para resolver as situações propostas. Os estudantes E1, E2 e E3, por exemplo, resolveram de modo pertinente todas as situações que envolviam o algoritmo da multiplicação por meio da estratégia *Operação multiplicativa*. Por outro lado, o estudante E22 solucionou as situações por meio da *Representação Pictórica*, enquanto o estudante E10

resolveu por meio da *Operação aditiva*. Ainda, tiveram estudantes, assim como foi o caso do E9, que mobilizaram diferentes estratégias, a depender da situação.

A pesquisa constatou que as situações que contêm a mesma estrutura relacional ( $A \times B = C$ ) pode ser contextualizada pelos estudantes como tendo uma estrutura diferente. Isso significa que nem um conceito isolado, nem uma situação sozinha possibilita a aquisição de um saber (MAGINA *et al.*, 2008). Assim, compartilha-se dos estudos de Vergnaud (1996a), nos quais o domínio do conhecimento requer tempo e acontece por meio da experiência e da aprendizagem. Desse modo, é necessário que o professor trabalhe diferentes situações em sala de aula, pois essa diversidade contribuirá para que o estudante compreenda e desenvolva os significados dos conceitos matemáticos (VERGNAUD, 2009a).

Somente nas situações 3 e 4 que foi realizada a estratégia classificada como *Relação funcional*. O estudante E12 utilizou essa estratégia em ambas as situações. Já o estudante E11 fez uso na terceira situação, enquanto o estudante E19 utilizou na quarta situação. Esse tipo de estratégia pode ter ocorrido somente nas duas situações, pois os numerais das grandezas envolvidas são maiores e as relações entre elas eram mais complexas para esses estudantes. Isso sugere que eles foram seletivos na escolha da estratégia com base na complexidade das situações.

Foi observado que, nas situações 1 e 2, em que há tabelas e os estudantes tiveram a possibilidade de solucioná-las por meio da representação pictórica, houve uma contribuição para que eles tivessem mais sucesso em preenchê-las adequadamente e solucionar os itens subsequentes. Essas duas situações foram as que menos apresentaram a estratégia “*Não pertinente*”. A utilização de desenhos como uma representação pictórica das grandezas envolvidas permitiu que os estudantes compreendessem de forma visual os valores das grandezas e as alterações que foram ocorrendo, ou seja, que, ao alterar uma grandeza, a outra é proporcionalmente alterada. Desse modo, a utilização de representações pictóricas, como desenhos, mostrou-se uma estratégia eficaz para apoiar os estudantes na compreensão e na resolução da situação.

Além disso, foi constatado que as situações que permitem o uso de representações pictóricas podem ser uma abordagem efetiva, principalmente quando existe o interesse na mobilização das ideias-base de Função e da ideia de correspondência nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Isso, uma vez que essa estratégia permitiu que a maioria dos estudantes visualizasse a representação da quantidade das grandezas envolvidas e as alterações, facilitando a compreensão das situações propostas.

A presença ou a ausência de uma tabela teve influência nas abordagens adotadas pelos estudantes. A falta de uma tabela na situação 4 parece ter impactado as estratégias utilizadas, levando a uma menor utilização da operação multiplicativa pelos estudantes desta pesquisa. A observação de que os estudantes utilizaram com menor frequência a operação multiplicativa e abriram mão de outros tipos de estratégias, como a operação aditiva, pode estar relacionada à forma como a situação é apresentada. Desse modo, é possível que os estudantes tenham se sentido mais desafiados pela falta de uma estrutura visual ou pela necessidade de estabelecer relações sem o apoio de uma tabela. Essas observações ressaltam a importância de proporcionar uma variedade de representações e abordagens, a fim de tornar o aprendizado matemático mais acessível e significativo para os estudantes.

Na situação 3, uma das dificuldades encontradas foi devido à natureza complexa da medição do tempo. O conceito de tempo é abstrato e não facilmente observável, especialmente para crianças entre sete e oito anos. Isso já tinha sido previsto na elaboração da situação. Todavia, alguns estudantes justificaram a relação entre a quantidade de horas e a quantidade de peixes com base em ideias concretas. Isso ocorreu, pois, apesar de ser uma situação fictícia, verificou-se que o contexto da situação pode ter gerado incompreensões. Os estudantes podem ter dificuldades em lidar com situações fictícias que parecem representar a realidade, especialmente quando se trata de variáveis que não podem ser controladas com precisão no mundo real. No caso da quantidade de peixes pescados por hora, a variação é influenciada por diversos fatores, como localização, método de pesca, época do ano, entre outros. Essa observação só foi possível por meio das análises das falas das crianças.

No entanto, assim como é destacado por Vergnaud (1993), o conceito necessita de um período de tempo para ser internalizado pelo aluno, à medida que ele vivencia diversas situações. Desse modo, o autor resalta a importância de proporcionar aos estudantes uma variedade de situações que os desafiem a pensar e a construir o entendimento de um conceito. As principais dificuldades dos estudantes recaíram na compreensão do enunciado, atenção relacionada à contagem e na falta de compreensão do algoritmo da adição e multiplicação.

As análises mostraram que as ideias-base de Função – variável, dependência, regularidade e generalização – e as ideias de correspondência e proporcionalidade tiveram indicativos de mobilização nos diálogos e nos protocolos escritos dos estudantes. A variedade de estratégias utilizadas pelos colaboradores desta pesquisa demonstrou diferentes abordagens para resolver a situação proposta e refletiu o nível de compreensão que cada um possui em

relação às ideias de Função. As ideias menos mobilizadas pelos colaboradores desta pesquisa foram as ideias de dependência, generalização e proporcionalidade.

A ideia de dependência, como já mencionado por Campitelli e Campitelli (2006), não é simples de ser construída. Assim, é necessário que ela seja desenvolvida ao longo dos anos escolares, visto que a construção da ideia de dependência é um processo contínuo e gradual. Nos Anos Iniciais, o professor pode auxiliar o estudante no desenvolvimento dessa ideia por meio de questionamentos. Os professores podem fazer perguntas que levem os alunos a pensar em como uma variável depende da outra. Por exemplo: "como a quantidade de figurinhas depende da quantidade pacotes?" ou "o que acontece com a quantidade de figurinhas quando você tem mais quantidade de pacotes?". As representações visuais também podem ajudar os alunos a entender a dependência. Um exemplo é criar um gráfico que mostre como a quantidade de figurinhas muda à medida que a quantidade de pacotes aumenta.

Embora, no instrumento de pesquisa, não tenha sido elaborado um item específico para mobilizar a generalização, foi explorada a possibilidade de identificar indícios dessa ideia por meio da fala natural dos estudantes durante as entrevistas. Alguns estudantes, por meio das entrevistas, indicaram a mobilização da ideia de generalização, como os casos dos estudantes E1, E3, E5, E8 e E13. Durante a entrevista, para responder à pergunta que envolvia a ideia-base de generalização, alguns estudantes precisaram recorrer a exemplos, enquanto outros não precisaram se apoiar em exemplos. Desse modo, essa pesquisa conclui que a generalização pode ocorrer desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio da linguagem natural – que já exige capacidade de abstração – e progressivamente, no decorrer da escolaridade, por meio da experiência e de diversas situações, os estudantes, podem utilizar uma representação mais formal, aplicando diferentes símbolos matemáticos.

A proporcionalidade e a multiplicação estão intrinsecamente relacionadas. Na proporcionalidade direta, o aumento de uma variável é acompanhado por um aumento proporcional na outra. Essa relação é frequentemente expressa por intermédio da multiplicação. Desse modo, as primeiras noções de proporção deveriam aparecer junto com os conceitos de multiplicação. Isso permite que os alunos associem a ideia de proporção à multiplicação e compreendam a relação intrínseca entre esses conceitos desde cedo.

Verificou-se que os estudantes E24, E25, E26 E27 e E28 não conseguiram solucionar todas as situações de forma pertinente e eles não mobilizaram as ideias-base de Função e as ideias de correspondência e proporcionalidade. Assim, constatou-se a importância de os alunos desenvolverem as ideias de Função desde os Anos Iniciais e que o desenvolvimento dessas

ideias pode auxiliar os estudantes a compreenderem melhor a situação e encontrar a resposta esperada. Para isso, é preciso apresentar situações do cotidiano que envolvem a noção de Funções, de forma que os estudantes possam relacionar esses conceitos ao mundo que os rodeia. Também é preciso utilizar materiais concretos e atividades práticas que permitam aos alunos explorar relações funcionais de maneira tangível, desafiar os estudantes com situações que requerem a aplicação das ideias de Função e incentivar a discussão e a exploração de diferentes soluções. Além disso, é possível apresentar gráficos e tabelas básicas para ilustrar relações funcionais de maneira visual, entre outras práticas.

Ao longo dos anos escolares, os estudantes têm a oportunidade de expandir a compreensão das ideias de Função por meio da exploração de diferentes representações e contextos. Essa progressão gradual permite que eles desenvolvam um entendimento mais profundo e abrangente do conceito de Função, culminando com a formalização dessa ideia no final do Ensino Fundamental, assim como previsto em Brasil (2018). Desse modo, conforme mostram os dados dessa pesquisa, no início, os estudantes podem ser introduzidos às ideias-base de Função e as de correspondência e proporcionalidade por meio de representações pictóricas e por tabela. Ao explorar essas representações, os estudantes podem compreender primeiramente a correspondência entre as grandezas e compreender outras ideias de Função. Isso permite que eles percebam as mudanças nas quantidades e desenvolvam uma compreensão inicial das ideias de Função.

Assim, constatou-se a importância de o professor desenvolver em sala de aula ações didáticas com situações voltadas para as ideias de Função, no intuito de que eles possam identificar, na situação proposta, o que está ocorrendo com os dados que estão colocando em correspondência, quais variáveis estão presentes e quais delas são dependentes e independentes para, então, por meio da identificação da regularidade, da abstração e tomada de consciência de suas ações, os estudantes possam generalizar.

Ainda, constatou-se que estudantes do 2º ano são capazes de solucionar uma situação mista, cujo enunciado seja apresentado de forma gradativa, possibilitando que os estudantes se apoiem na resposta da estrutura multiplicativa para solucionar a estrutura aditiva. Cada estudante realizou 4 situações mistas. Portanto, o grupo de 28 estudantes do 2º ano realizou 112 situações mistas. Na primeira coluna do quadro 38, está o número da situação e o item; na segunda, terceira, quarta, quinta, sexta e sétima colunas, está a classificação da resolução dos estudantes diante das situações mistas.

**Quadro 38** – Síntese da quantidade de estudantes nas situações mistas

Situação e item	Considerou e acertou	Considerou e errou	Considerou a resposta equivocada e errou	Não considerou	Em branco	Excluída
Situação 1 item “d”	19/28	1/28	0/28	4/28	3/28	1/28
Situação 2 item “c”	15/28	1/28	1/28	5/28	3/28	3/28
Situação 3 item “d”	11/28	4/28	5/28	5/28	2/28	1/28
Situação 4 item “c”	10/28	5/28	4/28	8/28	0/28	1/28
<b>Total (112)</b>	55/112	11/112	10/112	22/112	8/112	6/112

Fonte: Dados da pesquisa.

É possível inferir que a situação cujo enunciado seja apresentado de forma gradativa, ou seja, de forma progressiva, em que há o aumento do grau de complexidade, pode incentivar os estudantes a considerarem a resposta anterior e, com isso, possibilitar a relação entre a estrutura multiplicativa e a estrutura aditiva. Ao apresentar informações de forma progressiva, os estudantes têm a oportunidade de desenvolver o conhecimento gradualmente, o que pode ser especialmente benéfico em situações matemáticas que envolvem operações de estruturas diferentes.

Nota-se que, mesmo que alguns estudantes não tenham conseguido solucionar a situação de modo adequado, ao considerarem os resultados anteriores não pertinentes, eles também podem ter estabelecido a relação entre a estrutura multiplicativa e aditiva. Isso indica que, mesmo que tenha ocorrido algum equívoco na resolução do estudante, ele tentou solucionar a situação mista e, infere-se que ele buscou realizar conexões entre as operações.

Em síntese, a análise dos resultados das situações revelou que os estudantes empregaram diferentes estratégias para compreender e solucionar situações relacionadas as grandezas. Essas situações são pertencentes às classes Proporção Simples - Multiplicação um para muitos e Transformação de medidas. Referente à situação mista, os itens que abrangem a estrutura multiplicativa possibilitaram aos estudantes a mobilização das ideias de Função, já os que englobam a classificação da estrutura aditiva, a possível relação entre as duas estruturas. Em outras palavras, os estudantes utilizam a resolução encontrada no item anterior que envolve o algoritmo da multiplicação para fazer tanto a adição quanto a subtração do último item de cada situação.

Os resultados desta pesquisa podem contribuir para pesquisas futuras, especialmente no campo da Educação Matemática. Essas pesquisas têm potencial para investigar a eficácia de

diferentes estratégias de ensino e intervenções, como sequências didáticas, além de explorar o impacto das representações visuais, como desenhos e tabelas, no desenvolvimento do raciocínio funcional dos estudantes. Além disso, é essencial que as futuras pesquisas ampliem a diversidade de situações mistas relacionadas às ideias de Função, considerando outras classificações e abrangendo diversos contextos matemáticos. Dessa forma, será possível promover uma educação matemática ainda mais significativa, que possibilite aos estudantes vivenciar diferentes situações que envolvem a noção de Função.

## REFERÊNCIAS

- ABRANTES, P., PONTE, J., FONSECA, H; BRUNHEIRA, L. (1999). Introdução. In P. ABRANTES, J. PONTE, H. FONSECA, e L. BRUNHEIRA (Orgs.). **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. 1999, p. 1-12. Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática.
- ABREU, K. B. de. **O movimento da Matemática Moderna: Repercussão na abordagem no Brasil do conceito de função nos livros didáticos das décadas de 1950 a 1970**. 2011. 57f. (Licenciatura em Matemática) - Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa – UFPB, 2011.
- ALMOULOUD, S. Ag. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **REVEMAT**, Florianópolis, v.11, n. 2, p. 109- 141, 2016.
- ARAÚJO, W. R. de. **Conhecimento especializado do professor de matemática sobre função no contexto de uma experiência prévia de lesson study**. 2018, 130 f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.
- BECK, V. C. **Os problemas aditivos e o pensamento algébrico no ciclo da alfabetização**. 2015. 74f. Mestrado em Educação. Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande do Sul, 2015.
- BECK, V. C. **Invariantes Operatórios do Campo Conceitual Algébrico Mobilizados por Crianças do Terceiro Ano do Ensino Fundamental**. Tese (Doutorado). 2018, 133 f. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande, 2018.
- BECK, V; SILVA, J. Invariantes Operatórios de RecursividadeAlgébrica Presentes nas Estratégias de Estudantes Do 3º Ano Do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Em REVISTA** n. 21 -v.1, p. 6, Pelotas, 2020.
- BERGERON, J; HERSCOVICS, N. La Formation des enseignants à l'analyse conceptuelle en didactique de la mathématique, **Revue des sciences de l'éducation**, vol. VIII, no 2, 1982, p. 293-311.
- BERNARDINO, F.; GARCIA, W. F. D. G.; REZENDE, V. Ideias base do conceito de função mobilizadas por estudantes do Ensino Fundamental e Ensino Médio. **ACTIO**, Curitiba, v. 4, n. 2, p. 127-147, mai./ago. 2019.
- BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: TELES, R.; MONTEIRO, C.; BORBA, Rute. (Org.) **Investigações em Didática da Matemática**. Recife: UFPE, 2017. p.100-131.

BLANTON, M. L. **Algebra in elementary classrooms: Transforming thinking, transforming practice.** 2008. Portsmouth, NH: Heinemann.

BLANTON, M.; KAPUT, J. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BLANTON, M. L., & KAPUT, J. J. Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In J. Cai & E. J. Knuth (Eds.), **Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives.** 2011, p. 5–23. New York, NY: Springer.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994. cap. 1 e 2, p. 48-52.

BOYER, C. P. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomides. São Paulo: Edgar Blucher, 1999.

BRAGA, C. **O processo inicial de disciplinarização de função na matemática no ensino secundário brasileiro.** 2003, 177f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

BRAGA, C. **Função: a alma do ensino da Matemática.** São Paulo: Anablume, 2006, 172 p.

BRASIL. **Decreto-Lei n. 4.244**, de 9 de abril de 1942. Lei Orgânica do Ensino Secundário. Disponível em: < <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-4244-9-abril-1942-414155-publicacaooriginal-69250-pe.html>>. Acesso em 07 jul. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** Brasília, DF, 1997.

BRASIL. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental.** Brasília: Secretaria de Educação Básica Diretoria de Currículos e Educação Integral (DICEI). Coordenação Geral do Ensino Fundamental (COEF), 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Ensino Fundamental.** Brasília, DF, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep). **Indicadores educacionais compostos por: Taxa de Aprovação, SAEB e IDEB por município e rede de ensino - 2021.** Brasília, DF: MEC/Inep, 2021.

BÚRIGO, E. Z. **Matemática Moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60. Teoria & Educação,** Porto Alegre, v. 2, p. 255- 265, 1990.

CALADO, T. V. **Invariantes Operatórios Relacionados à Generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim.** 2020, 193f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e

Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

CALADO, T. V.; NOGUEIRA, C. M. I., REZENDE, V. Função afim na Educação Básica: estratégias e ideias base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. **Alexandria**. v. 13, n. 2, p. 25-50, novembro, 2020.

CAMPITELI, H. C.; CAMPITELI, V. C. **Funções**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. In: **Quadrante**, v. XXI, n. 2. Portugal, 2007.

CAPES. **Catálogo de teses e dissertações**. 2022. Disponível em:

<[http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/>](http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/). Acesso em 16 de ago. 2022.

CARAÇA, B. J. de. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa, 1951.

CARVALHO, J. B. P. de *et al.* Euclides Roxo e o movimento de reforma do ensino de matemática na década de 30. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 81, n. 199, p. 415-424, 2000.

CARRAHER, D. W; SCHLIEMANN, A.D. Powerful ideas in elementary school mathematics. In ENGLISH L. D.; KIRSHNER, D (Eds.), **Handbook of international research in mathematics education**. 2016 (3rd ed, p.191-218). New York: Taylor & Francis.

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Cultivating Early Algebraic Thinking. In: Kieran, C. (eds) **Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds**. ICME-13 Monographs. Springer, 2018. Disponível em: <[https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-68351-5\\_5#citeas](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-68351-5_5#citeas)>. Acesso em 05 set. 2022.

CASTRO, J. B. de. **Construção do conceito de covariação por estudantes do ensino fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. 273 f. Tese (Doutorado) – Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

CASTRO, K. O. Ideias básicas de função no 9º ano do ensino fundamental: uma sequência de atividades com o auxílio do software Winplot. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 49-66, 2011.

CERON, C. G. da S. **O pensamento funcional nos anos iniciais em aulas de matemática na perspectiva do ensino híbrido**. 2019, 219 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

CHEVALLARD, Yves. Quel est l'âge du capitaine? **Bulletin de l'APMEP**, n° 323, 1980, p. 235-243.

CORREA, Jane; SPINILLO, Alina Galvão. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: SBEM, p. 103-127, 2004

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, v.24, n.38, p.97-126, abr. 2011.

D'AMBROSIO, U. Apresentação. In: CAMPITELI, H. C.; CAMPITELI, V. C. **Funções**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006, p. 7-10.

DASSIE, B.A. **A Matemática do Curso Secundário na Reforma Gustavo Capanema**. 2001. 170f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

DEZILIO, K. **Ideias de função e problemas mistos**: um estudo com alunos do 5º ano do ensino fundamental. 2022. 196f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, Campo Mourão, 2022.

ESCOLA ESTADUAL LEÔNIDAS DE MATOS. **Projeto Político Pedagógico – PPP**. Santo Antônio de Leverger, 2022.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5ª ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FERNANDES, G. P.; MENEZES, J. E. O movimento da educação matemática no Brasil: cinco décadas de existência. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO. **Anais...** 2004. Disponível em: <<http://sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe2/pdfs/Tema2/0204.pdf>>. Acesso em: 18 fev. 2022.

FERNANDES, R. K. **Manifestação de pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do Ensino Fundamental I**. 2014. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

FREIRE, R. S. **Objetos de Aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino fundamental**. 2007. 132 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará: UFC, 2007

FREITAS, S. B. L. de. A criança ativa na construção do número no SND. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Salto para o futuro. **Sistema de numeração decimal no ciclo de alfabetização**. Brasília, DF, 2014. p. 14-21.

GITIRANA, V. et al. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

GOMES, M. L. M. **História do ensino da Matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: CAED/UFMG, 2012.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Cidades e Estados**. 2021. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/mt/santo-antonio-do-leverger.html>>. Acesso em 12 set. 2022.

KAPUT, J. James. **What is algebra? What is algebraic reasoning?**In: KAPUT, J. James; CARRAHER, David William; BLANTON, Maria L. (Org.). *Algebra in the early grades*. New York: Routledge, 2008, p. 5-18.

KAPUT, J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. Carraher; M. Blanton (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. 2018, p. 5–17. New York: Lawrence Erlbaum Associates.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio**. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. 250 p. v. 1

LIMA, E. L. et al. **A matemática do Ensino Médio**. Volume 1. 10 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. p. 271.

LESH, Richael; POST, Thomas.; BEHR, Merling. Proportional reasoning. In: J. Hiebert & M. Behr (Eds.). **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston: VA Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 93-118. Tradução de Ana Isabel Silvestre, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes e Revisão da tradução, Fátima Álvares, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes.

MACIEL, P. R. C.; CARDOSO, T. F. L. A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1348-1367, dez. 2014.

MAGINA, S. A Teoria dos campos conceituais: contribuições da psicologia para a prática docente. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 18, 2005, Campinas. **Anais...** Campinas: Unicamp, 2005. Disponível em: <[https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf\\_01.pdf](https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf)>. Acesso em: 07 jul. 2023.

MAGINA, S. *et al.* **Repensando Adição e Subtração**: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2008.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. L. **O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas**. *Ciência e Educação*, São Paulo, UNESP, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa a luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem In: Castro Filho et al. (org.). **Matemática, Cultura e Tecnologia**: perspectivas internacionais. Curitiba: CRV, 2016, p. 66-82.

MAGINA, S. M.; PORTO, R. S. de O. É possível se ter raciocínio funcional no nível dos anos iniciais? Uma investigação com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **VII Seminário internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil, 2018.

MAGINA, S. M. P.; LAUTERT, Sintria Labres; SANTOS, Ernani Martins dos. Estratégias Exitosas de Alunos dos Anos Iniciais em Situações de Proporção. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 45, n. 4, 2020.

MAIA, D. **Função Quadrática**: um estudo didático de uma abordagem computacional. 141 f. Dissertação (Mestrado) em Educação Matemática. 2007. São Paulo: Pontífca Universidade Católica - PUC.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados**. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5º ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MASSON, J. Expressing generality and roots of algebra. In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Eds.). **Approaches to algebra**: perspectives for research and teaching. Dordrecht:Kluwer Academic, 1996.

MAXI. **Ensino Fundamental 1**: 2º ano: caderno 1 ao 4: professor/obra coletiva, coord. Thamirys Genova da Silva – 1 ed. – São Paulo: Maxiprint Editora, 2019.

MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Pioneira Thompson Learning Ltda, 2001.

MERLI, R. F. **Do Pensamento Funcional ao Campo Conceitual de Função**: o desenvolvimento de um conceito. 2022. 216f. Tese (Doutorado) Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2022.

MERLINI, V.; TEIXEIRA, A. C. N. As estratégias de resolução dos estudantes do 1º ano em situações de proporção simples. **Com a Palavra o Professor**, v. 3, n. 7, p. 73-89, 2018.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIRANDA, C. A. **Situações-problema que envolve o conceito de função afim**: uma análise à luz da teoria dos Campos Conceituais. 2019. 160f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação Matemática/Mestrado PPGECM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE – Campus de Cascavel, 2019.

MORALES, C. et al. **Uma história da educação matemática no Brasil através dos livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental**. 2004. 169 f. Monografia (Especialização em Metodologia do Ensino- Aprendizagem da Matemática no Processo Educativo) - Faculdade de Educação São Luís, Jaboicabal, 2003.

MUNIZ, C. A. O conceito de “esquema” para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A.

(Org.). **A aprendizagem da matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009. p. 37-52.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. 2000. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: Author.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM) (2007). **Princípios e normas para a matemática escolar** (M. Melo, Trad). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

NOGUEIRA, C. M. I. Introdução à educação matemática. In: ANDRADE, D.; NOGUEIRA, C. M. I. (Org.). **Educação matemática e as operações fundamentais**. Maringá: EDUEM, 2005. p. 11-40.

NOGUEIRA, C. M. I. Construindo o conceito de Funções. In: RAMOS, A. da S; REJANI, F. C. (org). **Teoria e práticas de Funções**. Maringá: Centro Universitário de Maringá. Núcleo de Educação a Distância, 2014, p. 10 - 59.

NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V. Investigando o campo conceitual das funções: primeiros resultados. **ReBECCEM**, Cascavel, v. 2, n. 3, p. 411-431, dez. 2018.

NUNES, T. É hora de ensinar proporção. **Revista Nova Escola**, São Paulo, n. 161, abr. 2003.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. *et al.* **Educação e Matemática: Números e operações numéricas**. 2009, 2º ed. - São Paulo: Cortez.

OLIVEIRA, A. S. de. **A abordagem do conceito de função em livros didáticos ginasiais: uma análise em tempos modernos (décadas de 1960 a 1970)**. 2009. 235 f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, 2009.

PAVAN, L. R. **A mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental em situações-problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas**. 2010. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

PIAGET, J. **Investigaciones Sobre La Generalización**: estudios de epistemología y psicología genéticas. Tlhuapan: Editora Premià, 1984.

PIRES, R. F. **Função**: concepções de professores e estudantes dos ensinos médios e superior. 2014. 413f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP, São Paulo, 2014.

PIRES, R. F. O conceito de função: uma análise histórico epistemológica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12. 2016. **Anais...** Curitiba, PR: SBEM, 2016, p. 1-12.

ISSN: 2178-034X. Disponível em:

<[http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6006\\_2426\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6006_2426_ID.pdf)>. Acesso em: 7 jul. 2023.

PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de matemática. **Educação e Matemática**, 1990, p. 3-9.

PONTE, J. P. *et al.* A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PORTO, R; MAGINA, S; FERRER, I. G. Dois lados de uma mesma vertente algébrica: raciocínios proporcional e funcional por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental. CEDU – **Revista Cenas Educacionais**, V. 2, N. 1, p. 143-168, Caetité, 2019.

RÊGO, R. G. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese de Doutorado. UFRN, Natal, 2000.

REZENDE, V.; NOGUEIRA, C. M. I.; CALADO, T. V. Função afim na Educação 144 Volume 14 Número 1 – Jan-Jul./2022 [www.marilia.unesp.br/scheme](http://www.marilia.unesp.br/scheme) ISSN: 1984-1655 Básica: estratégias e ideias base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. v. 13, n. 2, p. 25-50, nov. 2020.

RODRIGUES, C. L. H. **Invariantes operatórios associados ao conceito de função mobilizados por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2021. 178f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.

RODRIGUES, C. L. H.; REZENDE, V. Problemas mistos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: contribuições da teoria dos campos conceituais. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 15, Londrina, 2019. **Anais ... Londrina**, 2019

RODRIGUES, C. L. H.; REZENDE, V. Problemas mistos em livros didáticos: uma classificação com base na teoria dos campos conceituais. **Amazônia**, revista de Educação em Ciências e Matemática, v. 17, n. 39, 2021, p. 271-287.

RORATTO, C. **A história da matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. 2009, 199f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. Universidade Estadual de Maringá, 2009.

SANTANA, E. SND: conceitos matemáticos articulados com atividades pedagógicas. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Salto para o futuro. **Sistema de numeração decimal no ciclo de alfabetização**. Brasília, DF, 2014. p. 49-54.

SANTANA, E. R. dos S. *et al.* **Ensinando multiplicação e divisão no 4º e 5º ano**. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2017.

SANTOS, M. R; BELLEMAIN, P. M. B. A Área do Paralelogramo no Livro Didático de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, nº 23, ano 13, Recife, 2007.

SCHLIEMANN, A.D *et al.* EQUATIONS IN ELEMENTARY SCHOOL. 2013. In Lindmeier, A. M. & Heinze, A. (Eds.). **Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Vol. 4. Kiel, Germany: PME. Disponível em: <<https://as.tufts.edu/education/earlyalgebra/publications/2013/equationsElementary.pdf>>. Acesso em 20 jun. 2022.

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DE MATO GROSSO (SEDUC-MT). 2021. **Governo firma contrato com a FGV e implementa método de ensino inovador na rede estadual**. [on-line]. Disponível em: <[www3.seduc.mt.gov.br/-/18586235-governo-firma-contrato-com-a-fgv-e-implementa-metodo-de-ensino-inovador-na-rede-estadual](http://www3.seduc.mt.gov.br/-/18586235-governo-firma-contrato-com-a-fgv-e-implementa-metodo-de-ensino-inovador-na-rede-estadual)>. Acesso em 23 fev. 2022.

SEVILLA, Y. O.; HORMAZA. M. O. ¿Por qué 7345 se lee como "setenta y tres cuarenta y cinco"? **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 9, n. 3, p. 407-433, 2006.

SILVA, J. A. *et al.* Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização frente à situações-problema que envolvem multiplicação e divisão. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.17, n.4, pp.740-766, 2015

SILVA, L. Del C. P. da. **As formas operatória e predicativa do conhecimento manifestadas por alunos do 5º ano mediante problemas de estrutura multiplicativa: uma investigação das ideias-base de função**. 2021, 555f. Tese (Doutorado) - Educação Matemática/Mestrado PPGECEM da Universidade Estadual do Oeste do Paraná -UNIOESTE – Campus de Cascavel, 2021.

SILVA, S. D. da. **O processo de generalização de função afim na perspectiva de Jean Piaget**. 2021, 127f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR, Campo Mourão, 2021

SMITH, E. Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In: In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 133-163.

SOARES, F. dos S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. da. Ensino de matemática no século XX: da Reforma Francisco Campos à matemática moderna. **Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, 2004.

SOUZA, G. M de. **Felix Klein e Euclides Roxo: debates sobre o ensino da matemática no começo do século XX**. 2010, 72f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas – Unicamp – Campinas, 2010.

SOUZA, M. M. L. de A. **A Early Algebra na concepção de professoras da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental: antes e depois de uma formação continuada**. 2021. 138 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2021.

- TEIXEIRA, A. C. N. **A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental**: uma proposta de intervenção. 2016. 149 f. Dissertação (Mestrado) – Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.
- TEIXEIRA, A. C. N.; MAGINA, S.; MERLINI, V. Introdução do raciocínio funcional para estudantes do 5º ano do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016, p. 1-10.
- TRINDADE, J. A. de O. **Os obstáculos epistemológicos e a Educação Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFSC, Florianópolis, 1996. 164f.
- TRINDADE, J. A. O.; MORETTI, M. T. Uma relação entre a teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de funções: a mediação. **Revista Zetétiké**, CEPEM-FE/UNICAMP, n.13/14, p.29-50, jan/dez. 2000.
- TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de Função**. IM–UFRJ. Projeto Fundação–SPEC/PADCT/CAPES. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, 2002.
- VALE, I.; BARBOSA, A. Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.21, n.3, pp. 398-418, 2019.
- VARGAS, F. L. S.; KAJIHARA, O. T. **Elaboração de problemas aditivos por alunos do Curso de Pedagogia**. Relatório final de pesquisa de iniciação científica. Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.
- VARGAS, F. L. S.; KAJIHARA, O. T. **Estratégias utilizadas por alunos respiradores orais e seus colegas de classes na resolução de problemas aditivos** Relatório final de pesquisa de iniciação científica. Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.
- VÁZQUEZ, P. S.; REY, G.; BOUBÉE, C. El concepto de función a través de la Historia. **Revista Ibero americana de Educação Matemática**. V.4, n.6, p.141-151, dez. 2008.
- VERGNAUD, G. Multiplicative Structure. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. Academic Press Inc, 1983, p. 127- 174.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Récherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, França, v.10, n.23, p.133-170, 1990.
- VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. Palestra proferida no I Seminário Internacional de Educação Matemática, Porto Alegre, 1993.
- VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996a.
- VERGNAUD, G. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**. Seminário Campos Conceituais na construção do conhecimento, Porto Alegre: GEEMPA, 1996b.

VERGNAUD, G. **A Criança, a matemática e a Realidade**. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009a.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009b. p. 13-35.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, n. especial 1/2011, p. 15-27, 2011.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Tradução: Maria Lucia Faria Moro. ed. revisada. Curitiba: Ed. UFPR, 2014.

VERGNAUD, G. Quais questões a teoria dos campos conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista/ online**, v. 9, n.1, 2019, p. 5 – 28.

VIEIRA, F. dos S. **O raciocínio funcional na educação infantil**: um estudo exploratório. 2002, 128 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2022.

VIEIRA, F. dos S.; MAGINA, S. M. P. A Early Algebra no currículo da educação infantil: uma análise dos documentos nacionais e internacionais. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 81–98, 2021.

WERNECK, A. P. T. **Euclides Roxo e a reforma Francisco Campos**: a gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro. 2003. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

ZANELLA, M. S.; REZENDE, V. Ideias-base de função a partir de situações multiplicativas em livros didáticos dos anos iniciais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 11, p. 152-177, 2022.

## APÊNDICES

## APÊNDICE I – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ**

Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Recredenciamento pelo Decreto nº 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42

**COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR**



1. O termo de assentimento não elimina a necessidade de fazer o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor de 18 anos ou legalmente incapaz.
2. Incluir que a pesquisa atende e respeita os direitos previstos no Estatuto da Criança e do Adolescente - ECA, Lei Federal nº 8069 de 13 de julho de 1990, sendo eles: à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao esporte, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária.
3. Garantia que será atendido o Artigo 18 do ECA: “É dever de todos velar pela dignidade da criança e do adolescente, pondo-os a salvo de qualquer tratamento desumano, violento, aterrorizante, vexatório ou constrangedor
4. Deve ser construído seguindo os mesmos itens do TCLE.

### TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(Crianças de 07 a 12 anos)

O documento deve ser elaborado conforme a faixa etária da criança ou adolescente, levando em consideração os diferentes níveis de compreensão e maturidade neuropsíquica e emocional.

Nós, Veridiana Rezende (pesquisadora principal) e Fabiane Larissa da Silva Vargas (pesquisadora acadêmica) convidamos você a participar do estudo “IDEIAS-BASE DO CONCEITO DE FUNÇÃO MOBILIZADAS POR ESTUDANTES DO 2º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL”.

Por que estamos propondo este estudo? Por que pretendemos analisar conhecimentos de Função mobilizados por estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de situações-problema de estruturas multiplicativas do tipo multiplicação um para muitos e partição.

#### O que significa assentimento

Assentimento é um termo que nós, pesquisadores, utilizamos quando convidamos uma pessoa da sua idade (criança) para participar de um estudo. Depois de compreender do que se trata o estudo e se concordar em participar dele você pode assinar este documento.

Nós te asseguramos que você terá todos os seus direitos respeitados e receberá todas as informações sobre o estudo, por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado Termo de Assentimento Livre e Esclarecido contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável (pela pesquisa/atendimento ou à equipe do estudo) para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ

Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Recredenciamento pelo Decreto n.º 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42

### COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR



Por que estamos querendo fazer este estudo?

Por que queremos analisar conhecimentos de Função mobilizados por estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de situações-problema de estruturas multiplicativas do tipo multiplicação um para muitos e partição.

A pesquisa será feita na Escola Estadual Leônidas de Matos, Localizada no município de Santo Antônio de Leverger, no estado de Mato Grosso, no segundo semestre de 2022, no horário de aula, na qual as crianças resolverão problemas multiplicativos do tipo multiplicação um para muitos e partição envolvendo ideias-base de Função. Para isso, serão usadas atividades impressas e gravadores de áudio. O uso das atividades impressas e dos gravadores de áudio são considerados seguros, mas é possível ocorrer desconfortos ou timidez e sentimento de insegurança se o sujeito da pesquisa não conseguir se adaptar com as atividades proposta. Salientamos que em qualquer momento o aluno(a) poderá solicitar o encerramento dos registros e cancelar a sua participação na pesquisa, se sentir desconfortável. Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelos telefones (44) 999694445 (pesquisadora responsável) Veridiana Rezende ou (65) 992241448 (pesquisadora acadêmica) Fabiane Larissa da Silva Vargas.

Mas existem coisas boas que podem ocorrer, pois acreditamos que esta pesquisa poderá auxiliar os professores a repensarem na forma como são apresentados os problemas para os alunos, além de contribuir para o conhecimento de diferentes problemas e ajudar a conhecer alguns dos conhecimentos implícitos apresentados pelos alunos. Além disso, esperamos que esta pesquisa proporcione aprendizagens para vocês a respeito de problemas multiplicativos e ideias-base de função. Também esperamos que os resultados desta pesquisa sirvam de respaldo para pesquisa futuras no campo da Educação Matemática.

Se você ou os responsáveis por você tiverem dúvidas com relação ao estudo ou aos riscos relacionados a ele, você deve contatar o pesquisador principal ou membro de sua equipe sendo a Dra. Veridiana Rezende (pesquisadora responsável) E-mail: rezendeveridiana@gmail.com, telefone: (44) 999694445 e Fabiane Larissa da Silva Vargas (pesquisadora acadêmica) E-mail: fabianelsvargas@gmail.com, telefone: (65) 992241448 ou no seguinte endereço: Avenida Rio Grande do Norte, 1525. CEP: 87701-020 – Centro – Paranavaí/PR. Telefone: (44) 35823200

Participante da Pesquisa 1 \_\_\_\_\_

Pesquisador Responsável ou quem aplicou o TALE: \_\_\_\_\_

Orientadora: *Veridiana Rezende*

Obs.: Estes espaços para rubricas são destinados às primeiras páginas do TALE – não sendo necessário na última página, pois já contém linha de assinatura.

Se você tiver dúvidas sobre seus direitos como participante de pesquisa, você pode contatar também o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UNESPAR, no endereço abaixo:

### CEP UNESPAR

Avenida Rio Grande do Norte, 1.525 – Centro, Paranavaí-PR || CEP: 87.701-020  
E-mail: cep@unespar.edu.br || Telefone: (44) 3482-3212

2-3



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ

Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Redeenciamento pelo Decreto nº 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR



### Universidade Estadual do Paraná.

Avenida Rio Grande do Norte, 1.525 – Centro, Paranavaí-PR.

CEP: 87.701-020

Telefone: (44) 3482-3212

E-mail: cep@unespar.edu.br

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar o nome das crianças que participaram.

Se em algum momento não tiver mais interesse em participar da pesquisa, pode pedir para seus pais ou responsáveis comunicarem os pesquisadores.

Você entendeu? Quer perguntar mais alguma coisa?

### DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO PARTICIPANTE

Eu li e discuti com o pesquisador responsável sobre este estudo e os detalhes deste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste documento.

Santo Antônio de Leverger, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2021

\_\_\_\_\_  
(Assinatura da criança)

\_\_\_\_\_  
(Assinatura do Pesquisador Responsável ou quem aplicou o TALE)

## APÊNDICE II – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ**

Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Redenciamento pelo Decreto nº 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42

**COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR**



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Prezado(a) Colaborador(a), \_\_\_\_\_

Você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada “**IDEIAS-BASE DO CONCEITO DE FUNÇÃO MOBILIZADAS POR ESTUDANTES DO 2º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**”, que faz parte do Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da UNESPAR, sob a responsabilidade da professora Dra. Veridiana Rezende da instituição Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR e da pesquisadora Fabiane Larissa da Silva Vargas, que terá como objetivo analisar conhecimentos de Função mobilizados por estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de situações-problema de estruturas multiplicativas do tipo multiplicação um para muitos e partição.

O presente projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP UNESPAR.

#### **DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO**

Emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, CEP UNESPAR.

Número do parecer: 5.460.956

Data da relatoria: PARANAVAL, 10 de Junho de 2022

**1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA:** A sua participação é muito importante, e ela se daria da seguinte forma: responder situações-problema de estruturas multiplicativas do tipo multiplicação um para muitos e partição.

**2. RISCOS E DESCONFORTOS:** Informamos que esta pesquisa traz riscos mínimos, podendo causar timidez e sentimento de insegurança se o sujeito da pesquisa não conseguir se adaptar com as atividades proposta. Salientamos que em qualquer momento o aluno(a) poderá solicitar o encerramento dos registros e cancelar a sua participação na pesquisa, se sentir desconfortável.



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ

Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Recredenciamento pelo Decreto nº 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42

### COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR



A sua participação é totalmente voluntária, podendo você recusar-se a participar, ou mesmo desistir a qualquer momento sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à sua pessoa.

### 3. BENEFÍCIOS: Os benefícios esperados são:

- Acreditamos que esta pesquisa poderá fazer com que nós professores repensem na forma como apresentamos os problemas aos alunos, e que existem diferentes problemas, de classes diferentes, que fazem com que o aluno possa mobilizar diferentes estratégias de soluções.
- Esta pesquisa também contribuirá na identificação de alguns teoremas-em-ação e conceitos-em-ação mobilizados pelos estudantes, sendo estes muito importantes para o conhecimento e aprendizagem em matemática. Os erros, assim como os acertos dos alunos tem que ser muito bem analisados e levar em consideração, pois muitas vezes o conhecimento do aluno sobre algum conteúdo é manifestado implicitamente em suas respostas, sendo este estudo sendo relevante para mostrar alguns desses conhecimentos implícitos.

4. **CONFIDENCIALIDADE:** Informamos ainda que suas as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade.

As suas respostas e dados pessoais ficarão em segredo e o seu nome não aparecerá em lugar nenhum das nossas análises das escritas, nem quando os resultados forem apresentados.

Além disso, os dados a serem coletados só serão utilizados para fins de publicações científicas, num período de até cinco anos, a partir do ano de 2022. Após este período os dados serão descartados.

5. **ESCLARECIMENTOS:** Caso você tenha mais dúvidas ou necessite esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que queira saber antes, durante e depois da sua participação, pode nos contatar nos endereços abaixo ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNESPAR, cujo endereço consta deste documento.



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ

Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Recredenciamento pelo Decreto nº 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42

### COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR



Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o **pesquisador responsável**, conforme o endereço abaixo:

Nome do pesquisador responsável: Veridiana Rezende

Endereço: Av. Curitiba, 1231, Centro, Peabiru/PR.

CEP: 87250-000

Telefone para contato: (44) 999694445

E-mail: rezendeveridiana@gmail.com

Pesquisadora acadêmica: Fabiane Larissa da Silva Vargas

Endereço: Rua Vereador Juca do Guaraná, 106, bloco 4, Cuiabá/MT.

CEP: 78075-685

Telefone para contato: (44) 984616785

E-mail: fabianelsvargas@gmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (CEP) envolvendo Seres Humanos da UNESPAR, no endereço abaixo:

#### CEP UNESPAR

##### Universidade Estadual do Paraná.

Avenida Rio Grande do Norte, 1.525 – Centro, Paranavaí-PR.

CEP: 87.701-020

Telefone: (44) 3482-3212

E-mail: cep@unespar.edu.br

**6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS:** Caso o(a) Sr.(a) aceite participar da pesquisa, não receberá nenhuma compensação financeira.

**7.1 CUSTOS:** Foi esclarecido de que não há nenhum valor econômico a receber ou a pagar por sua participação na pesquisa, tendo em vista que sua participação é voluntária.

**PREENCHIMENTO DO TERMO:** Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ

Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Redeenciamento pelo Decreto n.º 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42

### COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR



Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você), como garantia do acesso ao documento completo.

#### TERMO 1

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o Sr.(a) \_\_\_\_\_, declara que, após leitura minuciosa do TCLE, teve oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas que foram devidamente explicadas pelo (a) pesquisador(a), ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido e, não restando quaisquer dúvidas a respeito do lido e explicado, firma seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO em participar voluntariamente desta pesquisa. E, por estar de acordo, assina o presente termo.

Santo Antônio de Leverger, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2022

\_\_\_\_\_  
Assinatura ou impressão datiloscópica



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ**  
Credenciada pelo Decreto Estadual n.º 9.538, de 05/12/2013  
Recredenciamento pelo Decreto nº 2.374, de 14/08/2019  
CNPJ: 05012896/0001-42  
**COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP UNESPAR**



**TERMO 2**

Eu \_\_\_\_\_ (nome do pesquisador ou do membro da equipe que aplicou o TCLE), declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

Santo Antônio de Leverger, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2022

*Veridiana Rezende*

\_\_\_\_\_  
Veridiana Rezende  
Pesquisadora Responsável

\_\_\_\_\_  
Fabiane Larissa da Silva Vargas  
Pesquisadora Acadêmica

### APÊNDICE III – INSTRUMENTO DE PESQUISA

SANTO ANTÔNIO DE LEVERGER; \_\_\_\_\_ DE NOVEMBRO DE 2022.  
 ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

**1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.**

**a) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?**



RESPOSTA: \_\_\_\_\_

**b) COMPLETE A TABELA:**

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		
		6 BANANAS

**c) DONA BENTA FARÁ 5 BOLOS. QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?**

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

**d) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?**

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE  
4 COPOS IGUAIS.



The illustration shows a single blue and green carton of milk on the left. To its right, four identical red glasses are arranged in a horizontal row. The text above the glasses states that one liter of milk fills these four glasses.

a) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:



The illustration shows a cartoon girl named Luísa on the left, wearing sunglasses and a blue dress, holding a cane. To her right are five blue and green milk cartons arranged in a row.

LUÍSA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



The illustration shows a cartoon girl named Duda on the left, wearing a striped shirt. To her right are two blue and green milk cartons arranged in a row.

DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



The illustration shows a cartoon boy named Betó on the left, wearing a green shirt and sitting in a wheelchair. To his right are four blue and green milk cartons arranged in a row.

BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



The illustration shows a cartoon boy named Kaio on the left, wearing a light blue shirt and glasses. To his right are three blue and green milk cartons arranged in a row.

KAIO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE

b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 		8 
KAIO			
BETO			
LUÍSA			

c) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

**3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.**

a) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_



b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS		
3 HORAS		

c) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

d) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

**4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.**



**a) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?**

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

**b) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?**

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

**c) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?**

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

## APÊNDICE V– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS SITUAÇÃO 1

Estudante	Diálogo da situação 1
E1	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Na primeira situação está escrito assim: Para fazer um bolo de banana são necessárias duas bananas. Então, na primeira pergunta foi perguntado: Quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? O que você respondeu? <b>E1:</b> Duas bananas.  <b>Pesquisadora:</b> Depois era para você completar a tabela, certo? Então, na primeira linha da tabela, o que você está vendo? <b>E1:</b> Um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? Duas  <b>Pesquisadora:</b> Na segunda? <b>E1:</b> Dois bolos e quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que são dois bolos e quatro bananas? <b>E1:</b> Porque essa aqui é tipo vezes. <b>Pesquisadora:</b> Como assim? <b>E1:</b> Tipo. Ah, eu tenho esse bolo e duas bananas e já aqui dois bolos quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E no debaixo. Quantos bolos e quantas bananas? <b>E1:</b> Três bolos e seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Porque tem três bolo com duas para um bolo. Aí ficou dois pra esse e para o outro mais duas e para o outro também mais duas, então mais seis no total. <b>Pesquisadora:</b> Ok, E na última linha o que você fez? <b>E1:</b> Tinha que fazer quatro bolos pra representar aqui. Eu fiz quatro bolos e desenhei os cachos e escrevi 8 bananas. <b>Pesquisadora:</b> Vamos para próxima pergunta. Dona Benta fará cinco bolos, quantas bananas ela precisará comprar? Como você pensou? <b>E1:</b> Eu fui fazer a continha pra explicar, porque eu já sabia a resposta, por causa que eu fiz na minha cabeça. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez na cabeça? <b>E1:</b> Eu fiz cinco bolos e coloquei lá na minha cabeça. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez duas contas? <b>E1:</b> Professora, dá pra fazer dos dois jeitos. <b>Pesquisadora:</b> Se eu fizer duas vezes cinco <math>2 \times 5</math> é igual a <math>2+ 2+ 2+ 2+ 2+</math> ou <math>5 + 5</math>? <b>E1:</b> Eu fiz complexo, por isso queria apagar. <b>Pesquisadora:</b> Ah, vamos pensar de outra forma: <math>2 \times 5</math>, você está fazendo duas bananas multiplicando por cinco bolos, não seria cinco bolos multiplicando por duas bananas? <b>E1:</b> Eu coloquei os números nas posições errada, mas deu a mesma resposta. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que difere <math>2 \times 5</math> ou <math>5 \times 2</math>? <b>E1:</b> Eu acho que difere, porque se não dá pra fazer dois bolos, precisaria de cinco bananas. O resultado é o mesmo, mas aí vão ser quantidade diferentes que tem que colocar no bolo, pra fazer dois bolos, utiliza quantidade diferentes. <b>Pesquisadora:</b> Na próxima está escrito assim, Dona Benta comprou as bananas pra fazer os cinco bolos, ela demorou alguns dias pra fazer os bolos e com isso três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas pra fazer os cinco bolos? <b>E1:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez sete? <b>E1:</b> Eu já sabia a resposta, mas fiz um negócio aqui. Aí eu fiz aqui dez menos três e coloquei sete. <b>Pesquisadora:</b> Por que dez menos três? <b>E1:</b> Porque aqui deu dez bananas no final, né, aí já que tinha estragado três, eu fiz aqui assim, aqui é o de menos três bananas que estragaram.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de bananas? <b>E1:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Por causa só para um bolo você precisa de duas, agora se você for fazer dois bolos com duas bananas não dá certo. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bolos? <b>E1:</b> Duas vezes a quantidade do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Então a quantidade de banana depende da quantidade de bolo? <b>E1:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são duas bananas e um bolo e quatro bananas dois bolos? <b>E1:</b> Por causa que para fazer dois bolos precisa de duas bananas para cada como eu expliquei. Então se é dois bolos quatro bananas, dois pra um bolo e dois pra outro bolo. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E1:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Para cada um bolo, sempre serão duas bananas? <b>E1:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> E como que descobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolos? <b>E1:</b> A gente faz duas vezes a quantidade de bolo.</p>
E2	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> na primeira situação está escrito assim: Para fazer um bolo de banana são necessárias duas bananas. Então, na primeira pergunta foi perguntado: Quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? O que você respondeu? <b>E2:</b> Duas bananas.  <b>Pesquisadora:</b> Depois era para você completar a tabela, certo? Então, na primeira linha da tabela, o que você está vendo? <b>E2:</b> Um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? Duas  <b>Pesquisadora:</b> Na segunda? <b>E2:</b> Dois bolos e quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que são</p>

	<p>dois bolos e quatro bananas? <b>Pesquisadora:</b> E no debaixo? <b>E2:</b> Três bolos e seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E2:</b> Porque tem três bolo como duas era para um bolo. Aí ficou dois pra esse e para o outro mais duas e para o outro também mais duas, Então dá seis no total. <b>Pesquisadora:</b> Ok, E na última linha o que você fez? <b>E2:</b> Como tinha quatro bolo eu fiz sete bananas. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está certo? <b>E2:</b> Eu achei que duas pra essa, duas pra essa, duas pra essa e duas essa daqui. <b>Pesquisadora:</b> Dará certinho duas para cada. <b>E2:</b> Eu acho que é oito. <b>Pesquisadora:</b> Esqueceu de desenhar uma? <b>E2:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Dona Benta fará cinco bolos, quantas bananas ela precisará comprar? Como você pensou? <b>E2:</b> Duas vezes cinco, dez. Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez duas vezes cinco? <b>E2:</b> Porque duas vezes cinco é dez e é dez que ele precisa comprar pra fazer cinco bolos. <b>Pesquisadora:</b> O cinco é do quê? <b>E2:</b> De cinco bolos. <b>Pesquisadora:</b> E o dois é do quê? <b>E2:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Na próxima está escrito assim, Dona Benta comprou as bananas pra fazer os cinco bolos, ela demorou alguns dias pra fazer os bolos e com isso três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas pra fazer os cinco bolos? <b>E2:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E2:</b> Como tinha dez bananas eu fui lá e tirei três, então sobrou só sete. Então, é sete bananas boas.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolos varia a quantidade de bananas? <b>E2:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha? <b>E2:</b> Eu não sei que é varia. <b>Pesquisadora:</b> Ah, você acha que muda a quantidade de bananas? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E2:</b> Para fazer um bolo precisa de duas bananas e para fazer dois bolos precisa de quatro bananas, então vai aumentando, depende de quantos bolos você vai fazer. <b>Pesquisadora:</b> Então como você descobre a quantidade de bananas? <b>E2:</b> Como aqui tá duas bananas, a gente pode usar duas bananas para fazer um bolo, pra depois a gente pode fazer outros bolos e a quantidade vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Então, as bananas dependem da quantidade do bolo? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui tem um bolo e duas bananas e aqui têm dois bolos e quatro bananas? <b>E2:</b> Porque cada bolo vale duas bananas, então se eu tiver dois bolos, duas bananas para cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? <b>E2:</b> Pode ser fazendo uma conta. <b>Pesquisadora:</b> Que conta? <b>E2:</b> Bastante contas, umas contas e você descobre e se você tiver uma pessoa para te ajudar para ver se você está aprendendo certo você consegue. <b>Pesquisadora:</b> E se for dez bolos, como você consegue descobrir quantas bananas? <b>E2:</b> Se for dez bolos? <b>Pesquisadora:</b> É, como você faz para descobrir a quantidade? <b>E2:</b> Para um bolo duas bananas, para dois bolos quatro bananas, para três cinco, não duas bananas. Eu não consigo contar. <b>Pesquisadora:</b> Faltou dedo? Você sabe me dizer para dez bolos o que você faria? <b>E2:</b> Acho que seria.... Eu acho que... como eu tenho dez bolos eu vou fazer vez duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Duas bananas vezes? <b>E2:</b> Acho que vai dar doze. <b>Pesquisadora:</b> Você vai fazer duas vezes dez? <b>E2:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Não precisa dar a resposta, e se fosse vinte bolos? <b>E2:</b> Aí a senhora me pegou de jeito. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe qual continha? <b>E2:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Eu peguei de jeito e você não sabe qual continha fazer? <b>E2:</b> Sim, é mais difícil.</p>
E3	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Na primeira situação está escrito assim: Para fazer um bolo de banana são necessárias duas bananas. Então, na primeira pergunta: Quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? O que você respondeu? <b>E3:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo era para você completar a tabela, certo? Para um bolo, quantas bananas? <b>E3:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Dois bolos? <b>E3:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Três bolos? <b>E3:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E pra quatro bolos quantas bananas você fez? <b>E3:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra um bolo são duas bananas e pra dois bolos são quatro bananas? <b>E3:</b> Porque aqui é dois bolos e aqui é só um bolo. Porque aqui é pouco e aqui mais grande o bolo que tem dois. <b>Pesquisadora:</b> No próximo, olha o que aconteceu: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? O que você fez? <b>E3:</b> Eu coloquei cinco vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> E porque você pensou em cinco vez dois? <b>E3:</b> Pra dar 10. <b>Pesquisadora:</b> Você já sabia que tinha que dar 10? <b>E3:</b> Isso! <b>Pesquisadora:</b> Muito bem. A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas</p>

	<p>bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E3:</b> Ficou 7. <b>Pesquisadora:</b> Que conta que você fez? <b>E3:</b> Dez menos três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez menos três? <b>E3:</b> Porque tirou três.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de bananas? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E3:</b> Porque tem que ser duas bananas para um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de bolo? <b>E3:</b> Vai indo mais bananas. <b>Pesquisadora:</b> Quantas a mais? <b>E3:</b> Duas a cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de bananas? <b>E3:</b> Só usar mais. <b>Pesquisadora:</b> Mas depende do que para saber? <b>E3:</b> Dos bolos. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um bolo são duas bananas e dois bolos são quatro bananas? <b>E3:</b> Por que cada bolo é duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de bananas, para qualquer quantidade de bolos? <b>E3:</b> É só fazer mais, vezes ou menos o que precisar. <b>Pesquisadora:</b> Se eu precisar de dez bolos como vou descobrir quantas bananas? <b>E3:</b> Vezes. <b>Pesquisadora:</b> Vezes quantos? <b>E3:</b> Cinco vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco vezes dois? <b>E3:</b> Se você contar com vezes cinco mais cinco dá dez e cinco vezes dois dá dez. <b>Pesquisadora:</b> Seu eu quero saber para dez bolos? <b>E3:</b> Você faz duas vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> E se for vinte? <b>E3:</b> Duas vezes vinte. <b>Pesquisadora:</b> Se for quinze? <b>E3:</b> Duas vezes quinze. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade eu vou fazer como? <b>E3:</b> Duas vezes o que você quiser depois. <b>Pesquisadora:</b> Sempre vou fazer de vezes para descobrir? <b>E3:</b> Aham.</p>
E4	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Na primeira situação, está escrito assim. Para fazer um bolo de banana são necessárias duas bananas. Quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? <b>E4:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Nessa tabela tem um bolo de banana. E quantas bananas? <b>E4:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui, quantos bolos? <b>E4:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> E aqui, quantas bananas? <b>E4:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Aqui quantos bolos? <b>E4:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E4:</b> São quatro também. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está correto esse desenho que você fez? <b>E4:</b> Hummm, eu acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Aqui é um bolo. Duas bananas. Aqui são dois bolos? Quantas bananas? <b>E4:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Oh! Pense bem. Quantas bananas para esses três bolos? <b>E4:</b> Ai, então é seis. <b>Pesquisadora:</b> Então tinha que ser quantas? <b>E4:</b> Deveria ser mais duas. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem. Aqui você fez quantos bolos? <b>E4:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas você fez para esses quatro bolos? <b>E4:</b> Oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito bananas? <b>E4:</b> Porque foi duas para esse bolo, aqui tem mais duas e duas foi para esse e duas pra esse. <b>Pesquisadora:</b> Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? O que você fez? Quantos bolo ela vai fazer então? <b>E4:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas ela precisará comprar, o que você fez? <b>E4:</b> Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? O que você pensou? <b>E4:</b> Porque ia dar certo, ia conseguir. <b>Pesquisadora:</b> Isso, mas aí você fez duas vezes cinco. Por que você fez multiplicação aqui? <b>E4:</b> Porque acho que era. <b>Pesquisadora:</b> E por que você escolheu esse número dois? <b>E4:</b> Ah, eu acho que porque eu achei que estava certo. Duas vezes cinco que forma dez. <b>Pesquisadora:</b> Você achou que era operação correta? <b>E4:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então ela precisará de quantas bananas? <b>E4:</b> Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Mas na resposta você colocou que ela fará cinco bolos de bananas. A pergunta era quantas bananas ela precisará fazer? Na verdade, está perguntando da quantidade de bananas e você colocou quantos bolos ela vai comprar. Qual é a resposta? <b>E4:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Na próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer o bolo? <b>E4:</b> Ela tinha comprado 10, aí três estragaram e ela ficou com sete. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou assim? <b>E4:</b> Porque dez tira três e fica com sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, vai variando a quantidade de bananas? <b>E4:</b> Muda, um bolo é duas bananas, dois bolos é quatro bananas, três bolos é seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme vai variando a quantidade, vai variando, por quê? <b>E4:</b> Porque ele tá morto de fome. <b>Pesquisadora:</b> Quem está morto de fome? <b>E4:</b> Quem quer comer. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bananas? <b>E4:</b> Vou lá no mercado compro duas bananas, faço um bolo, aí vou lá no</p>

	<p>mercado compro mais duas bananas aí consigo fazer dois bolos e três bolos preciso ir lá no mercado comprar seis bananas, <b>Pesquisadora:</b> Depende da quantidade de bolo, a quantidade de bananas? <b>E4:</b> Um bolo é dois, dois bolos é quatro e 3 bolos é seis. <b>Pesquisadora:</b> Então vai depender da quantidade de bolos para você comprar as bananas no mercado? <b>E4:</b> Se eu comprar só uma banana não vai dar de fazer e se aqui faltar uma aqui não dá de fazer. <b>Pesquisadora:</b> Mas depende a quantidade de bananas que você vai comprar, depende da quantidade de bolos que você quer fazer? <b>E4:</b> Eu quero fazer três bolos, vou comprar seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são duas bananas para um bolo e aqui quatro bananas para dois bolos? <b>E4:</b> Aqui é duas bananas, aqui é quatro e três bolos são seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E por quê? <b>E4:</b> Porque uma não vai dar o bolo vai ser pequeno. <b>Pesquisadora:</b> Não vai dar para fazer a receita? <b>E4:</b> Não vai dar. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E4:</b> Não, aqui tem duas, aqui quatro, aqui seis, aqui oito. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? <b>E4:</b> Tentando uai.</p>
E5	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Na primeira situação está escrito assim: Para fazer um bolo de banana são necessárias duas bananas. Quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? O que você respondeu? <b>E5:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Depois, no item “b”, era para você completar a tabela com a quantidade de bananas e de bolo e o numeral que representa a quantidade de bananas. Quantos bolos? <b>E5:</b> Um. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E5:</b> Precisa de duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Aqui? <b>E5:</b> Há dois bolos, precisa de quatro bananas, porque é dois para cada. Então é quatro. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E5:</b> É três bolos, precisa de seis, porque dois para cada um e tem três. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E5:</b> Precisa de oito, porque quatro bolos e cada bolo precisam de duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Ah, isso mesmo! Por que pra um bolo são duas bananas e pra três bolos você desenhou seis bananas? <b>E5:</b> Porque são três bolos seis bananas, cada bolo precisa de dois. <b>Pesquisadora:</b> Ah, tá. E aqui: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? Como você pensou pra fazer esse item? <b>E5:</b> duas vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> Você fez duas vezes dez? <b>E5:</b> Não, duas vezes cinco igual a dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez duas vezes cinco? <b>E5:</b> Hum... <b>Pesquisadora:</b> Esse dois é do quê? <b>E5:</b> De duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> E esse cinco? <b>E5:</b> De cinco bolos. <b>Pesquisadora:</b> Você fez duas vezes cinco para dar dez bananas, mas por que você realizou cinco grupos de dois e não dois grupos com cinco? <b>E5:</b> Porque são cinco bolos e cada bolo precisa de duas bananas e na conta dá pra fazer duas vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “d” está escrito: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E5:</b> Sete. Tinha dez foram três que estragaram fica sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai mudando a quantidade de bolos, vai mudando a quantidade de bananas? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E5:</b> Cada um bolo precisa de duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai aumentando o bolo que vai acontecendo com as bananas? <b>E5:</b> Vai aumentando de dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de bananas necessárias? <b>E5:</b> Contando de dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> Depende do quê? <b>E5:</b> Da quantidade de quantos vai ser os bolos. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de banana depende da quantidade de bolo então? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que um bolo duas bananas e para dois bolos quatro bananas? <b>E5:</b> Se um bolo de banana é duas bananas, se for fazer dois bolos de banana é necessário quatro bananas, se for fazer três bolos precisa de seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para um bolo? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse qualquer quantidade de bolo, como ia saber a quantidade de bananas que seriam necessárias? <b>E5:</b> Porque são duas bananas para cada um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Mas tem alguma conta para descobrir quantas bananas são? <b>E5:</b> Pode contar de dois em dois na mão para cada um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Então se for 10 bolos o que eu faço? Não precisa dar a resposta. <b>E5:</b> Conta um bolo, coloca dois, conta mais um, dois, pode ser duas vezes cinco igual a dez. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez bolos como ia ser? <b>E5:</b> Duas vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse vinte bolos? <b>E5:</b> Duas vezes vinte. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse cem? <b>E5:</b> duas vezes cem. <b>Pesquisadora:</b> Sempre você vai fazer vezes quantos então? <b>E5:</b> Vezes dois.</p>
E6	<p><b>1º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Para fazer um bolo de banana são necessárias duas bananas. Quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? <b>E6:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Agora na tabela: Aqui tem quantos bolos? <b>E6:</b> Um. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E6:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E6:</b> Dois bolos quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E6:</b> Três bolos seis bananas. Quatro bolos, oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra um bolo são duas bananas e quatro bolos são oito bananas? <b>E6:</b> Porque aqui é mais bolo. <b>Pesquisadora:</b> E são quantas banana pra cada bolo? <b>E6:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Então, se tem quatro bolos? <b>E6:</b> É dois pra esse e dois pra esse. <b>Pesquisadora:</b> No item “b”: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? O que você fez aqui? <b>E6:</b> Cinco vezes dois e deu dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez cinco vezes dois? O cinco é do quê? <b>E6:</b> Cinco bolo. <b>Pesquisadora:</b> E o dois? <b>E6:</b> Banana. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item, Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos e demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? Qual conta você fez? <b>E6:</b> Dez menos três. <b>Pesquisadora:</b> Que deu quanto? <b>E6:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez dez menos três? <b>E6:</b> Dez banana e três que estragaram.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade bananas? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que vai variando a quantidade de bolos, vai mudando a quantidade de bananas? <b>E6:</b> Um bolo usa dois, dois bolos usa quatro e três bolos usa seis. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de bananas? Depende de quê? <b>E6:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Depende da quantidade de bolos para saber quantas bananas são? <b>E6:</b> Ah Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um bolo duas bananas e aqui dois bolos quatro bananas? <b>E6:</b> Porque um bolo usa dois e dois bolos usa quatro. <b>Pesquisadora:</b> E por quê? <b>E6:</b> Porque duas para um bolo e se são dois bolos quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui, por exemplo, são duas bananas para um bolo e aqui são quatro bananas para dois bolos? <b>E6:</b> Porque duas bananas usa um bolo e dois usa quatro. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolos? Se for dez bolos por exemplo, como descobrir quantas bananas vou comprar? <b>E6:</b> (Silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Você sabe? <b>E6:</b> (Silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Você sabe? <b>E6:</b> Não.</p>
E7	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Na 1ª situação está escrito assim: Para fazer um bolo de Banana são necessárias 2 bananas, quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? Quantas você colocou? <b>E7:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Na primeira linha da tabela já está o bolo, as bananas e a quantidade de banana. Certo? Embaixo tem dois bolos e quantas bananas <b>E7:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E7:</b> Três bolos são seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E7:</b> Quatro bolo são oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que, nesse caso aqui, você colocou três bolos seis bananas? <b>E7:</b> Porque são duas bananas pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> E no debaixo? <b>E7:</b> Ficou oito porque são duas bananas pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> Tá bom, no “item c”, está escrito assim: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? O que você fez aqui? <b>E7:</b> Então, cinco vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco vezes dois? <b>E7:</b> Porque ela vai fazer cinco bolos e são duas bananas pra cada bolo, então são dez bananas... são 10 bananas pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item está escrito assim: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? O que você fez? <b>E7:</b> Então, dez menos três. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? Porque são dez bananas, ai eu tiro três fica sete <b>Pesquisadora:</b> Por que você colocou o dez aqui? <b>E7:</b> Ela comprou 10 bananas, ela espera um dia estraga três, é... estraga três e fico com sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de bolos, varia a quantidade de bananas? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E7:</b> Depende da quantidade de bananas, se eu tenho três bolos vou utilizar um, dois três, quatro, cinco, seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E7:</b> Porque para cada bolo é duas bananas. Vai aumentando de dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre quantas bananas vai ser necessário para eu fazer o bolo? <b>E7:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como vou descobrir a quantidade de bananas que vou precisar?</p>

	<p><b>E7:</b> Se um bolo de banana é duas bananas, se for fazer dois bolos é necessário quatro bananas, se for fazer três bolos precisa de seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Para descobrir a quantidade de bananas depende da quantidade de bolos? <b>E7:</b> Isso. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são duas bananas para um bolo e aqui são quatro bananas para dois bolos? <b>E7:</b> Dois bolos são duas bananas para cada bolo, vai ficar dois mais dois, aí fica quatro. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Independentemente da quantidade de bolo existe uma conta para eu descobrir a quantidade de bananas? Existe uma continha? <b>E7:</b> De mais e de vezes <b>Pesquisadora:</b> Como assim? <b>E7:</b> Eu tenho cinco bolos, então vai ser cinco vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez bolos? <b>E7:</b> Dez vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> É sempre vezes dois? <b>E7:</b> Porque é duas bananas para cada bolo.</p>
E8	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Na primeira situação está escrito assim: Para fazer um bolo de banana são necessárias duas bananas. Então, na primeira pergunta: Quantas bananas são necessárias para fazer um bolo? O que você respondeu? <b>E8:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo era para você completar a tabela. Para um bolo, quantas bananas? <b>E8:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Dois bolos? <b>E8:</b> Quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Três bolos? <b>E8:</b> Seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E pra quatro bolos quantas bananas você fez? <b>E8:</b> Pra quatro oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra um bolo são duas bananas e pra dois bolos são quatro bananas? <b>E8:</b> Porque é duas bananas pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? O que você fez? <b>E8:</b> Eu fiz cinco vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> E porque você pensou em cinco vez dois? <b>E8:</b> Porque duas bananas pra cada bolo, então cinco vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E8:</b> Ficou sete. <b>Pesquisadora:</b> Que conta que você fez? <b>E8:</b> Dez menos três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez menos três? <b>E8:</b> Porque ela comprou 10 bananas e estragou três bananas.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de bananas? <b>E8:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E8:</b> Porque em um bolo precisa de duas bananas e dois bolos de quatro bananas? <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bolos? <b>E8:</b> Um bolo é duas bananas e dois bolos é quatro. <b>Pesquisadora:</b> Então a quantidade de banana depende da quantidade de bolo? <b>E8:</b> Sim, depende do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são duas bananas um bolo e quatro bananas dois bolos? <b>E8:</b> Para fazer cada bolo precisa de duas bananas para cada. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E8:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Para cada um bolo, sempre serão duas bananas? <b>E8:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como que descobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolos? <b>E8:</b> Faz duas vezes a quantidade de bolo.</p>
E9	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E9:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Na tabela, pra um bolo, quantas bananas? <b>E9:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Dois bolos? <b>E9:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E três bolos? <b>E9:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Quantos bolos você desenhou? <b>E9:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E quantas bananas você desenhou? <b>E9:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito? <b>E9:</b> Porque quatro mais quatro é oito. <b>Pesquisadora:</b> Mas como você pensou pra cada bolo? <b>E9:</b> Duas pra esse, mais duas pra esse, duas pra esse e mais duas pra esse. <b>Pesquisadora:</b> A cada bolo muda quantas bananas? <b>E9:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E9:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que dez? <b>E9:</b> Por que é duas pra cada um bolo. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? Como você fez? <b>E9:</b> Dez tirei três e ficou sete boas.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolos, varia a quantidade de banana? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que conforme muda a quantidade de bolos, muda a quantidade de bananas? <b>E9:</b> Porque mais bolos, mais bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bananas, a quantidade de bananas</p>

	<p>que são necessárias? Depende do quê? <b>E9:</b> Do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Para descobrir a quantidade de banana depende da quantidade de bolo? <b>E9:</b> Depende. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são duas bananas para um bolo e quatro bananas para dois bolos? <b>E9:</b> Porque o bolo tem que usar banana para fazer. <b>Pesquisadora:</b> Mas o porquê aqui um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E9:</b> Porque um bolo serve para duas bananas, dois bolos duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Han? <b>E9:</b> Um bolo duas bananas, esse tem duas, esse tem duas e porque um bolo tem duas bananas, e precisa de duas bananas pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E9:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? <b>E9:</b> ... (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Tem uma forma de descobrir, se ela for fazer 10 bolos, como ela descobre quantas bananas ele precisa comprar, não precisa dar a resposta <b>E9:</b> Ela coloca duas bananas para cada um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Como assim? <b>E9:</b> Descobre as bananas e aí ela vai fazer o bolo com a banana, aí ela coloca 2 bananas em cada bolo.</p>
E10	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E10:</b> São necessárias duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Na tabela, pra um bolo, quantas bananas? <b>E10:</b> Duas bananas. Dois bolos quatro bananas, três bolos seis bananas e quatro bolos oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E10:</b> Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que dez bananas? <b>E10:</b> Porque é oito mais dois. <b>Pesquisadora:</b> Então como aqui na tabela, pra quatro bolo deu oito, aqui você aumentou mais quantas? <b>E10:</b> Mais duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? Como você fez? <b>E10:</b> 10 menos 3. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é o 10? <b>E10:</b> Daqui que ela comprou. <b>Pesquisadora:</b> E o três? <b>E10:</b> Tirei três bananas que estragaram.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, vai variando a quantidade de bananas? <b>E10:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que sim? <b>E10:</b> Porque precisa colocar mais dois. <b>Pesquisadora:</b> Mais dois aonde? <b>E10:</b> Nas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que precisa colocar mais dois nas bananas? <b>E10:</b> Porque aqui é um bolo e você precisa de duas bananas e aqui é dois bolos e você precisa de mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que mais quatro? <b>E10:</b> Porque você aumentou mais duas bananas para fazer dois bolos de banana. <b>Pesquisadora:</b> São duas bananas pra dois bolos ou são quatro bananas pra dois bolos? <b>E10:</b> Quatro bananas pra dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Os bolos estão aumentando de quanto em quanto? <b>E10:</b> De um em um. <b>E10:</b> E as bananas? <b>E10:</b> De dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> Depende do que para saber quantas bananas preciso comprar? Se vou precisar comprar, 2, 4 ou 6 bananas. <b>E10:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que para comprar a banana depende da quantidade de bolo? <b>E10:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha? <b>E10:</b> Não sei. Porque precisa saber quantos bolos eu vou fazer pra saber quantas bananas eu vou comprar. <b>Pesquisadora:</b> Precisa saber quantos bolos vou fazer, para saber quantos bolos preciso comprar? <b>E10:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas, por quê? <b>E10:</b> Por causa que um bolo precisa de duas e dois bolos precisa de quatro. <b>Pesquisadora:</b> E por que quatro aqui? <b>E10:</b> Você monta mais duas bananas para fazer dois bolos de banana. <b>Pesquisadora:</b> São duas bananas para dois bolos, ou quatro bananas para dois bolos? <b>E10:</b> Quatro bananas para dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E10:</b> Aham <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? <b>E10:</b> Você precisaria saber. <b>Pesquisadora:</b> Saber o quê? <b>E10:</b> Quantos bolos você vai fazer ai você precisa da banana. <b>Pesquisadora:</b> Se tivesse que fazer 10 bolos que continha ia fazer para descobrir quantas bananas? <b>E10:</b> Eu não sei.</p>
E11	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E11:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> No item b você tinha que completar a tabela. Pra um bolo, quantas bananas? <b>E11:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Aqui embaixo? <b>E11:</b> Dois bolos quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E11:</b> Três bolos seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Aqui? <b>E11:</b> Quatro bolos oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui tem um bolo e duas bananas e aqui tem dois bolos e quatro bananas? <b>E11:</b> Porque pra fazer um bolo tem que colocar</p>

	<p>duas bananas para fazer um bolo. <b>Pesquisadora:</b> E por que pra dois bolos são quatro bananas? <b>E11:</b> Porque é duas bananas e forma quatro. <b>Pesquisadora:</b> As bananas estão aumentando de quanto em quanto? <b>E11:</b> De dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? Qual conta você fez? <b>E11:</b> Oito mais dois. <b>Pesquisadora:</b> Que deu quanto? <b>E11:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é esse oito? <b>E11:</b> Das bananas de cima. <b>Pesquisadora:</b> E o dois? <b>E11:</b> Porque é de dois em dois e eu coloquei mais dois. <b>Pesquisadora:</b> E no final qual foi o resultado? <b>E11:</b> Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? Como você fez? <b>E11:</b> Tinha dez bananas... Sete. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez menos 3? <b>E11:</b> Vai tirar as três bananas estragadas.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de bananas? <b>E11:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Se tiver um bolo ou dois bolos vai ser a mesma quantidade de bananas? <b>E11:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Então altera ou não altera a quantidade? <b>E11:</b> Altera. <b>Pesquisadora:</b> Por que altera a quantidade? <b>E11:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para saber a quantidade de bananas? <b>E11:</b> Duas bananas, um bolo. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de bananas depende da quantidade de bolo, para eu saber quantas bananas? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são duas bananas e um bolo e aqui quatro bananas e dois bolos? <b>E11:</b> São dois em dois <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como a gente consegue descobrir a quantidade de banana para qualquer quantidade de bolo? <b>E11:</b> Se for dez vai dar vinte. <b>Pesquisadora:</b> E como você descobriu que deu vinte? <b>E11:</b> Fiz uma conta. <b>Pesquisadora:</b> Que conta? <b>E11:</b> Seria de dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> Você sempre faz de dois em dois conforme a quantidade de bolo? <b>E11:</b> É.</p>
E12	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E12:</b> <b>Pra fazer um bolo, um é duas.</b> <b>Pesquisadora:</b> No item b você tinha que completar a tabela. Pra um bolo, duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> E pra dois bolos quantas bananas? <b>E12:</b> Quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra dois bolos são quatro bananas? <b>E12:</b> Por causa que se um bolo é duas, então dois bolos são quatro. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E12:</b> Três bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E12:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque se um é duas, dois é quatro, então três são seis. <b>Pesquisadora:</b> Aqui? <b>E11:</b> Quatro bolos, oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? O que você fez? <b>E12:</b> Oito mais dois que deu dez. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é esse oito? <b>E12:</b> Daqui (apontando pra última linha da tabela). <b>Pesquisadora:</b> E o dois? <b>E12:</b> (apontou para duas bananas) <b>Pesquisadora:</b> E no final qual foi o resultado? <b>E12:</b> Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? Como você fez? <b>E12:</b> dez menos três. <b>Pesquisadora:</b> Qual valor que deu? <b>E12:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Da onde você tirou esse dez? <b>E12:</b> Daqui (apontando para o resultado do item anterior). <b>Pesquisadora:</b> E esse três? <b>E12:</b> Tava boa dez e como demorou estragou três. Contei nos dedos e deu sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai variando a quantidade de bolo, varia a quantidade de banana? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque um bolo usa duas, dois bolos usa quatro e três bolos usa seis. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque não são a mesma quantidade de bolo e a mesma quantidade de bananas. <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai aumentando aqui, vai aumentando aqui também? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bananas, depende do quê? <b>E12:</b> Da quantidade de bolo. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui é um bolo e duas bananas e aqui são dois bolos e quatro bananas? <b>E12:</b> Se é um bolo é duas, então dois bolos são quatro. <b>Pesquisadora:</b> E sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como a gente pode descobrir a quantidade de bananas, para qualquer quantidade de bolos? <b>E12:</b> Eu acho que existe, mas a conta não está na minha cabeça.</p>
E13	<p><b>1º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E13:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Duas o quê? <b>E13:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas, na primeira linha o que você tem? <b>E13:</b> Tenho um bolo de banana e duas bananas porque um bolo de banana vai ser utilizado duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E13:</b> Aqui eu tenho dois bolos e quatro bananas, para utilizar dois bolos precisa de quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E13:</b> Aqui têm três bolos e seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E no debaixo? <b>E13:</b> Aqui tem quatro bolos e foi utilizado oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E13:</b> Porque se para um bolo vai ser duas, pra dois vai ser quatro. Aumenta de dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? O que você fez? <b>E13:</b> Ela vai utilizar dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E13:</b> Contei no dedo. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E13:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E13:</b> dez menos três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez dez menos três? <b>E13:</b> Porque dez tira três sobra sete. <b>Pesquisadora:</b> Da onde você tirou esse dez? <b>E13:</b> (Leu novamente a questão e depois respondeu) dez daqui (apontando para o item de cima) e três que estragaram.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de bananas? <b>E13:</b> Sim, porque se para um precisa de duas para dois precisa de quatro. Porque se eu usar duas bananas não tem como eu fazer dois bolos, tem como fazer só um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Por que dá para fazer só um bolo? <b>E13:</b> Porque é necessário para fazer um bolo duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de bananas que serão necessárias? <b>E13:</b> Só usar a primeira questão, porque a primeira questão vai tá duas bananas, porque se pra um bolo é duas bananas, pra dois bolos vai ser quatro bananas. Então conforme vai aumentando o bolo vai aumentando bananas. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que para eu saber a quantidade de bananas depende do quê? <b>E13:</b> Do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Conforme quantos bolos eu faço, aí eu vou saber quantas bananas eu vou precisar ter, é isso? <b>E13:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um bolo duas bananas e aqui dois bolos quatro bananas? <b>E13:</b> Porque cada um bolo dos dois bolos precisa de duas bananas. Então tem que ter quatro bananas, duas pra cada. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como a gente consegue descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? <b>E13:</b> Porque a primeira questão mostra. Se é 10 é só você multiplicar de 10 para dois. <b>Pesquisadora:</b> Então, se fosse dez bolos, tem alguma conta pra descobrir? <b>E13:</b> Só você multiplicar de dez pra dois. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse vinte? <b>E13:</b> Você tem que multiplicar de vinte pra dois. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse cinquenta? <b>E13:</b> De cinquenta pra dois. <b>Pesquisadora:</b> Então se for qualquer quantidade o que você faz? <b>E13:</b> Pra dois. <b>Pesquisadora:</b> Pra dois? Multiplica pra dois? É isso? <b>E13:</b> É.</p>
E14	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E14:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas, na primeira linha o que você tem? <b>E14:</b> Um. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E14:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E14:</b> Dois bolos quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E14:</b> Três bolos, seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E14:</b> Quatro bolos, oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E14:</b> Porque cada bolo é necessário duas bananas. Porque o bolo é um e multiplica por dois a banana. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E14:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> O que você fez? <b>E14:</b> Eu fiz essa conta. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta? <b>E14:</b> Aqui tinha oito mais dois (o estudante se referiu a resposta da última linha da tabela e por meio do cálculo mental acrescentou mais dois). <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E14:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E14:</b> Tinha dez e eu tirei três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você tirou três? <b>E14:</b> Para</p>

	<p>ficar sete. <b>Pesquisadora:</b> Esses dez é da onde? <b>E14:</b> Que comprou. <b>Pesquisadora:</b> E o três? <b>E14:</b> Que estragou.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai variando a quantidade de bolos, varia a quantidade de bananas? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E14:</b> Porque o bolo é um e multiplica por dois a banana. <b>Pesquisadora:</b> E se for dois bolos? <b>E14:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir a quantidade de bananas depende do quê? <b>E14:</b> Do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Por que um bolo são duas bananas e aqui são dois bolos e quatro bananas? <b>E14:</b> Porque dois mais dois é quatro. <b>Pesquisadora:</b> Para cada bolo precisa de quantos? <b>E14:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Por isso que aqui foi dois, como têm dois bolos? <b>E14:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Sempre para cada bolo serão duas bananas? <b>E14:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? <b>E14:</b> Porque aqui é dois mais dois mais dois e fica seis pois são três bolos. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez bolos como faria para descobrir? <b>E14:</b> Vinte bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como você chegou no resultado de vinte bananas? <b>E14:</b> Cinco bolos é dez bananas, aí mais cinco é cinquenta. <b>Pesquisadora:</b> O que você sempre pensa para descobrir a quantidade de bananas? <b>E14:</b> Eu vejo o bolo. <b>Pesquisadora:</b> Depois o que você faz? <b>E14:</b> Eu faço as bananas, faço a conta. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você faz? <b>E14:</b> Vou somando. <b>Pesquisadora:</b> Vai somando de duas em duas? <b>E14:</b> Quatro em quatro aqui. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E14:</b> De dois em dois em dois.</p>
E15	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E15:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. <b>E15:</b> Um bolo, quantas bananas? Dois. <b>Pesquisadora:</b> Dois bolos, quantas bananas? <b>E15:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E15:</b> Três bolos, seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E15:</b> Quatro bolos, oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E15:</b> Porque aqui precisa de dois para um só, e dois para outro só. <b>Pesquisadora:</b> E no caso de três bolos? <b>E15:</b> Precisa dois para um, dois para outro e dois pra outro. <b>Pesquisadora:</b> Então para colocar a quantidade de bananas para os bolos você faz o quê? <b>E15:</b> Eu acho que duas vezes. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E15:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E15:</b> Duas vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que você colocou dois? <b>E15:</b> Porque tinha duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> E cinco? <b>E15:</b> Porque aqui era cinco bolos (apontando para o enunciado da pergunta). <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E15:</b> Se ela comprou cinco e três estragaram ficaram dois. <b>Pesquisadora:</b> Ela comprou cinco bananas? <b>E15:</b> Bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas ela comprou para fazer os cinco bolos? <b>E15:</b> Três bananas. <b>Pesquisadora:</b> Três bananas para cinco bolos? Olha aqui em cima como você fez. <b>E15:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Então dessas dez que estragaram três. Você acha que fez certo? <b>E15:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E15:</b> Porque em vez de colocar cinco era para colocar dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco é o que? <b>E15:</b> Bolos e não as bananas.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai variando a quantidade de bolo, também varia a quantidade de banana? <b>E15:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Por que varia? <b>E15:</b> Porque aqui um bolo precisa de duas, dois bolos precisa de quatro. Dois para um, dois para outro. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de bananas que vou usar? <b>E15:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Depende do quê? <b>E15:</b> Da banana. <b>Pesquisadora:</b> Eu vou comprar as bananas para fazer bolo, depende do quê para saber quantas bananas que preciso comprar? <b>E15:</b> Depende da quantidade de bolo que eu vou fazer. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E15:</b> Dois para um, dois para outro. Dois para esse, dois para esses e dois para esses quando três bolos. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas eu preciso para qualquer quantidade de bolo que eu fizer? <b>E15:</b> Pegando só duas e juntando. <b>Pesquisadora:</b> Vou pegando de duas em duas e vou juntando? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Se for fazer dez bolos, eu vou juntando duas bananas para cada bolo?</p>

	<p><b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Se for fazer vinte? <b>E15:</b> Duas para cada um. <b>Pesquisadora:</b> Existe uma continha para eu descobrir sem ser juntando dois para cada? <b>E15:</b> De dois em dois.</p>
E16	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E16:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem um bolo quantas bananas? <b>E16:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Na segunda linha? <b>E16:</b> Quatro bananas, dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E16:</b> Porque é necessário para um bolo, duas bananas e dois é quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui nessa terceira linha, quantos bolos e quantas bananas? <b>E16:</b> Seis bananas e três bolos. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E16:</b> Porque é duas bananas em cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> E a última linha? <b>E16:</b> Oito bananas, para quatro bolos. <b>Pesquisadora:</b> O que você fez? <b>E16:</b> Duas para cada. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E16:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E16:</b> O bolo e a banana. <b>Pesquisadora:</b> Quantos bolos? <b>E16:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E16:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco bolos e dez bananas? <b>E16:</b> Duas bananas para cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? Eu coloquei o dez e o três. Ai sobrou sete bananas. Por que você fez dez? Porque eram dez banana. Você fez sete mais três igual a dez, por que você fez assim? (o estudante primeiro realiza o cálculo mental e depois registra uma operação, ele não sabe informar outra forma de registro).  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, vai variar a quantidade de bananas? <b>E16:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> E por que você acha que muda? <b>E16:</b> Porque para dois bolos é quatro bananas e para três é seis. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de bananas, depende do quê? <b>E16:</b> Do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui tem um bolo duas bananas e aqui tem dois bolos e quatro bananas? <b>E16:</b> Porque são necessárias duas bananas em um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E16:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe me dizer como descobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? <b>E16:</b> Só contar de dois em dois <b>Pesquisadora:</b> Até chegar a quantidade? <b>E16:</b> Ahan.</p>
E17	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E17:</b> Duas <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem quantos bolos? <b>E17:</b> Um. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E17:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Na segunda linha? <b>E17:</b> Dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E17:</b> Quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui nessa terceira linha, quantos bolos e quantas bananas? <b>E17:</b> Três bolos e seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E a última linha o que você fez? <b>E17:</b> quatro bolos, oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra um bolo tem duas bananas e pra quatro bolos você fez oito bananas? <b>E17:</b> Porque aumenta o bolo e aí tem que aumentar a banana também. <b>Pesquisadora:</b> E aumenta de quanto em quanto a banana? <b>E17:</b> De dois em dois a banana. <b>Pesquisadora:</b> A cada um bolo a mais...<b>E17:</b> Duas bananas a mais. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E17:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E17:</b> Eu contei. <b>Pesquisadora:</b> Mas como você contou? <b>E17:</b> Desenhei. <b>Pesquisadora:</b> Como você desenhou? <b>E17:</b> Os bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantos bolos você desenhou? <b>E17:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> E pra cada bolo o que você fez? <b>E17:</b> duas bananas pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E17:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Deu sete, mas como você fez? <b>E17:</b> Eu fiz de menos. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez de menos? <b>E17:</b> Porque tirou três. <b>Pesquisadora:</b> Esse dez é do quê? <b>E17:</b> De 10 bananas. <b>Pesquisadora:</b> Esse três? <b>E17:</b> Que estragaram.  <b>2º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de banana? <b>E17:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E17:</b> Porque aumenta o bolo e tem que aumentar a banana também. <b>Pesquisadora:</b> E aumenta de quanto em quanto a banana? <b>E17:</b> De dois em dois a banana. <b>Pesquisadora:</b> A cada um bolo a mais? <b>E17:</b> Duas bananas a mais. <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber a quantidade de bananas depende do quê? <b>E17:</b> Han? <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber quantas bananas vou comparar depende do quê? <b>E17:</b> Como assim? <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber quantas bananas eu tenho que comparar, se comprar oito ou seis, depende do quê? <b>E17:</b> Aumentando de duas em duas. <b>Pesquisadora:</b> Mas depende da quantidade de bolo que vou fazer para saber? <b>E17:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de banana depende da quantidade de bolo? <b>E17:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E17:</b> Porque está aumentando a quantidade de bolos. <b>Pesquisadora:</b> E o que teve que fazer? <b>E17:</b> Aumentar as bananas. <b>Pesquisadora:</b> E por que aqui você desenhou quatro bolos e aqui você desenhou quatro bananas? <b>E17:</b> Porque aumenta a quantidade de bolos e de bananas. <b>Pesquisadora:</b> Cada um bolo a mais quantas bananas? <b>E17:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E17:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Para fazer cinco bolos você diz que são necessárias dez bananas, agora vamos imaginar para qualquer quantidade de bolos, como eu vou saber quantas bananas eu preciso? <b>E17:</b> Aumenta duas. <b>Pesquisadora:</b> Se eu quiser saber oito bolos, como é que consigo saber quantas bananas? <b>E17:</b> Aumentar a quantidade da banana. <b>Pesquisadora:</b> Como eu aumento essa quantidade? <b>E17:</b> De dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> Existe uma continha que a gente consegue descobrir? <b>E17:</b> Aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez bolos, como poderia descobrir? <b>E17:</b> Seria umas vinte bananas? <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou pra dar vinte? <b>E17:</b> Eu contei. <b>Pesquisadora:</b> Como contou? <b>E17:</b> contei de dois em dois. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse sete bolos, não precisa dar o resultado, como você faria? <b>E17:</b> Eu ia contar de dois em dois</p>
E18	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E18:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem quantos bolos? <b>E18:</b> Um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E18:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Na segunda linha? <b>E18:</b> Dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E18:</b> Quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui nessa terceira linha? <b>E18:</b> Três bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E18:</b> Fiz quatro, mas é seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E a última linha o que você fez? <b>E18:</b> quatro bolos, oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra um bolo tem duas bananas e pra dois bolos quatro bananas? <b>E18:</b> Porque um bolo faz com duas bananas. É duas bananas que faz só um bolo. E pra dois bolos precisa de quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aumenta de quanto em quanto a banana? <b>E18:</b> De dois em dois a banana. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E18:</b> Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E18:</b> Eu fiz os pontinhos. Cada bolo precisa de duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E18:</b> Sete bananas. <b>Pesquisadora:</b> Deu sete, mas como você fez? <b>E18:</b> Eu tirei, era dez, aí eu risquei. <b>Pesquisadora:</b> Então você desenhou quantas? <b>E18:</b> Desenhei dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> E depois tirou quantas? <b>E18:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você desenhou dez bananas? <b>E18:</b> Porque Dona Benta ia fazer cinco bolos e ela precisava de dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como três estragaram você tirou três? <b>E18:</b> Isso.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de banana? <b>E18:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, vai mudando a quantidade de banana? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E18:</b> Tipo para fazer um bolo vai precisar de duas bananas, para fazer dois bolos vai precisar de quatro, isso mudou já e para fazer três bolos vai precisar de seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como descubro a quantidade de bananas? <b>E18:</b> Você conta tipo aqui são duas, aí você conta assim um e dois, faz o número um e dois. <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber a quantidade de bananas, depende da quantidade de bolos? <b>E18:</b> Sim, depende do bolo. <b>Pesquisadora:</b></p>

	<p>Por que um bolo duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E18:</b> Porque cada bolo precisa de duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui como são dois bolos? <b>E18:</b> São quatro bananas <b>Pesquisadora:</b> Dois para cada bolo? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como consigo descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolos? <b>E18:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez bolos? <b>E18:</b> Não sei.</p>
E19	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E19:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem um bolo quantas bananas? <b>E19:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Na segunda linha? <b>E19:</b> Quatro bananas, dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E19:</b> Porque é necessário para um bolo, duas bananas e dois é quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui nessa terceira linha, quantos bolos e quantas bananas? <b>E19:</b> Seis bananas e três bolos. <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E19:</b> Porque é duas bananas em cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> E a última linha? <b>E19:</b> Oito bananas, para quatro bolos. <b>Pesquisadora:</b> O que você fez? <b>E19:</b> Duas para cada. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E19:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E19:</b> Eu fiz cinco bolos. Aí eu contei um, dois; três quatro; cinco seis; sete oito; nove dez. Aí eu fui fazendo as bananas. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E19:</b> Eu fiz cinco menos três. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco? <b>E19:</b> De bananas. Aí três estragou e ficou duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui falou que ela comprou cinco bananas? Esse cinco é do quê? <b>E19:</b> Dos bolos. <b>Pesquisadora:</b> Então quantas bananas ela precisava comprar? <b>E19:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> E o que aconteceu com três? <b>E19:</b> Estragou. <b>Pesquisadora:</b> Então qual conta deveria ser feita? <b>E19:</b> Não sei.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade bolos, varia a quantidade de bananas? <b>E19:</b> Varia <b>Pesquisadora:</b> Como assim? <b>E19:</b> Cada bolo precisa de duas, quando tem mais bolos precisa de muita banana. <b>Pesquisadora:</b> Então varia a quantidade de bolo e a quantidade de bananas? <b>E19:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Depende do que para saber a quantidade de bananas? <b>E19:</b> Do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui tem um bolo para duas bananas e dois bolos quatro bananas? <b>E19:</b> Cada bolo precisa de duas, precisa de colocar quatro. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E19:</b> Sempre. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolos, por exemplo se for cinco, dez, vinte? <b>E19:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez bolos? <b>E19:</b> Não sei.</p>
E20	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E20:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem um bolo e quantas bananas? <b>E20:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> E pra dois bolos? <b>E20:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E pra três bolos? <b>E20:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E20:</b> Porque é duas bananas em cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> E na última linha o que você fez? <b>E20:</b> Desenhei quatro bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E20:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra quatro bolo você desenhou oito bananas? <b>E20:</b> Porque cada um ficou dois, é dois pra aqui, dois pra lá, dois pra cá e dois pra esse. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E20:</b> Um, dois, três... dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que dez? <b>E20:</b> Porque é cinco bolo e duas bananas pra cada. E não vai dá seis bananas pra cinco bolos, precisa de mais. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E20:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Por que sete? <b>E20:</b> Porque eu contei essas daqui que não tinha estragado, se não fosse ia ser dez bananas, mas estragaram três e ficaram sete.</p> <p><b>2º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolos, varia a quantidade de bananas? <b>E20:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E20:</b> Porque cada bolo precisa de duas bananas e que for mais bolo, precisa de mais banana para comprar. <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai aumentando um, vai aumentando quantas bananas? <b>E20:</b> Dois bolos precisa de quatro, três bolos precisa de seis. <b>Pesquisadora:</b> Então tá aumentando de quanto em quanto? <b>E20:</b> Duas bananas para um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir a quantidade de bananas depende do quê? <b>E20:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Depende do quê? Da quantidade de bolo? <b>E20:</b> Da quantidade de bananas. <b>Pesquisadora:</b> Mas para eu saber a quantidade de bananas, vamos supor vou ao mercado para fazer alguns bolos, depende do que para eu saber a quantidade de bananas? <b>E20:</b> Do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um bolo duas bananas e aqui dois bolos quatro bananas? <b>E20:</b> Porque ela vai fazer mais bolo e precisa de mais banana pra fazer o bolo, porque duas bananas para cada um bolo. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de bolo quantas bananas são necessárias? <b>E20:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como descubro para qualquer quantidade de bolo? <b>E20:</b> Precisa saber <b>Pesquisadora:</b> Saber o quê? <b>E20:</b> Da quantidade, tipo vamos fazer quatro bolo, ai vai fazer mais quatro bolo, daí vai precisar de oito. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez bolos, como daria para descobrir quantas bananas, não precisa dar repostas. <b>E20:</b> Precisava de... Comprava a massa do bolo e a quantidade certinha de banana que precisava <b>Pesquisadora:</b> Como você vai saber certinho a quantidade de bananas que precisa? <b>E20:</b> Por causa do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Você faria um conta ou que faria? <b>E20:</b> Tipo a gente colocava a massa e duas bananas para cada um bolo.</p>
E21	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E21:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem um bolo e quantas bananas? <b>E21:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> E pra dois bolos? <b>E21:</b> Quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E pra três bolos? <b>E21:</b> Seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E na última linha o que você fez? <b>E21:</b> Desenhei quatro bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E21:</b> Oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade da banana depende do quê? <b>E21:</b> Ah do bolo, aqui tem três bolos, aqui tem seis bananas, não tem duas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E21:</b> Um, dois, três... dez. Dez bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que dez? <b>E21:</b> Porque é cinco bolo e eu desenhei duas bananas pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E21:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Por que sete? <b>E21:</b> Porque eu desenhei dez bananas e tirei as bananas que estragaram.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolos, vai variar a quantidade de bananas? <b>E21:</b> Como? <b>Pesquisadora:</b> Conforme muda, aqui tem um, aqui tem dois. Muda a quantidade de bananas? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E21:</b> Porque aqui já tem quatro, aqui tinha dois, aqui tinha um, aí aqui tem quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que muda a quantidade de bananas, conforme muda a quantidade de bolos? <b>E21:</b> Porque usa duas bananas para cada. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bananas? <b>E21:</b> (Silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Depende da quantidade de bolos para você saber? <b>E21:</b> Sim aqui três bolos, um, dois, três, quatro, cinco e seis. Aqui tem seis bananas para três bolos. <b>Pesquisadora:</b> Então depende da quantidade de bolo para saber a quantidade de bananas? <b>E21:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são duas bananas e um bolo e aqui quatro bananas e dois bolos? <b>E21:</b> Porque coloca dois aqui e dois aqui. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E21:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> E como faço para descobrir qualquer quantidade de bananas, vamos supor que tenha que fazer dez bolos. Como vou saber a quantidade de bananas? <b>E21:</b> Vai ter que pegar um cacho inteiro.</p>
E22	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E22:</b> Duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de</p>

	<p>bananas. Na primeira linha tem quantos bolos? <b>E22:</b> Só tem um. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E22:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Na segunda linha? <b>E22:</b> Dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E22:</b> Quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui nessa terceira linha? <b>E22:</b> Três bolos. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E22:</b> seis. <b>Pesquisadora:</b> E na última linha? <b>E22:</b> quatro bolos, oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Por que um bolo tem duas bananas e quatro bolos têm quatro bananas. <b>E22:</b> Porque cada um bolo é duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E22:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou pra colocar dez? <b>E22:</b> Porque eu vi que cada um bolo precisava de duas. <b>Pesquisadora:</b> Então você desenhou as dez bananas para os cinco bolos? <b>E22:</b> É. (O estudante não respondeu o item “d”, mas a pesquisadora perguntou para o estudante responder de forma oral) <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E22:</b> Era dez bolos e estragaram três e ficou sete. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez para dar sete? <b>E22:</b> Eu contei.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> A primeira situação é do bolo de banana certo? Então para fazer um bolo de banana precisa de quantas bananas? <b>E22:</b> Duas <b>Pesquisadora:</b> De duas muito bem. Bom Paulo, você viu que aqui o que está acontecendo com os bolos em cada linha, está o que? com a quantidade de bolo, aqui tem um bolo, aqui já tem dois. <b>E22:</b> Precisa de quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Então está aumentando a quantidade não está? <b>E22:</b> De bolo. Pois bem, você acha que conforme muda a quantidade de bolo, também muda, varia a quantidade de bananas? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sim, porque você acha? <b>E22:</b> Porque eu vi. <b>Pesquisadora:</b> Por que você viu? <b>E22:</b> As continhas. <b>Pesquisadora:</b> Ah, você viu as continhas, mas mais do que isso, porque será que aumenta aqui, está alterando e aqui também está alterando, está mudando a quantidade de bananas. <b>E22:</b> Porque cada uma é duas. <b>Pesquisadora:</b> Ah porque cada bolo são duas bananas. <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Entendi. Então para você para eu descobrir a quantidade de banana que tem que ser, o que eu preciso para saber a quantidade de bananas? <b>E22:</b> Contando cada uma banana. <b>Pesquisadora:</b> Contar o que? <b>E22:</b> Contando cada uma banana que tenho que contar. <b>Pesquisadora:</b> Tem que contar cada banana, mas assim você acha para saber a quantidade de banana para eu fazer, vamos supor que eu vou ao mercado comprar algumas bananas para fazer alguns bolos. Para saber essa quantidade de banana que preciso comprar, depende da quantidade de bolo que eu vou fazer? <b>E22:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra um bolo são duas bananas, dois bolos são quatro bananas? <b>E22:</b> Porque cada uma é duas. <b>Pesquisadora:</b> Cada uma o quê? <b>E22:</b> Cada um bolo vem duas bananas. <b>Pesquisadora:</b> Ah, cada um bolo vem duas bananas, então aqui como são dois bolos? <b>E22:</b> Vem quatro. <b>Pesquisadora:</b> Porque então vem quatro? <b>E22:</b> Porque cada uma é duas. Porque aqui é duas para uma e mais duas para uma aqui e outra para essa. <b>Pesquisadora:</b> Ah, entendi, muito bem. Sempre serão duas bananas para um bolo? A cada bolo eu tenho que colocar duas bananas? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como eu descubro a quantidade a quantidade de bolo pra qualquer quantidade de bananas? <b>E22:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez bolos? <b>E22:</b> Não sei.</p>
E23	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E23:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Em dois bolos, quantas bananas? <b>E23:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E23:</b> Três bolos e seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? Quantos bolos? <b>E23:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E23:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui são 4 bolos e 8 bananas e aqui são três bolos e seis bananas? <b>E23:</b> Porque depende, a cada bolo precisa de duas bananas, ai pra oito vai ter que acrescentar mais bananas. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas a mais? <b>E23:</b> Duas bananas a mais pra cada bolo. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? Como você fez? <b>E23:</b> Eu fiz cinco mais dois. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco mais dois? <b>E23:</b> Porque ela vai fazer cinco bolos e ela precisará comprar 5 bananas. <b>Pesquisadora:</b> Ela vai fazer 5 bolos e ela precisará comprar 5 bananas? Mas e esses dois? <b>E23:</b> Dois a mais. <b>Pesquisadora:</b> Por que são duas bananas a mais? Então nesse caso são quantas bananas? <b>E23:</b> Ela precisa de duas bananas pra cada. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer</p>

	<p>os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E23:</b> Ficou quatro bananas boas. E como você fez? <b>E23:</b> Sete menos três é igual a cinco.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de bolo, varia a quantidade de banana? <b>E23:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Porque você acha que varia, conforme vai mudando a quantidade de bolo, vai mudando a quantidade de banana? <b>E23:</b> Depende de quantas bananas é. <b>Pesquisadora:</b> Depende de quantas bananas? Mas depende da banana ou do bolo? <b>E23:</b> Depende da banana e do bolo. <b>Pesquisadora:</b> Como assim depende da banana e do bolo? <b>E23:</b> Porque a quantidade que tem a banana os bolos vão mudando de quantidade. <b>Pesquisadora:</b> Ah entendi, não seria ao contrário, conforme vai mudando os bolos vai mudando as bananas? <b>E23:</b> Vai mudando os bolos e as bananas. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá bom. Como você descobre a quantidade de bananas? <b>E23:</b> Eu vou desenhar oito bananas. <b>Pesquisadora:</b> Como eu descubro a quantidade que é necessário para colocar de bananas? Depende do quê, a quantidade de bananas? <b>E23:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Olha, aqui você fez seis bananas, certo? Por que aqui você colocou seis bananas, dependeu do que, para você achar que aqui são seis? <b>E23:</b> Porque estava escrito. <b>Pesquisadora:</b> Porque estava escrito. E no caso aqui você colocou oito bananas, por que você colocou oito bananas? Você olhou o que para dar oito bananas? <b>E23:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Você sabe para descobrir a quantidade de banana, depende da quantidade de bolo? Sim ou não? <b>E23:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E23:</b> Não, aqui é um bolo vai precisar de duas bananas, aqui dois bolos quatro bananas. <b>Pesquisadora:</b> Isso. <b>E23:</b> Aqui três bolos, seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> Mas para cada bolo são quantas bananas? <b>E23:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Ok. E como descobrir a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolo? Você sabe me dizer como a gente consegue descobrir? <b>E23:</b> Depende quantos bolos quer fazer, vai acrescentando mais bananas. <b>Pesquisadora:</b> E vai acrescentando a cada bolo, quantas bananas? <b>E23:</b> Se faz um, duas bananas. Se faz dois, quatro bananas. Se faz três, seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> A tá, então vai acrescentando de quanto em quanto? Esse dois, quatro, seis está aumentando de quanto em quanto? <b>E23:</b> Duas bananas <b>Pesquisadora:</b> De duas em duas? <b>E23:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem!</p>
E24	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E24:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Em dois bolos, quantas bananas? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E em três bolos? <b>E24:</b> Seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E em quatro bolos? <b>E24:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Está certo? <b>E24:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> No caso para três bolos, são seis bananas e para quatro bolos, diminui o número de bananas? <b>E24:</b> Acho que aqui era cinco e ali era seis. <b>Pesquisadora:</b> Mas são quantas bananas para cada bolo? <b>E24:</b> (estudante ficou pensando) <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E24:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que é seis? <b>E24:</b> Porque achei que era seis. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? Como você fez? <b>E24:</b> Cinco vezes seis. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E24:</b> Porque cinco bananas precisam de seis bolos. <b>Pesquisadora:</b> Por que fez de vezes? <b>E24:</b> (estudante não soube explicar).</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Para fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E24:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme eu for alterando aqui, conforme vai mudando a quantidade de bolo vai mudando a quantidade de banana? <b>E24:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que não muda? <b>E24:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que as bananas dependem da quantidade de bolo? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Porque você acha que depende da quantidade de bolo? <b>E24:</b> Porque sim. <b>Pesquisadora:</b> Porque sim, mas você sabe me dizer o porquê? <b>E24:</b> É porque vou precisar de duas bananas e vai ser dois bolos, duas bananas e dois bolos. <b>Pesquisadora:</b> Então você acha que conforme eu mudo a quantidade de bolo, vai mudar a quantidade de banana? <b>E24:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Não vai mudar, se eu colocar três bolos ou um bolo vai ser a mesma quantidade de banana? <b>E24:</b> Vai. <b>Pesquisadora:</b> Vai, é, então se eu fizer um bolo são duas bananas e se eu fizer três bolos também vão ser duas bananas? <b>E24:</b> Vão ser duas bananas mesmo. <b>Pesquisadora:</b> Por que pra um bolo duas bananas e pra dois bolos quatro bananas? <b>E24:</b></p>

	<p>Dois bolos e quatro bananas, agora eu não sei. É porque para o bolo ficar puro... É bolo de banana. <b>Pesquisadora:</b> Ah, entendi é bolo de banana né! Você acha que sempre serão duas bananas para um bolo? <b>E24:</b> Sim, não! <b>Pesquisadora:</b> Não? <b>E24:</b> Um bolo tem que ser uma banana. <b>Pesquisadora:</b> Ah para um bolo tem que ser uma banana? <b>E24:</b> Oh duas bananas, você pega um pouquinho dessa e pega tudo dessa <b>Pesquisadora:</b> Ah vou pegar só um pouquinho dessa? Por que só um pouquinho dessa? <b>E24:</b> É porque eu acho que vai ficar um monte de banana, muita banana. <b>Pesquisadora:</b> Ah entendi, e como faço para descobrir a quantidade de banana para qualquer quantidade de bolo? Como eu descubro. <b>E24:</b> Eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem!</p>
E25	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E25:</b> Duas ou quatro. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem quantos bolos? <b>E25:</b> Um. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas para esse bolo? <b>E25:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantas? <b>E25:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Aqui têm quantos bolos? <b>E25:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E25:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Duas? <b>E25:</b> Um, dois, três, quatro, cinco, seis. <b>Pesquisadora:</b> Esses dois aqui só são os que estão aqui. Pra esses 2 bolos têm quantas bananas? <b>E25:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Para esses três bolos quantas bananas você desenhou? <b>Estudante 25:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você desenhou quatro bananas para essa quantidade de bolo? <b>E25:</b> Porque tem que ser quatro bananas pra ficar certinho os dois. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui só tem dois bolos? <b>E25:</b> Tem... Não, tem dois. <b>Pesquisadora:</b> Então são quatro bananas também? Igual esse daqui de cima? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Se aumentar a quantidade de bolo não aumenta a quantidade de bananas? <b>E25:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E25:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Você também acha que é quatro? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E25:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E25:</b> Três estragaram aí ficou duas.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Para um bolo de banana precisa de quantas bananas? <b>E25:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem! Você viu aqui que foi alterando a quantidade de bolo certo. Você acha que conforme vai variando a quantidade de bolo, vai variando a quantidade de bananas? <b>E25:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E25:</b> Porque... o que você falou mesmo que esqueci. <b>Pesquisadora:</b> Se eu mudar a quantidade de bolo, muda a quantidade de banana? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sim, porque muda? <b>E25:</b> Porque você precisa de mais um pouco de banana para fazer o bolo. <b>Pesquisadora:</b> Ah entendi, então conforme vai mudando a quantidade de bolo, também vai mudando a quantidade de banana? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem. E a cada um bolo a mais vai aumentando quantas bananas? <b>E25:</b> Dez <b>Pesquisadora:</b> Dez? Para eu saber a quantidade de banana depende do quê? <b>E25:</b> Depende... não sei. <b>Pesquisadora:</b> Vamos imaginar que a professora vai ao mercado e vou fazer alguns bolos aí eu preciso comprar as bananas, como eu sei quantas bananas tenho que comparar? Depende do quê? <b>E25:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Mas você sabe a quantidade de bolo? Eu falei a quantidade de bolo? <b>E25:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Então depende do quê para saber quantas bananas eu vou comprar? <b>E25:</b> Hummm <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um bolo duas bananas e aqui dois bolos quatro bananas? <b>E25:</b> Porque aí dá de fazer um bolo gostoso com gosto de banana. Aí tipo você faz né, aí tipo é a quantidade de leite né, se um vai dar para esse daqui. <b>Pesquisadora:</b> Uma banana? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então, eu faço uma banana para esse e uma banana para esse? É? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E essas duas que sobraram? <b>E25:</b> Não dá de fazer esses negócios aqui em cima? Não dá de fazer esses negócios aqui em cima. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão duas bananas para cada bolo ou não? <b>E25:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Não, ah entendi. Então para eu descobrir para qualquer quantidade de bolo, dá para descobrir quantas bananas vão ser? <b>E25:</b> Dá. <b>Pesquisadora:</b> Como? <b>E25:</b> Eu não consigo pensar. <b>Pesquisadora:</b> Não tem problema.</p>
E26	<p><b>1º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E26:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Para um bolo, quantas bananas? <b>E26:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Aqui tem quantos bolos? <b>E26:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Três? <b>E26:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E na terceira linha quantos bolos? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E quantas bananas? <b>E26:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos bolos você desenhou? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantas bananas? <b>E26:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que são oito também? <b>E26:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Para cada bolo são quantas bananas? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Três? <b>E26:</b> (estudante não soube explicar o item). <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E26:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Duas? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Então quanto que é? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Então para cinco bolos, são três bananas? <b>E26:</b> Sim.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de bolo vai variar a quantidade de bananas? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que não muda, aqui um bolo duas bananas, aqui dois bolos ficou quatro bananas, não mudou a quantidade de bananas? <b>E26:</b> Mudou. <b>Pesquisadora:</b> Mudou? Então você acha que conforme muda a quantidade de bolo, muda a quantidade de banana? <b>E26:</b> Muda. <b>Pesquisadora:</b> Muda, tá! Para eu saber quantas bananas são depende do quê? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Você não sabe do quê depende? Depende do bolo? Depende quantos bolos eu vou ter para saber quantas bananas? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui tem um bolo duas bananas e aqui têm dois bolos e quatro bananas? <b>E26:</b> Para fazer o bolo. <b>Pesquisadora:</b> E como a gente descobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade bolo? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez? <b>E26:</b> Não sei.</p>
E27	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E27:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Qual número você colocou aqui? <b>E27:</b> (estudante não soube decodificar) <b>Pesquisadora:</b> No próximo item você tinha que completar a tabela com a quantidade de bolo, quantidade de bananas e o numeral que representa a quantidade de bananas. Na primeira linha tem quantos bolos? <b>E27:</b> (O estudante não soube explicitar toda situação).</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de bolo vai variar a quantidade de bananas? Conforme muda a quantidade bolo, muda a quantidade de bananas? <b>E27:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme muda a quantidade de bolo, muda a quantidade de banana? <b>E27:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber quantas bananas são depende do quê? <b>E27:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Depende do bolo? Depende quantos bolos eu vou ter para saber quantas bananas? <b>E27:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Porque aqui tem um bolo duas bananas e aqui tem dois bolos quatro bananas? <b>E27:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Sempre vão ser duas bananas para cada bolo? <b>E27:</b> Acho que Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade bolo? <b>E27:</b> Não sei <b>Pesquisadora:</b> Para fazer dez bolos, quantas bananas são necessárias? <b>E27:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de banana para qualquer quantidade de bolo? <b>E27:</b> Eu não sei.</p>
E28	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Pra fazer um bolo de banana são necessárias quantas bananas? <b>E28:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Em dois bolos, quantas bananas? <b>E28:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E em três bolos? <b>E28:</b> Seis bananas. <b>Pesquisadora:</b> E por que você fez quatro? <b>E28:</b> (Não soube responder). <b>Pesquisadora:</b> E na última linha você desenhou quantos bolos? <b>E28:</b> Três. Tinha que desenhar três bolos de novo? <b>E28:</b> Eu acho. <b>Pesquisadora:</b> No próximo item: Dona Benta fará cinco bolos. Quantas bananas ela precisará comprar? <b>E28:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que é seis? <b>E28:</b> Porque é maior o número. <b>Pesquisadora:</b> O número de bananas tem que ser maior que o número de bolos? <b>E28:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> A próxima pergunta: Dona Benta comprou as bananas para fazer os cinco bolos. Ela demorou alguns dias para fazer os bolos e com isso, três bananas estragaram. Quantas bananas estavam boas para fazer os bolos? <b>E28:</b> (estudante não realizou o item, justificando que não tinha visto).</p>

	<p><b>2º Momento:</b> <b>Pesquisadora:</b> Você acha que a quantidade de banana varia conforme a quantidade de bolo? <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Porque você acha que vai mudando, vai mudando a quantidade bolos muda a quantidade de bananas, por quê? <b>E28:</b> Porque acho que vai ser mais fácil para eu fazer. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que vai ser mais fácil para você fazer? <b>E28:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de bananas? Depende do que para saber a quantidade de bananas? <b>E28:</b> Pelo bolo. <b>Pesquisadora:</b> Pelo bolo. Então tá! Por que são duas bananas e aqui é um bolo? E aqui são dois bolos e quatro bananas? <b>E28:</b> Mais bananas para o bolo. <b>Pesquisadora:</b> Ah, mais bananas para o bolo, então precisa de mais bananas? <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Tá bom! Sempre serão duas bananas para cada bolo? <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sim, ok! Como a gente descobre a quantidade de bananas para qualquer quantidade de bolos? <b>E28:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Não sabe, tá bom!</p>
--	---

E1

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 4) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

2) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

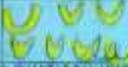
3) DONA BENTA FAZ 5 BOLOS. QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:  $2 \times 5 = 10$  BANANAS

4) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$  BANANAS

E2

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 4) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

2) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

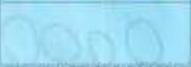
3) DONA BENTA FAZ 5 BOLOS. QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:  $2 \times 5 = 10$  BANANAS

4) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$  BANANAS

E3

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 4) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

2) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

3) DONA BENTA FAZ 5 BOLOS. QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:  $2 \times 5 = 10$  BANANAS

4) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$  BANANAS

E4

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 4) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

2) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

3) DONA BENTA FAZ 5 BOLOS. QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:  $2 \times 5 = 10$  BANANAS

4) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$  BANANAS

E5

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

4) DINA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:  $5 \times 2 = 10$

5) DINA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$

E6

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

4) DINA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:  $5 \times 2 = 10$

5) DINA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$

E7

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

4) DINA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA: 5 BOLOS  $5 \times 2 = 10$

5) DINA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$

E8

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PRA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NUMERAL QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		10 BANANAS

4) DINA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:  $5 \times 2 = 10$

5) DINA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $10 - 3 = 7$

E9

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 Bananas

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 Bananas
		6 BANANAS
		10 Bananas

4) DONA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$   
 RESPOSTA: 10 Bananas da Brasileira Paulista.

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 $10 - 3 = 7$   
 RESPOSTA: 7 Bananas estavam boas.

E10

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 Bananas

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 Bananas
		6 BANANAS
		10 Bananas

4) DONA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 $\frac{5}{2} = 2,5$   
 RESPOSTA: 10 Bananas

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 $\frac{10}{2} = 5$   
 RESPOSTA: 7 Bananas

E11

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 Bananas

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 Bananas
		6 BANANAS
		10 Bananas

4) DONA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 $\frac{5}{2} = 2,5$   
 RESPOSTA: 10 Bananas

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 $\frac{10}{2} = 5$   
 RESPOSTA: 7 Bananas

E12

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 Bananas

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 Bananas
		6 BANANAS
		10 Bananas

4) DONA BENTA PARA 5 BOLOS QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 $\frac{5}{2} = 2,5$   
 RESPOSTA: 10 Bananas

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 $\frac{10}{2} = 5$   
 RESPOSTA: 7 Bananas

E13

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 8 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARA COMPRAR?  
 RESPOSTA: 16 BANANAS

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 8 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: 13 BANANAS

E14

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 8 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARA COMPRAR?  
 RESPOSTA: 16 BANANAS

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 8 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: 13 BANANAS

E15

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 8 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARA COMPRAR?  
 RESPOSTA: 16 BANANAS

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 8 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 $5 - 3 = 2$   
 RESPOSTA: 2 BANANAS

E16

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA:

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 8 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARA COMPRAR?  
 RESPOSTA: 16 BANANAS

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 8 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 $10 - 3 = 7$   
 RESPOSTA: 7 BANANAS

E17

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA: 6 BANANAS

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: 3 BANANAS

E18

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4
		6 BANANAS
		8

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA: 10 BANANAS

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: 3 BANANAS

E19

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA: 6 BANANAS

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: 3 BANANAS

E20

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA:

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		6 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:

E21

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2

3) COMPLETE A TABELA.

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DÓNA BENTA PARA 5 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DÓNA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:

E22

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2

3) COMPLETE A TABELA.

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4
		6 BANANAS
		8

4) DÓNA BENTA PARA 5 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DÓNA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:

E23

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2

3) COMPLETE A TABELA.

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DÓNA BENTA PARA 5 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DÓNA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $7 - 3 = 4$

E24

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSARIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSARIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2

3) COMPLETE A TABELA.

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8 BANANAS

4) DÓNA BENTA PARA 5 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DÓNA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 5 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:  $5 - 3 = 2$

E25

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4
		6 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

E26

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4
		6 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:

E27

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2 BANANAS

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4
		6 BANANAS

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA: \_\_\_\_\_

E28

1) PARA FAZER 1 BOLO DE BANANA SÃO NECESSÁRIAS 2 BANANAS.  
 2) QUANTAS BANANAS SÃO NECESSÁRIAS PARA FAZER 1 BOLO?  
 RESPOSTA: 2

3) COMPLETE A TABELA

QUANTIDADE DE BOLO	QUANTIDADE DE BANANAS	NÚMERO QUE REPRESENTA A QUANTIDADE DE BANANAS
		2 BANANAS
		4 BANANAS
		6 BANANAS
		8

4) DONA BENTA PARA 3 BOLOS, QUANTAS BANANAS ELA PRECISARÁ COMPRAR?  
 RESPOSTA:

5) DONA BENTA COMPROU AS BANANAS PARA FAZER OS 3 BOLOS. ELA DEMOROU ALGUNS DIAS PARA FAZER OS BOLOS E COM ISSO 3 BANANAS ESTRAGARAM. QUANTAS BANANAS ESTAVAM BOAS PARA FAZER OS BOLOS?  
 RESPOSTA:

## APÊNDICE VI– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS SITUAÇÃO 2

Estudante	Diálogo da situação 2
E1	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E1:</b> Quatro copos.  <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E1:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E1:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E1:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E1:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E1:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E1:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Porque você pensou em duas vezes quatro? <b>E1:</b> Por causa que é assim, se um litro a gente bebe quatro copos, quer dizer que em dois litros a gente bebe oito copos. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E1:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E1:</b> Doze copos pra três litros. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Se um litro é quatro copos como que três litros vai ser quatro copos também. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que não tem como? <b>E1:</b> Eu acho que não tem como. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E1:</b> Ele tinha quatro litro. Quatro vezes quatro dá dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E1:</b> A de Luísa é cinco litros. Eu fiz cinco vezes quatro que deu vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre multiplicou por quatro? <b>E1:</b> Porque nessa tabela aqui, falou que um litro de leite enche quatro copos iguais, quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E1:</b> Vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Aqui deu vinte e três porque um integrante bebeu sete copos, nossa que guloso, só um bebeu sete copos, aí eu fui lá e juntei dezesseis mais sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Um litro enche quatro copos, você acha que a quantidade de litros varia a quantidade de copos? <b>E1:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Por causa que são dois litros, por exemplo, então vai ter que ser oito copos. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> E aqui é três litros, aqui doze copos. <b>Pesquisadora:</b> Por que estão variando? <b>E1:</b> Por causa que aqui também muda a quantidade de leite, então se um muda o outro com certeza também vai mudar. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá bom. Como você descobre a quantidade de copos? Como você vai saber a quantidade de copos que são? <b>E1:</b> Por exemplo, quatro vezes quatro, por causa que o litro são quatro copos, então sempre vou fazer cinco vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Então, a quantidade de copos depende da quantidade de litros? <b>E1:</b> A quantidade depende dos litros. <b>Pesquisadora:</b> E porque um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E1:</b> Por causa que um litro é diferente de dois. <b>Pesquisadora:</b> Por que é diferente? <b>E1:</b> Por causa que aqui tá falando um litro enche quatro e fiz a conta aqui quatro mais quatro em dois litros no caso e deu oito. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E1:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como descubro a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E1:</b> Por causa que um litro é quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas para qualquer quantidade de litros tem uma conta que faço para descobrir? <b>E1:</b> Sim, por exemplo 5x4. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez? <b>E1:</b> Dez vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Sempre o que? <b>E1:</b> Sempre vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> O que é vezes quatro? <b>E1:</b> Vezes quatro copos. A quantidade de litro vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem!</p>
E2	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E2:</b> Um litro de leite, quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E2:</b> Cinco litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E2:</b> Dois litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E2:</b> Quatro litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E2:</b> Três litros. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E2:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b></p>

	<p>Quantos copos ela vai utilizar? <b>E2:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Porque você pensou em duas vezes quatro? <b>E2:</b> Porque ela bebe dois litros. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E2:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E2:</b> Eu coloquei na resposta dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Por que dezesseis? <b>E2:</b> Eu não sei, de vez em quando minha cabeça vira. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui você colocou doze. <b>E2:</b> É porque é doze copos. <b>Pesquisadora:</b> Então três vezes quatro é dezesseis ou doze? <b>E2:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E2:</b> Quatro copos. Quatro vezes quatro dá dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E2:</b> A de Luísa é cinco litros. Eu fiz quatro vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Qual é o resultado? <b>E2:</b> Deu vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre multiplicou por quatro? <b>E2:</b> Porque tem quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E2:</b> Vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por que vinte e três? <b>E2:</b> Porque Beto bebe 16 copos, aí chegou o primo dele, aí ele usou mais sete copos que deu vinte e três.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Um litro enche quantos copos? <b>E2:</b> Um litro de leite enche quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E2:</b> Eu acho que não ia depender muito dos copos, mas para fazer a continha ia depender dos copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas conforme for variando a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E2:</b> Mais ou menos. <b>Pesquisadora:</b> Por que mais ou menos? <b>E2:</b> Porque assim os copos, tipo se você tiver quatro garrafas você enche dezesseis copos, mas se você tiver quatro garrafas e tiver um copo, você não consegue encher o copo inteiro. <b>Pesquisadora:</b> Não consegue encher? <b>E2:</b> Consegue, mas só que vai sobrar bastante leite. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá. Então conforme vai mudando a quantidade de litros, vai mudando a quantidade de copos? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de copos? <b>E2:</b> A quantidade de copos? <b>Pesquisadora:</b> Isso, depende do quê? <b>E2:</b> Depende do leite, se você tiver dois leites você pode encher oito copos. E se você tiver uma garrafa de leite dá para você encher quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> Ah então depende? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Tá bom. Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E2:</b> Porque um litro ele não consegue ultrapassar, se ele tivesse uma garrafa de leite, mas se eu tivesse duas e uma não ia dar certo, por que? Duas garrafas dá para encher oito copos, mas uma dá para encher quatro copos, então se eu fizer assim 2x o... como tem quatro copos, eu coloco vezes e como tem dois litros eu vou colocar o dois que na quantidade certa vai dar oito. <b>Pesquisadora:</b> Ok, então sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como a agente descobre a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E2:</b> Qualquer quantidade de litros? <b>Pesquisadora:</b> Isso, qualquer quantidade de litros? <b>E2:</b> Acho que deveria fazer uma continha. <b>Pesquisadora:</b> E qual continha? <b>E2:</b> Eu não sei muito bem. <b>Pesquisadora:</b> Não sabe, tudo bem. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez? <b>E2:</b> Não sei muito bem.</p>
E3	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E3:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E3:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E3:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E3:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E3:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E3:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E3:</b> Duas vezes quatro que dá oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E3:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E3:</b> Duas vezes quatro que dá doze. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E3:</b> A de Beto quatro vezes quatro que dá dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E3:</b> A de Luísa, é cinco leite, cinco vezes quatro que vira vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre multiplicou por quatro? <b>E3:</b> Porque mais não dá. Porque usa sempre quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E3:</b> Vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por que vinte e três? <b>E3:</b> Porque eu usei dezesseis mais sete.</p> <p><b>2º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que altera a quantidade de litros, altera a quantidade de copos?  <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E3:</b> Porque cada um litro dá oito copos <b>Pesquisadora:</b> Um litro dá oito? <b>E3:</b> Dá quatro. Depois você só vai colocar quatro vezes aqui o que tiver.  <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que altera, vai alterando os litros, vai alterando os copos? <b>E3:</b> Porque tem que colocar esse aqui. Conta que nós não sabe. <b>Pesquisadora:</b> Fazer a conta se não, não sabe. <b>E3:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Entendi. Para eu descobrir a quantidade de copos que são necessários. Depende do quê? <b>E3:</b> Da quantidade de leite que tem. <b>Pesquisadora:</b> Então depende da quantidade de leite que tem para eu descobrir a quantidade de copos? <b>E3:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro de leite enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E3:</b> Porque é dois litros de leite e um litro de leite enche quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> E aqui são dois? <b>E3:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> E precisará do quê? <b>E3:</b> Vezes. <b>Pesquisadora:</b> Vezes o quê? <b>E3:</b> Duas vezes quatro, três vezes quatro, quatro vezes quatro e cinco vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Entendi. Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como eu descubro a quantidade de copos pra qualquer quantidade de litros? <b>E3:</b> Colocar mais copos pra descobrir. <b>Pesquisadora:</b> Como faria? <b>E3:</b> Tipo, dez vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse vinte? <b>E3:</b> vinte vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse cinquenta? <b>E3:</b> cinquenta vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Então pra qualquer quantidade o que você faria? <b>E3:</b> Coloca duas vezes quatro, essas coisas. <b>Pesquisadora:</b> Então como você fará? <b>E3:</b> A quantidade de litros vezes algumas coisas. <b>Pesquisadora:</b> Alguma coisa o quê? <b>E3:</b> Vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Independentemente da quantidade de litro você faz vezes quatro? É isso. <b>E3:</b> Isso.</p>
E4	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E4:</b> Quatro copos.  <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E4:</b> Cinco litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E4:</b> Dois litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E4:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E4:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E4:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela utiliza? <b>E4:</b> Dá oito copos. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E4:</b> Três, que dá doze copos. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E4:</b> Eu pensei em oito vezes quatro, porque está mais perto do dez. Que vai dar dez, onze doze. <b>Pesquisadora:</b> Então você fez oito mais quatro que deu doze. A família de Beto? <b>E4:</b> A de Beto quatro litros. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E4:</b> Dezesesseis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E4:</b> Quatro vezes quatro que dá dezesesseis. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E4:</b> A de Luísa, é cinco leite. Quantos litros? Quatro vezes cinco que deu vinte. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E4:</b> (O estudante não registrou uma solução para o item “c”).</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você que conforme muda a quantidade de litros, muda a quantidade de copos? <b>E4:</b> Muda a quantidade de litros e muda a quantidade de copos. <b>Pesquisadora:</b> Sim? <b>E4:</b> É ó, dois litros é oito copos, três litros é doze, quatro litros é dezesesseis. <b>Pesquisadora:</b> Cinco litros? <b>E4:</b> São vinte. <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai mudando a quantidade de litros, vai mudando a quantidade de copos? <b>E4:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de copos que serão enchidos? <b>E4:</b> Dois litros, enche oito copos e aí mais quatro copos, vai enchendo até chegar. <b>Pesquisadora:</b> Então depende da quantidade de litros para a quantidade de copos? <b>E4:</b> Muda a quantidade de litros e muda a quantidade de copos. Aqui é doze, aqui é dezesesseis e aqui é vinte. E aqui é três, aqui é quatro e aqui é cinco. <b>Pesquisadora:</b> Para descobrir a quantidade de copos necessários, depende da quantidade de leite? <b>E4:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Porque um litro enche quatro copos e dois litros enche oito copos? <b>E4:</b> Porque quatro mais quatro é oito. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E4:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse 10 litros? <b>E4:</b> Não sei.</p>
E5	<p><b>1º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E5:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E5:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E5:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E5:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E5:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E5:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E5:</b> Oito. Qual conta você fez? Duas vezes quatro igual a oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E5:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? Doze. Qual conta você fez? <b>E5:</b> oito vezes quatro igual a doze, quatro pra esse, mais quatro pra esse mais quatro pra esse. <b>Pesquisadora:</b> Então no lugar de doze vezes quatro, não seria três vezes quatro? <b>Sim.</b> <b>Pesquisadora:</b> Então oito vezes quatro é doze? <b>E5:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Como seria para dar doze? <b>E5:</b> Três vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto utiliza quantos litros? <b>E5:</b> Quatro. Quantos copos a família de Beto utiliza? <b>E5:</b> Dezesseis. Como você descobriu? <b>E5:</b> Eu fiz a conta quatro vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez quatro vezes quatro? <b>E5:</b> Porque são quatro garrafas de leite e quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E5:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E5:</b> Vinte copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E5:</b> (O estudante não registrou uma solução para o item “c”).</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E5:</b> Uma caixa quatro, mais uma caixa quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> Então vai variando a quantidade de litros, vai variando a quantidade de copos? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber a quantidade de copos, depende de alguma coisa, como descobre? <b>E5:</b> Das caixas de leite quantos vão ser. <b>Pesquisadora:</b> Então quanto mais caixas? <b>E5:</b> Mais copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas quantos copos? <b>E5:</b> De quatro em quatro <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enche oito copos? <b>E5:</b> Ficam oito, porque são duas garrafas e cada uma enche quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> E sempre serão quatro copos para cada leite? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E5:</b> Para quantos copos? <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de litros como posso descobrir quantos copos eu vou utilizar? <b>E5:</b> Usando quatro, quatro mais quatro, vai indo de quatro em quatro. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez litros, como descobre? <b>E5:</b> dez vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Se for vinte? <b>E5:</b> Vinte vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Se for vinte e cinco? <b>E5:</b> Vinte e cinco vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Então sempre vai ser? <b>E5:</b> A quantidade de copos. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de copos não muda? <b>E5:</b> As garrafas de leite que vão mudando os copos de quatro pra cada.</p>
E6	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E6:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E6:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E6:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E6:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E6:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E6:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E6:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E6:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E6:</b> Doze copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E6:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E6:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E6:</b> Vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre fez vezes quatro? <b>E6:</b> (O estudante reflete um pouco) Porque é quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E6:</b> Sete mais dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E6:</b> Porque aqui tem dezesseis (apontando para a quantidade de Beto na tabela) e porque aqui tem mais sete (apontando para a quantidade que está no item).</p> <p><b>2º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E6:</b> Porque dois usa oito copos. <b>Pesquisadora:</b> Dois usa oito copos. Então vai variando? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como eu faço para descobrir a quantidade de copos, depende da quantidade de litros? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E6:</b> Porque precisa saber pra colocar os copos, se tiver só um litro coloca só quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E6:</b> Porque aqui tem dois e aqui tem um. <b>Pesquisadora:</b> Dois o quê? <b>E6:</b> Dois litros e aqui um litro. <b>Pesquisadora:</b> Aqui tem um litro e aqui tem dois litros. Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como a gente descobre a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E6:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Você sabe me responder? <b>E6:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez litros? <b>E6:</b> (Silêncio).</p>
E7	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E7:</b> Quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E7:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E7:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E7:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E7:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E7:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E7:</b> Oito, então são dois vezes quatro igual a oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E7:</b> Três litros. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E7:</b> Doze copos. <b>Pesquisadora:</b> Por que doze copos? <b>E7:</b> Porque se eu tiver três caixas de leite, são três litros, então se eu colocar três vezes quatro. Por que vezes quatro? Porque são quatro copos que um litro consegue servir. A família de Beto? <b>E7:</b> Quatro litros são quatro vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E7:</b> Cinco vezes quatro são vinte copos. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre multiplicou por quatro? <b>E7:</b> Porque um litro serve quatro copos, então está usando mais litro, formando mais contas. <b>Pesquisadora:</b> O quatro não precisa mudar? <b>E7:</b> Não, uma caixa de leite serve quatro, se colocar duas vai servir oito. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E7:</b> Sete mais dezesseis que dá vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez essa conta? <b>E7:</b> Se ele recebeu o primo dele e é sete copos, eu vou ter que fazer essa conta de sete mais dezesseis.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E7:</b> Porque eu tenho dois litros, duas vezes quatro é igual a oito. Aí tem três litros vou ter que colocar três vezes quatro que vai dar doze. <b>Pesquisadora:</b> Ah sim. Como você descobre a quantidade de copos? <b>E7:</b> Porque depende de cada litro. <b>Pesquisadora:</b> Depende dos litros? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então tá. Por que em um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E7:</b> Porque vai sempre multiplicar por 4. Um litro serve quatro e dois litros servem mais quatro copos oito. <b>Pesquisadora:</b> Mas cada um litro enchem quantos copos? <b>E7:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Então sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de copos necessários para qualquer quantidade de litros, como descobre? <b>E7:</b> Vai ser dez vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> E se for vinte litros? <b>E7:</b> Vinte vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Sempre vai ser vezes quanto? <b>E7:</b> Vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Ok.</p>
E8	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E8:</b> Quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E8:</b> Cinco litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E8:</b> Dois litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E8:</b> Quatro litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E8:</b> Três litros. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E8:</b> Dois litros. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E8:</b> Oito copos. <b>Pesquisadora:</b> Porque você pensou em duas vezes quatro? <b>E8:</b> Porque é quatro copos pra um litro e precisa ser</p>

	<p>duas vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E8:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E8:</b> Doze copos. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E8:</b> Se um litro é quatro copos, três vai ser três vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E8:</b> Usa quatro litros, que dá dez copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E8:</b> Cinco litros que dá vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre multiplicou por quatro? <b>E8:</b> Porque cada litro enche quatro copos e só muda a quantidade de leite. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E8:</b> Vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E8:</b> Eu juntei o de Beto e de seu primo.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Um litro enche quatro copos, você acha que a quantidade de litros varia a quantidade de copos? <b>E8:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E8:</b> Porque são dois litros, tem mais, vai ser oito copos. <b>Pesquisadora:</b> Por que está variando? <b>E8:</b> Porque se muda um muda o outro, né. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá bom. Como você descobre a quantidade de copos? <b>E8:</b> Como assim? <b>Pesquisadora:</b> Depende de alguma coisa? <b>E8:</b> Ah do litro. <b>Pesquisadora:</b> E porque um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E8:</b> Porque 4 é diferente de dois. <b>Pesquisadora:</b> Por que é diferente? <b>E8:</b> Porque pra dois litros precisa de 4 pra cada. <b>Pesquisadora:</b> Mas para qualquer quantidade de litros tem uma conta que faço para descobrir? <b>E8:</b> Para cinco é vinte litros. <b>Pesquisadora:</b> E pra qualquer quantidade? <b>E8:</b> Dá pra pega o litro e fazer vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem!</p>
E9	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E9:</b> Um litro de leite enche quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E9:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E9:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E9:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E9:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E9:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E9:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E9:</b> Duas vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E9:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E9:</b> Doze copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E9:</b> Quatro copos. Quantos copos? Quatro vezes quatro igual a dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E9:</b> Cinco litros. Quantos copos? Vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre multiplicou por quatro? <b>E9:</b> (O estudante reflete e aponta o dedo para a quantidade de quatro copos). <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E9:</b> Vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E9:</b> Dezesseis mais sete igual a vinte e três.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha conforme varia a quantidade de litros, vai variando a quantidade de copos? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E9:</b> Porque vai aumentando o leite e vai aumentando o copo. <b>Pesquisadora:</b> Ok. Como você descobre a quantidade de copos? <b>E9:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Do que depende a quantidade de copos, por exemplo aqui você colocou oito copos e aqui você colocou doze, depende do quê? <b>E9:</b> Do leite. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um litro enche quatro copos e dois litros enche oito copos? <b>E9:</b> Porque quatro mais quatro é oito. <b>Pesquisadora:</b> Em cada litro são quatro? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E9:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como eu descubro? <b>E9:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por exemplo, se for 10 litros, como eu vou saber quantos copos. Existe alguma continha que dá para fazer? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Qual continha? <b>E9:</b> Dez mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Dez mais cinco para eu saber, se for 10 litros você faz dez mais cinco? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Na tabela você fez 2x4 igual a 8, 3x4 igual a 12, 4x4 igual a 16 e 5x4 igual a 20. E se fosse 10 qual continha você faria? <b>E9:</b> 10 mais 4. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse 100? Como você iria fazer? <b>E9:</b> 100x ... (silêncio) 200. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse três litros, você faria quanto? <b>E9:</b> 3x4 <b>Pesquisadora:</b> E se fosse 10? <b>E9:</b> 3x5.</p>

E10	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E10:</b> Quatro copos.  <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E10:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E10:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E10:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E10:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E10:</b> Dois litros. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E10:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você pensou chegar no oito? <b>E10:</b> três mais cinco. (a criança não sabe informar o porquê de três e de cinco, ela apenas pensou numa soma que desse oito) <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E10:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E10:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E10:</b> Quatro mais quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E10:</b> Eu acho que três, aí você conta quatro três vezes. Porque um litro de leite enche quatro. Kaio utiliza três litros, aí eu contei três vezes. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E10:</b> Dezesesseis copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E10:</b> Cinco litros. Vinte copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E10:</b> Vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou no dezesesseis? <b>E10:</b> Porque Beto utilizava dezesesseis copos. E o sete? <b>E10:</b> O sete porque eles precisaram utilizar sete copos.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? Se eu alterar a quantidade de litros, altera a quantidade de copos? <b>E10:</b> Eu acho que não sei. Para um litro você enche quatro copos. Acho que não sei. Não sei.  <b>Pesquisadora:</b> Mas se eu for mudando os litros aqui, aqui tem 2, aqui tem 3, aqui tem 4, vai mudando a quantidade de copos? <b>E10:</b> Eu acho que sim <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E10:</b> Eu não sei. Por causa que um litro enche quatro copos, dois litros podem encher doze copos. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E10:</b> Não, dois litros pode encher oito copos <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de copos? <b>E10:</b> A quantidade de copos? <b>Pesquisadora:</b> Depende de alguma coisa para eu saber quantos copos eu vou usar? <b>E10:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que depende da quantidade de litros? <b>E10:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que depende da quantidade de litros? <b>E10:</b> Por causa que se você pegar tipo três litros, pode dar 12 copos <b>Pesquisadora:</b> Então se eu pego três litros dá 12 copos, aí se eu pego cinco litros pode dar? <b>E10:</b> Pode dar vinte. <b>Pesquisadora:</b> Ah, ok! Outra pergunta, porque você acha que um litro são quatro copos e dois litros são oito copos? <b>E10:</b> Não sei, é porque um litro de leite enche quatro copos iguais. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui, o que acontece? <b>E10:</b> E dois litros pode encher oito copos <b>Pesquisadora:</b> Ah, então porque aumentou aqui, tem que aumentar aqui? <b>E10:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que sempre pra um litro serão quatro copos? <b>E10:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Ou você acha que a cada um litro desse vai caber mais? <b>E10:</b> Eu acho que cada um desse cabe mais. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E10:</b> Não sei <b>Pesquisadora:</b> Aqui está falando que um litro enche quatro copos iguais <b>E10:</b> Então acho que ele só consegue encher quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> Então cada um desses só consegue encher quatro copos? <b>E10:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Você sabe me dizer como faço para descobrir para qualquer quantidade de leite, quantos copos vou utilizar? <b>E10:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Vamos supor, dez litros, você sabe que continha eu consigo fazer? <b>E10:</b> Como assim? <b>Pesquisadora:</b> Se eu precisar dez litros de leite, eu vou distribuir, aí vou precisar de copos para distribuir esses litros, como vou saber quantos copos são? <b>E10:</b> Como assim? <b>Pesquisadora:</b> Existe alguma continha que eu posso fazer? <b>E10:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez litros? <b>E10:</b> Se fosse dez litros existiria sim. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta? <b>E10:</b> Eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> Não precisa dar a resposta só a conta, por exemplo, só que continha que daria para fazer para eu descobrir para dez litros <b>E10:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem!</p>
E11	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E11:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E11:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E11:</b> Dois.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E11:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E11:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E11:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E11:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você pensou para fazer? <b>E11:</b> Duas vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Porque você pensou em duas vezes quatro? <b>E11:</b> Porque aqui é dois e aqui é quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E11:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E11:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E11:</b> três vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou três vezes quatro? <b>E11:</b> Porque aqui tá três e aqui tá quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E11:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E Quantos copos? <b>E11:</b> Dezesesseis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você pensou? <b>E11:</b> Quatro vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou em quatro vezes quatro? <b>E11:</b> Porque aqui tá quatro e está em quatro em quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E11:</b> Cinco e vinte copos. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você pensou? <b>E11:</b> Cinco vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco vezes quatro? <b>E11:</b> Porque têm cinco litros e tá indo de quatro em quatro também. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E11:</b> (o estudante não respondeu). <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E11:</b> Sete vezes sete. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está certo? <b>E11:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que não está certo? <b>E11:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> O que você pensou para fazer sete vezes sete? <b>E11:</b> Porque têm sete copos e não tem o leite.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme vai alterando a quantidade de litros, vai alterando a quantidade de copos? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E11:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que conforme muda a quantidade de litros, também muda a quantidade de copos? <b>E11:</b> Porque vai aumentando os copos e os leites. <b>Pesquisadora:</b> Aumenta os litros e aumenta os copos? <b>E11:</b> Aumenta os copos. <b>Pesquisadora:</b> Quem primeiro aumenta os litros ou os copos? <b>E11:</b> Os litros. <b>Pesquisadora:</b> Então você acha que a quantidade de copos depende da quantidade de litros? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Um litro de leite enche quatro copos e dois litros enchem oito copos, por quê? <b>E11:</b> Porque.... <b>Pesquisadora:</b> Um litro encheu quatro copos e dois litros enchem oito copos, por quê? <b>E11:</b> Porque de quatro em quatro forma oito. Quatro para esse e quatro para esse. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então como faz para descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E11:</b> Fazendo as contas. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta? <b>E11:</b> De quatro em quatro. <b>Pesquisadora:</b> Até chegar a quantidade? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Entendi.</p>
E12	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E12:</b> Quatro, um litro enche quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E12:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E12:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E12:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E12:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E12:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E12:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você pensou para fazer? <b>E12:</b> Dois vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E12:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E12:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E12:</b> oito mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou em oito mais quatro? <b>E12:</b> Porque eu peguei oito daqui (apontando para a resposta da linha anterior) e quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E12:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E Quantos copos? <b>E12:</b> Quatro vezes quatro dezesesseis copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E12:</b> Cinco vezes quatro e o resultado vinte copos. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você pensou? <b>E12:</b> Cinco foi de Luiza e quatro a quantidade de copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E12:</b> (o estudante não respondeu). <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E12:</b> vinte mais sete. <b>Pesquisadora:</b> Vinte da onde? <b>E12:</b> (a criança aponta para a quantidade de copos da família de Luíza). <b>Pesquisadora:</b> Mas perguntou</p>

	<p>da família de Luíza? <b>E12:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Quem foi que recebeu? <b>E12:</b> A família de Beto. <b>Pesquisadora:</b> Então você acha que fez certo? <b>E12:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque o vinte não é da família do Beto.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai variando a quantidade de litro de leite, também varia a quantidade de copos? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque como se fosse o bolo, um leite é quatro copos, dois leites oito e três vale doze. <b>Pesquisadora:</b> O que está acontecendo que varia? <b>E12:</b> Está aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme aumenta? <b>E12:</b> Vai aumentando os copos também. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de copos? <b>E12:</b> Porque depende de quanto litro. <b>Pesquisadora:</b> E por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E12:</b> Porque como está falando, um litro enche quatro então, dois litros enchem oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que isso? <b>E12:</b> Porque cada litro enche quatro, aqui é dois enche oito. Porque um leite é quatro, dois é oito. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como a gente consegue descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E12:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez litros, teria alguma continha para você fazer? <b>E12:</b> Deixa eu tentar. <b>Pesquisadora:</b> Não precisa dar a resposta. <b>E12:</b> Ah dez vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse doze litros? <b>E12:</b> Eu ia colocar doze vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse cinquenta? <b>E12:</b> Cinquenta vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Então para qualquer quantidade você faria vezes quanto? <b>E12:</b> Vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem!</p>
E13	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E13:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E13:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E13:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E13:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E13:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E13:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E13:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você pensou para fazer? <b>E13:</b> Quatro vezes dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E13:</b> A família de Kaio usa três. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para descobrir a quantidade de copos? <b>E13:</b> Na cabeça. <b>Pesquisadora:</b> Qual foi o resultado? <b>E13:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Mas como você pensou em quatro mais oito? <b>E13:</b> É porque quatro mais oito da doze e eu somei com os dedos que ia dar o resultado. <b>Pesquisadora:</b> Como você sabia que o resultado ia dar doze? <b>E13:</b> Eu pensei na conta que deu o resultado. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Beto? <b>E13:</b> Deu dezesseis copos e quatro caixinha de leites. <b>Pesquisadora:</b> Como você sabe que deu dezesseis? <b>E13:</b> Porque oito mais oito é dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E13:</b> Oito mais doze dá vinte. <b>Pesquisadora:</b> Como você sabia que tinha que dá vinte? <b>E13:</b> Porque eu somei nos dedos, igual eu fiz no outro eu pensei no resultado, numa conta que deu o resultado. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E13:</b> Vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E13:</b> Dezesseis mais sete é igual a vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Por que dezesseis? <b>E13:</b> Porque foi dezesseis copos que ele usava, mas sete dá vinte e três.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E13:</b> Porque se um litro enche quatro, a gente vai usar um litro vai encher quatro copos e aí se eu tiver sete litros vai encher quatorze copos. <b>Pesquisadora:</b> Quatorze, por quê? <b>E13:</b> Não, calma. Vai encher dezesseis copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas vai variar? <b>E13:</b> Sim, vai ter mais copos. Varia aqui e varia aqui também. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de copos? <b>E13:</b> Usando a quantidade de leite, porque na primeira questão falou que cada caixinha de leite tem um litro, que se descobre a quantidade de copos. <b>Pesquisadora:</b> Então a quantidade de copos depende do quê? <b>E13:</b> Depende do leite. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E13:</b> Porque cada caixa tem um litro e enche quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> E sempre pra um litro quatro copos? <b>E13:</b> Não. Cada</p>

	<p>caixinha é um litro e vai aumentar os copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas para cada caixinha vai ser sempre quatro copos? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E13:</b> Cada caixinha tem um litro e se para um é quatro copos, para dois vai ser oito e conforme vai aumentando o litro vai aumentando os copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas existe alguma continha, por exemplo, não precisa dar a resposta, mas se fosse dez litros, existe alguma continha? <b>E13:</b> Acho que sim. Acho que dez litros vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse quinze litros? <b>E13:</b> Quinze vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse vinte? <b>E13:</b> Vinte vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Mas nesse caso, para três litros você fez oito mais quatro, não poderia ser três vezes quatro? <b>E13:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> E no caso de Beto? <b>E13:</b> Quatro vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> E para cinco litros? <b>E13:</b> Cinco vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade você faria vezes quatro? <b>E13:</b> Sim.</p>
E14	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E14:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E14:</b> Cinco litros. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E14:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E14:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E14:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E14:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E14:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para dar oito? <b>E14:</b> Quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E14:</b> Três litros. <b>Pesquisadora:</b> Você fez o que? <b>E14:</b> Quatro mais quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Que deu quanto? <b>E14:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez quatro mais quatro mais quatro? <b>E14:</b> Por que é três e aqui tem dois. <b>Pesquisadora:</b> Você fez três vezes quatro? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Beto como você pensou? <b>E14:</b> Eu pensei em mais quatro (o estudante percebe o equívoco e fica refletindo sobre o mesmo). <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E14:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E14:</b> Quatro mais quatro mais quatro mais quatro que dá 20. <b>Pesquisadora:</b> Tenta somar novamente? <b>E14:</b> (o estudante soma e verifica que a quantidade do numeral quatro armada na conta dá dezesseis e não vinte). <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E14:</b> Quatorze. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E14:</b> Sete mais sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai variando a quantidade de litros, vai variando também a quantidade de copos? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E14:</b> Porque um litro é quatro copos. Aqui é dois eu coloquei quatro com mais quatro é oito. <b>Pesquisadora:</b> Então varia conforme os litros a quantidade de copos? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E para eu descobrir a quantidade de copos, depende do quê? Depende de alguma coisa? <b>E14:</b> Do litro. <b>Pesquisadora:</b> Depende da quantidade de litros? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E14:</b> Porque um litro lá no começo é quatro <b>Pesquisadora:</b> Porque um litro aqui são quatro. E porque aqui ficou oito copos? <b>E14:</b> Porque aqui são dois litros, quatro mais quatro fica oito. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro copos para um litro? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro para esse e quatro para esse? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E14:</b> Com um litro você coloca mais copos e aí faz a conta. <b>Pesquisadora:</b> Mais quantos? <b>E14:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Aí você vai colocando mais quatro pra cada litro? <b>E14:</b> Sim, quatro mais quatro. Quatro em quatro. <b>Pesquisadora:</b> Entendi.</p>
E15	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E15:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E15:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E15:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E15:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E15:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E15:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E15:</b> Oito.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para dar oito? <b>E15:</b> Duas vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou em duas vezes quatro? <b>E15:</b> Eu coloquei vezes para virar oito. <b>Pesquisadora:</b> Esse dois é do quê? <b>E15:</b> De leite. <b>Pesquisadora:</b> Esse quatro? <b>E15:</b> De copos para cada leite. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E15:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ele utiliza? <b>E15:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E15:</b> três vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Qual foi o resultado? <b>E15:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Está certo para chegar no doze? Qual conta deveria ser feita? <b>E15:</b> Duas vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> Será? <b>E15:</b> Então três vezes dez <b>Pesquisadora:</b> São três litros e pra cada litro são três copos? <b>E15:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Então, seria como? <b>E15:</b> quatro copos + quatro copos + quatro copos, ia dá 12 (estudante não consegue chegar no resultado pelo algoritmo da multiplicação, mas chega ao resultado pela representação pictórica). <b>Pesquisadora:</b> E a família de Beto utiliza quantos copos? <b>E15:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez para dar dezesseis? <b>E15:</b> Quatro vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E15:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela precisará? <b>E15:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Mas você desenhou vinte e cinco copos? <b>E15:</b> (o estudante conta e verifica que são vinte copos). <b>Pesquisadora:</b> Você acha que são vinte ou vinte e cinco? <b>E15:</b> Vinte (no final do diálogo o estudante indica que o ideal era somar quatro vezes a quantidade de litros). <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? Que conta você fez aqui? <b>E15:</b> Quatro vezes sete. <b>Pesquisadora:</b> Que deu quanto? <b>E15:</b> Onze. <b>Pesquisadora:</b> Esse quatro é do quê? <b>E15:</b> De litros que Beto usou. <b>Pesquisadora:</b> E o sete? <b>E15:</b> De copos.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Se eu mudar a quantidade de litros vai mudar a quantidade de copos? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que muda? <b>E15:</b> Porque um litro dá para quatro copos, dois litros oito copos, três litros vai dar... <b>Pesquisadora:</b> Então você acha que conforme vai mudando os litros vai mudando os copos? <b>E15:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir a quantidade de copos depende do quê? <b>E15:</b> De quantos litros dá para colocar <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber quantos copos depende dos litros? <b>E15:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um litro quatro copos e dois litros oito copos? <b>E15:</b> Porque se aqui são um litro quatro copos porque não tinha suficiente para caber mais copos. <b>Pesquisadora:</b> Ah aqui não tinha suficiente para caber mais copos e aqui tem suficiente para caber mais copos em dois litros? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Ai por isso foi utilizado oito copos? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sempre um litro serão quatro copos? <b>E15:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Nesse caso? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como que eu faço? <b>E15:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se for dois litros, você fez aqui <math>2 \times 4</math> que deu 8. Se fosse três litros você fez <math>2 \times 3</math>. É assim mesmo? <b>E15:</b> Não sei <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade você sabe me dizer como faria? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Se tivesse cinco litros eu teria uma continha para saber quantos copos? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E qual seria, cinco litros? <b>E15:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dois litros, o que você fez? <b>E15:</b> <math>2 \times 4</math>. <b>Pesquisadora:</b> Por que dois? <b>E15:</b> Pra ser <math>2 \times 4</math>, dois quatro. <b>Pesquisadora:</b> Dois de dois litros e quatro de quatro copos? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E aqui no caso três litros, você fez <math>3 \times 3</math>, três de três litros e esse outro três? <b>E15:</b> É de .... não me lembro, esqueci. <b>Pesquisadora:</b> Será que confundiu? <b>E15:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que deveria ser o que no lugar desse três aqui? <b>E15:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Deveria ser quatro, por que são? <b>E15:</b> Quatro copos. Então era para ser <math>3 \times 4</math>. <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E15:</b> <math>4 \times 4</math> <b>Pesquisadora:</b> E aqui? <b>E15:</b> (silêncio) <math>5 \times \dots</math> (silêncio) <math>5 \times 4</math>. <b>Pesquisadora:</b> E na hora você confundiu foi isso. Por que são quatro? <b>E15:</b> Copos. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez litros? <b>E15:</b> <math>10 \times 4</math>. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse quinze? <b>E15:</b> <math>15 \times 4</math>. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse 100 litros? <b>E15:</b> <math>100 \times 4</math> <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir a quantidade, como faço? <b>E15:</b> Vezes quatro. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade? <b>E15:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> O que quatro? Mais quatro, menos quatro? <b>E15:</b> Vezes.</p>
E16	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E16:</b> Quatro copos (o</p>

	<p>estudante se equivocou na escrita e no lugar de colocar quatro copos, colocou quatro litros de leite, mas ele compreende que são quatro copos). <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E16:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E16:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E16:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E16:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E16:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E16:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E16:</b> Dois mais oito. <b>Pesquisadora:</b> E dois mais oito ficará oito? <b>E16:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Então está certo isso? <b>E16:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E16:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ele utiliza? <b>E16:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que é dez? <b>E16:</b> (estudante não soube responder). <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Beto utiliza? <b>E16:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E16:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está correto? <b>E16:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E16:</b> Porque o litro de leite tem quatro e os copos têm oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que só têm oito? <b>E16:</b> Porque cada copo é dois. <b>Pesquisadora:</b> Como assim, cada copo é dois? <b>E16:</b> Igual esse daqui (o estudante aponta para a primeira linha da tabela). <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E16:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela precisará? <b>E16:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está correto? <b>E16:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E16:</b> Porque tinha que ser cinco vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? Que conta você fez aqui? <b>E16:</b> Dezesseis mais sete é vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Como você chegou nesta conta? <b>E16:</b> (o estudante fica refletindo e não consegue explicar e diz que copiou de outra dupla).</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai variando a quantidade de litros, vai variando a quantidade de copos? <b>E16:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E16:</b> Porque dois leites é quatro copos e três leites é dez e para quatro é dezoito. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme vai variando a quantidade de litros, vai variando a quantidade de copos? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de copos, depende do quê? <b>E16:</b> Saber quantos litros <b>Pesquisadora:</b> Saber quantos litros tem? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros encheram oito copos? <b>E16:</b> Porque um enche quatro copos e dois enche oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que enche? <b>E16:</b> Por causa do litro de leite. <b>Pesquisadora:</b> Então vai precisar de mais copos? <b>E16:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E16:</b> Tem que saber a quantidade de litros de leite. <b>Pesquisadora:</b> Ai você faz o quê? <b>E16:</b> Ai nós conta o copo. <b>Pesquisadora:</b> De quanto em quanto? <b>E16:</b> De quatro em quatro <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui você não fez de quatro em quatro? <b>E16:</b> Porque aqui faltava dois.</p>
E17	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E17:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E17:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E17:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E17:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E17:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E17:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos a família de Duda utiliza? <b>E17:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez para dar oito? <b>E17:</b> Quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E17:</b> Porque quatro mais quatro dá oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E17:</b> Três caixas de leite. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E17:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E17:</b> Quatro mais quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez assim? <b>E17:</b> Porque uma caixinha de leite enche quatro copos, eu fiz quatro pra esse, quatro pra esse e quatro pra esse. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E17:</b> quatro caixinha de leite. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E17:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E17:</b> A mesma coisa do outro. <b>Pesquisadora:</b> Quatro copos pra cada leite? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E1:</b> Cinco caixinha de leite. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E17:</b> Vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez esses risquinhos? <b>E17:</b> Para contar. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do</p>

	<p>Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? Como você fez? <b>E17:</b> Contei. <b>Pesquisadora:</b> Por que você colocou dezesseis? <b>E17:</b> Porque são quatro caixinhas de leite e coloca mais sete e deu vinte e três.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai variando a quantidade de litros de leite vai variando a quantidade de copos? <b>E17:</b> Vai. <b>Pesquisadora:</b> Se for aumentar o leite, tem que aumentar os copos, por quê? <b>E17:</b> Se não, não vai caber. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem. Depende do que para eu saber a quantidade de copos? <b>E17:</b> Aumenta quatro. <b>Pesquisadora:</b> Mas depende do que para saber se eu vou utilizar vinte ou vou utilizar doze, depende do quê? <b>E17:</b> Contando e dos litros. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que a quantidade de copos depende da quantidade de litros? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então, seu eu utilizo mais litros? <b>E17:</b> Eu utilizo mais copos. <b>Pesquisadora:</b> E se utilizar menos litros? <b>E17:</b> Utiliza menos copos. <b>Pesquisadora:</b> A cada um litro a mais são quantos copos a mais? <b>E17:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem. Por que em um litro eu tenho quatro copos e em dois litros eu tenho oito? <b>E17:</b> Porque você encheu mais quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> E sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Agora vamos imaginar para qualquer quantidade de litros, quantos copos eu vou utilizar, como eu posso saber? <b>E17:</b> Contando. <b>Pesquisadora:</b> Contando como? <b>E17:</b> Aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Como? <b>E17:</b> Quatro em quatro. <b>Pesquisadora:</b> Então vou aumentando de quatro em quatro. Então se eu tiver dez litros, eu vou aumentando de quatro em quatro dez vezes? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E seu eu tiver vinte litros, o que vou fazer? <b>E17:</b> Aumentando de quatro em quatro. <b>Pesquisadora:</b> Aumentando de quatro em quatro os vinte litros? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então tá bom!</p>
E18	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E18:</b> Um litro de leite enche quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E18:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E18:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E18:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E18:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E18:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos a família de Duda utiliza? <b>E18:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez para dar oito? <b>E18:</b> Quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez assim? <b>E18:</b> Porque um litro enche quatro copos, aí precisa de quatro mais quatro que dá oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E18:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E18:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E18:</b> Eu fiz a conta de quatro mais quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E18:</b> Porque quatro mais quatro dá oito e mais quatro dá doze. <b>Pesquisadora:</b> Esse quatro é do quê? <b>E18:</b> É dos copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E18:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E18:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E18:</b> Eu fiz a conta de quatro vezes o número quatro. <b>Pesquisadora:</b> Você fez quatro vezes o número quatro? <b>E18:</b> Sim, que daria quatro desse, com o outro desse e o outro desse e o outro desse (apontando para os litros de leite). <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E18:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E18:</b> Quatro mais quatro, mais quatro, mais quatro, mais e mais quatro que daria vinte. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E18:</b> Vinte e três copos. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E18:</b> Eu contei. <b>Pesquisadora:</b> Como você contou? <b>E18:</b> Eu fiz assim, dezesseis, dezessete, dezoito... vinte e três, que ele colocou sete copos a mais que ficou vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Você somou nos dedos? <b>E18:</b> Sim.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que varia? <b>E18:</b> Eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que modifica, para um litro quatro copos e para dois litros oito copos? <b>E18:</b> Porque os litros são mais e aí conforme aqui também tem que ir mudando. <b>Pesquisadora:</b> Por que tem que mudar? <b>E18:</b> Porque se não, não vai ficar certo, tipo porque um litro fica com quatro copos tipo e se for dois litros ia ficar com quatro copos? Não, tem que ficar com</p>

	<p>oito copos. Porque quatro mais quatro daria oito. <b>Pesquisadora:</b> Ficaria como? <b>E18:</b> Quatro para esse, quatro para esse. <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai variando o litro vai variando a quantidade de copo no final? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir quantos copos são necessários? Depende do quê? <b>E18:</b> Depende da conta. <b>Pesquisadora:</b> Além da conta depende do que mais? <b>E18:</b> Depende da conta <b>Pesquisadora:</b> Depende da quantidade de litros? <b>E18:</b> Uhum. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E18:</b> Porque assim, eu já não te expliquei professora? <b>Pesquisadora:</b> Mas pode explicar de novo. <b>E18:</b> Porque eu fiz a conta de quatro mais quatro que daria oito. <b>Pesquisadora:</b> E você acha que a quantidade de copos será quatro copos para cada litro? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de litros quantos copos são necessários? <b>E18:</b> Para qualquer quantidade de litros? <b>Pesquisadora:</b> Isso, para qualquer quantidade de litros. Como descobre? <b>E18:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez litros? <b>E18:</b> Eu não pensei. <b>Pesquisadora:</b> Não precisa falar a resposta, como você faria para descobrir? <b>E18:</b> Eu pedia o celular da minha mãe para pesquisar. Aí apareceria e eu fazia <b>Pesquisadora:</b> Como você iria pesquisa no celular da mamãe? <b>E18:</b> Quantos copos daria em dez leites.</p>
E19	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E19:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E19:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E19:</b> Duas. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E19:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E19:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E19:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E19:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E19:</b> Duas vezes oito. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que duas vezes oito o resultado da oito? <b>E19:</b> Acho que não. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E19:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ele utiliza? <b>E19:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E19:</b> três vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está certo? <b>E19:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Mas quantos copos que a família de Kaio utiliza? <b>E19:</b> Eu desenhei doze. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Beto utiliza quantos copos? <b>E19:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez para dar dezesseis? <b>E19:</b> Eu desenhei. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E19:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela utiliza? <b>E19:</b> Vinte. <b>Pesquisadora:</b> Mas você fez cinco vezes dez, está certo? <b>E19:</b> Acho que não (o estudante chega ao resultado por meio da representação pictórica). <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? Que conta você fez aqui? <b>E19:</b> Dezesseis mais sete. <b>Pesquisadora:</b> Qual resultado? <b>E19:</b> Vinte e três.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E19:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E19:</b> Cada litro de leite, precisa de quatro copos, aí se eu colocar dois litros de leite vai dar oito copos, aí quando eu colocar muito assim vai aumentar a quantidade de copos. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de copos, depende do quê? <b>E19:</b> Do litro de leite. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E19:</b> Porque nós temos uma garrafa aí tem um litro, aí vai dar quatro copos, aí quando tiver muita pessoa vai ter que comprar mais caixas de litros, aí vai aumentando os copos. <b>Pesquisadora:</b> Pra cada litro aumenta quanto? <b>E19:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E19:</b> Serão. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrimos a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E19:</b>(Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Teria alguma continha para descobrir? <b>E19:</b> Teria. <b>Pesquisadora:</b> Qual continha? Não precisa falar a resposta só a conta. <b>E19:</b> Pode ser dois litros de leite ou três, aí nós junta os copos. <b>Pesquisadora:</b> E descobre? <b>E19:</b> E descobre quantos litros tem. <b>Pesquisadora:</b> E os copos juntam de quanto em quanto? <b>E19:</b> Quatro em quatro. <b>Pesquisadora:</b> De quatro em quatro? <b>E19:</b> Sim. E como faz? <b>E19:</b> Pega o tanto de leite e vai juntando de quatro em quatro os copos. <b>Pesquisadora:</b> Para cada litro? <b>E19:</b> Sim.</p>
E20	<p><b>1º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E20:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E20:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E20:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E20:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E20:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E20:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos a família de Duda utiliza? <b>E20:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito? <b>E20:</b> Porque tem dois e um dá quatro copos, uma caixa de leite. Duas caixas de leite têm que multiplicar duas vezes. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E20:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E20:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E20:</b> Quatro mais quatro mais quatro, fica doze. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E20:</b> Quatro caixas de leite. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E20:</b> Dezesesseis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E20:</b> Fiz quatro vezes o quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E20:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E20:</b> Fiz cinco vezes cinco, mas é de mais. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez cinco vezes cinco? <b>E20:</b> Pra gente contar e dar certinho a quantidade de copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas cada litro utiliza quantos copos? <b>E20:</b> Quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> E por que você somou de cinco em cinco? <b>E20:</b> Eu fiz errado, era pra eu colocar quatro. Porque um leite enche quatro, aí tem quatro leite, não, cinco leite, aí a gente tinha que colocar quatro pra dar certo. <b>Pesquisadora:</b> Como você tinha que fazer? <b>E20:</b> 4 + 4+ 4+ 4+ 4. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E20:</b> Vinte e três copos. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez para dar vinte e três? <b>E20:</b> Porque se a gente juntar tudo isso dá vinte e três, porque o Beto já tem dezesesseis e mais sete dá vinte e três. <b>Pesquisadora:</b> Como você contou? <b>E20:</b> Na cabeça e nos dedos.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que varia a quantidade de copos? <b>E20:</b> Por que não vai dar para duas caixas encher quatro copos, precisa de oito copos. <b>Pesquisadora:</b> E para você saber a quantidade de copos depende do quê? <b>E20:</b> A gente vamos pensar, tipo vim dez pessoas na nossa casa aí a gente só vamos pegar três caixas de leite, ou aí a gente só usa duas mesmo. Aí a gente coloca assim, aí a gente vê quantos copos certinhos e a gente vai enchendo até dar dez. <b>Pesquisadora:</b> Mas a quantidade de copos depende da quantidade de leite? <b>E20:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não? <b>E20:</b> Porque o leite tem menos e copo tem mais. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E20:</b> Porque tem mais caixa de leite, aí precisa de mais copos. <b>Pesquisadora:</b> Mais quantos? <b>E20:</b> Aqui oito copos <b>Pesquisadora:</b> Para cada litro sempre serão quatro copos? <b>E20:</b> Sim, aqui tem quatro copos, aqui tem quatro copos, por isso que dá oito. E é quatro para cada um. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de litros, quantos copos são necessários? <b>E20:</b> Para qualquer quantidade? <b>E20:</b> Vinte litros de caixa de leite? <b>Pesquisadora:</b> Isso, como faço para descobrir a quantidade de copos? <b>E20:</b> A gente vamos precisar, vinte litros devem encher .... (Silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Não precisa dar resposta, como a gente descobre, tem como? <b>E20:</b> Tem pessoa que consegue e tem pessoa que já não, e eu não consigo. <b>Pesquisadora:</b> Mas vamos tentar como você faria? <b>E20:</b> A gente ia pegar uns copos e colocar até acabar a caixa de leite.</p>
E21	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E21:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E21:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E21:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E21:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E21:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E21:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos a família de Duda utiliza? <b>E21:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito? <b>E21:</b> Porque quatro mais quatro dá oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E21:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E21:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E21:</b> Quatro mais quatro</p>

	<p>mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E21:</b> Quatro leite. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E21:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E21:</b> Fiz quatro mais quatro, mais quatro, mais quatro e mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E21:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E21:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Mas cada litro enche quantos copos? <b>E21:</b> Quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> E por que você somou de cinco em cinco? <b>E21:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E21:</b> Vinte e três copos. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez para dar vinte e três? <b>E21:</b> Fui contando. <b>Pesquisadora:</b> Contando como? <b>E21:</b> Nos dedos.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, vai mudar a quantidade de copos? <b>E21:</b> Vai mudar. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E21:</b> Porque aqui tem o um, dois, três, quatro, cinco. Aqui tem cinco e aqui já tem bastante copos. Duas caixas de leite enche tudo isso aqui de copos. <b>Pesquisadora:</b> Aí cinco enche isso tudo? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de copos depende do quê? <b>E21:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Será que depende dos litros? <b>E21:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E21:</b> Porque aqui já tem dois litros, e já que tem é muito leite bastante e enche tudo isso aqui de copo e ai quatro para esse e quatro para esse. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E21:</b> Descobrir? <b>Pesquisadora:</b> Isso. <b>E21:</b> Tem que fazer no copinho e ir contando <b>Pesquisadora:</b> Vai enchendo e vai contando? <b>E21:</b> É.</p>
E22	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E22:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E22:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E22:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E22:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E22:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E22:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos a família de Duda utiliza? <b>E22:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez para dar oito? <b>E22:</b> Quatro mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos litros a família de Kaio utiliza? <b>E22:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E22:</b> Um, dois, três...Doze. <b>Pesquisadora:</b> Mas você desenhou quantos copos? <b>E22:</b> Um, dois três... oito. E você escreveu quantos aqui? <b>E22:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que são oito ou doze copos. <b>E22:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E22:</b> Acho que doze. <b>Pesquisadora:</b> Por que doze? <b>E22:</b> Porque cada um é quatro (se referindo a cada leite). <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E22:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E22:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Mas você desenhou quantos copos? <b>E22:</b> Um, dois três... quatorze. <b>Pesquisadora:</b> E você escreveu quantos aqui? <b>E22:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que são quatorze ou dezesseis? <b>E22:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Por que dezesseis? <b>E22:</b> Porque cada um é quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa, quantos litros? <b>E22:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E22:</b> Vinte. <b>Pesquisadora:</b> Por que vinte? <b>E22:</b> Porque cada um é quatro. <b>Pesquisadora:</b> E como pensou pra chegar no vinte? <b>E22:</b> Eu contei nesse quatro, ai eu coloquei mais quatro, mais quatro, mais quatro e mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E22:</b> Vinte e três copos. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez para dar vinte e três? <b>E22:</b> Eu fiz a continha e depois coloquei os copos, dezesseis e sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Um litro de leite enche quantos copos? <b>E22:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme eu mudo a quantidade de leite vai mudar a quantidade de copos? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E22:</b> Porque cada um é quatro. <b>Pesquisadora:</b> Ah cada um é quatro, então se vai aumentando o leite o que vai acontecendo? <b>E22:</b> Vai aumentando mais copos. <b>Pesquisadora:</b> E se eu for diminuindo a quantidade de leite, de litro? <b>E22:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Então assim como eu faço para descobrir a quantidade de copos que vai ser? Depende do que para eu saber quantos copos? <b>E22:</b> Continha. <b>Pesquisadora:</b></p>

	<p>Ah, tem que fazer uma continha. Depende do que para eu saber quantos copos vai ser, se vai ser oito ou dezesseis copos, depende do quê? <b>E22:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Não. Depende do que para eu saber quantos copos vai ser, se vai ser oito ou dezesseis copos, depende de alguma coisa? Não depende dos litros? <b>E22:</b> Sim, depende dos litros. <b>Pesquisadora:</b> Ah depende dos litros. Por que depende dos litros? <b>E22:</b> Porque cada um leite enche quatro. <b>Pesquisadora:</b> Ah, cada um leite enche quatro. Então depende do litro para eu saber a quantidade de copos? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Ah, ok. Por que aqui é um litro e quatro copos e aqui são dois litros e oito copos? <b>E22:</b> Porque cada um é quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui tem que ser oito? <b>E22:</b> Porque esses quatro é para esse, e esses quatro é para esse. <b>Pesquisadora:</b> Ah, muito bem. E sempre serão quatro copos para um litro? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Agora vamos imaginar, para qualquer quantidade de litros, como eu descubro quantos copos são? <b>E22:</b> Continha. <b>Pesquisadora:</b> Que continha eu poderia utilizar? <b>E22:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Não sabe como que faz, tudo bem.</p>
E23	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E23:</b> Quatro copos iguais. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E23:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E23:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E23:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E23:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E23:</b> Dois litros. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E23:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E23:</b> Porque são dois a mais. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Kaio? <b>E23:</b> A de Kaio é três vezes quatro igual a doze. <b>Pesquisadora:</b> E A família de Beto utiliza quantos litros? <b>E23:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E quantos litros? <b>E23:</b> Quatro vezes quatro, um, dois, três... dezesseis copos. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa? <b>E23:</b> Cinco litros. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E23:</b> Vinte copos. <b>Pesquisadora:</b> Por que você sempre multiplicou por quatro? <b>E23:</b> Porque um litro serve quatro copos. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E7:</b> Dezesseis mais sete. <b>Pesquisadora:</b> E deu quanto? <b>E23:</b> A resposta é vinte e três copos. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é o dezesseis? <b>E7:</b> Daqui (aponta para a tabela). <b>Pesquisadora:</b> E o sete? <b>E23:</b> Daqui (aponta para o enunciado).  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E23:</b> Vai variando. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E23:</b> Por causa, se for três litros de leite oito copos que vai dar para usar. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos se for três litros? <b>E23:</b> Oito <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui você fez doze. <b>E23:</b> Ah é outro. <b>Pesquisadora:</b> Você olhou aqui de cima. Como a gente descobre a quantidade de copos que serão necessários, depende do quê? <b>E23:</b> Depende dos litros e das continhas. <b>Pesquisadora:</b> Ah, depende dos litros e das continhas para você colocar a quantidade de copos? <b>E23:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Por que um litro enche quatro copos e dois litros enchem oito copos? <b>E23:</b> Por causa que duas vezes quatro é igual a oito. <b>Pesquisadora:</b> E porque então teve que fazer duas vezes quatro? <b>E23:</b> Por causa do litro. <b>Pesquisadora:</b> Por que são dois litros? E a cada litro são quatro copos? <b>E23:</b> Sim, cada litro quatro e duas vezes quatro é igual a oito. <b>Pesquisadora:</b> E no caso aqui também? <b>E23:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E23:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E23:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez litros? <b>E23:</b> Não sei.</p>
E24	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E24:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E24:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E24:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E24:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E24:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Mas você colocou dois mais oito, por que você colocou dois mais</p>

	<p>oito? <b>E24:</b> Dois litros mais oito copos. <b>Pesquisadora:</b> E deu dez o que? <b>E24:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Kaio usa quantos litros? <b>E23:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Se um litro enche quatro copos, tem como três litros encherem somente quatro copos? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Beto utiliza quantos litros? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E24:</b> Cinco litros. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E24:</b> Onze. <b>Pesquisadora:</b> Por que onze? <b>E24:</b> Porque quatro mais sete é onze.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Um litro de leite enche quantos copos? <b>E24:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Quatro copos, muito bem. Você acha que conforme eu vou variando a quantidade de litros também varia a quantidade de copos? <b>E24:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Acha que sim, o quê? <b>E24:</b> Vai ser igual os copos. <b>Pesquisadora:</b> Vai ser igual os copos? <b>E24:</b> Seu eu tiver três litros utiliza quatro copos, se eu tiver quatro litros utiliza quatro copos e se eu tiver cinco litros utiliza quatro copos. Você acha que é assim? <b>E24:</b> Dois litros da para encher oito copos, três litros dá de encher quatro copos. Esse aqui dá para encher o de cima e esse daqui os de baixo. <b>Pesquisadora:</b> E aqui esse daqui? Que você fez três. <b>E24:</b> Enche dois copos. <b>Pesquisadora:</b> Mas olha, um só desse daqui enche quatro <b>E24:</b> Então eu fiz errado né <b>Pesquisadora:</b> Você acha que deveria ser o que então? <b>E24:</b> Quatro <b>Pesquisadora:</b> E para esse? <b>E24:</b> Quatro <b>Pesquisadora:</b> Então seria quatro para esse, mais quatro para esse e mais quatro para esse? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então a quantidade de copos depende da quantidade de litros? Sim ou não? <b>E24:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Então a quantidade de copos depende da quantidade de litros. Se eu variar a quantidade de copos eu vario a quantidade de litros? <b>E24:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Então está bom. Então porque aqui você deixou quatro <b>E24:</b> Porque eu pensei no quatro <b>Pesquisadora:</b> Você pensou no quatro para que? <b>E24:</b> Para os copos <b>Pesquisadora:</b> Você pensou que seria quatro para esses três, e depois quatro para esses três? <b>E24:</b> Um, dois, três, quatro. <b>Pesquisadora:</b> E quatro para esses cinco? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Mas nesse caso não iria sobrar leite? <b>E24:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Entendi. E porque aqui tem um litro quatro copos e aqui dois litros oito copos? <b>E24:</b> Não sei.</p>
E25	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E25:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E25:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E25:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E25:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E25:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E25:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos ela vai utilizar? <b>E25:</b> Um, dois, três...Oito. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Kaio usa quantos litros? <b>E25:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E25:</b> O um, dois, três...doze. <b>Pesquisadora:</b> Por que você colocou doze? <b>E25:</b> Porque tinha dado três garrafinhas de leite e colocou onze litros. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Beto utiliza quantos litros? <b>E25:</b> Olha um, dois, três, quatro. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E25:</b> um, dois, três...doze. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E25:</b> Cinco né. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E25:</b> Um, dois, três...vinte e um. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que tem que ser vinte e um copos? <b>E25:</b> É porque tem quatro garrafa de leite. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E25:</b> Treze. <b>Pesquisadora:</b> Por que treze, que conta você fez para pensar em treze? <b>E25:</b> Eu fiz errado. <b>Pesquisadora:</b> Você colocou dezesseis mais sete, você sabe o porquê você fez essa conta? <b>E25:</b> Não.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Um litro de leite quatro copos, você acha que se eu alterar a quantidade de leite altera a quantidade de copos? <b>E25:</b> Dois litros de leite precisa de oito copos <b>Pesquisadora:</b> Se eu for mudando a quantidade de leite aqui, vai mudando a quantidade</p>

	<p>de copos? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E25:</b> Porque sim. <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir a quantidade de copos, depende da quantidade de leite? <b>E25:</b> Depende né, porque o leite chega cheinho. <b>Pesquisadora:</b> Depende a quantidade de leite para eu saber a quantidade de copos? <b>E25:</b> Agora não sei. <b>Pesquisadora:</b> Não sabe. Por que aqui um litro quatro copos e aqui são dois litros quatro copos? <b>E25:</b> Porque eles são cheinho e precisa de muito copo. <b>Pesquisadora:</b> Entendi, e sempre serão quatro copos para cada leite. <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sim. <b>E25:</b> Não, porque se for um litro você pega só um copo. <b>Pesquisadora:</b> Ah, se for um litro você pega só um copo? <b>E25:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Entendi. <b>E25:</b> Não, um litro precisa de quatro copos <b>Pesquisadora:</b> Deixa eu fazer outra pergunta, como eu faço para descobrir a quantidade de copos para qualquer quantidade de litros? <b>E25:</b> Não tem como fazer continha para descobrir. <b>Pesquisadora:</b> Não existe, tudo bem!</p>
E26	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E26:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E26:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E26:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> A família de Beto? <b>E26:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de Kaio? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? <b>E26:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Quantos copos? <b>E26:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Kaio usa quantos litros? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E26:</b> doze. <b>Pesquisadora:</b> E a família de Beto utiliza quantos litros? <b>E26:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E26:</b> doze também. <b>Pesquisadora:</b> Se utilizar três litros ou quatro litros, vai usar a mesma quantidade de copos, ou seja, doze copos? <b>E26:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> A família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E26:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> E quantos copos? <b>E26:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal? <b>E26:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Você sabe como você fez esse? <b>E26:</b> Não.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de copos, um litro de leite enche quatro copos. Conforme varia a quantidade de litros, varia a quantidade de copos? <b>E26:</b> Muda. <b>Pesquisadora:</b> Porque que muda? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que a quantidade de copos depende da quantidade de litros? <b>E26:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Não sabe, então tá! Porque aqui um litro são quatro copos e aqui dois litros oito copos? <b>E26:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui um litro são quatro copos e aqui dois litros oito copos? <b>E26:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Por que dois litros tem oito copos? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Outra pergunta: Sempre para cada litro serão quatro copos ou não? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe me dizer quantos copos são necessários para qualquer quantidade de litros? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem.</p>
E27	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E27:</b> Quatro. (Os demais itens o estudante não soube responder).</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Um litro de leite enche quantos copos? <b>E28:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem! Você acha que conforme vai variando a quantidade de litros vai variando a quantidade de copos? <b>E28:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de copos depende da quantidade de litros? <b>E28:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que não? <b>E28:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Não sabe. Sempre serão quatro copos para cada litro? <b>E28:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de copos para qualquer litro, você sabe? <b>E28:</b> Não</p>
E28	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Observe as ilustrações e as informações: Um litro de leite enche quatro copos de leite iguais. Um litro de leite enche quantos copos? <b>E28:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> A família de cada criança em uma semana utiliza uma certa quantidade. A Família de Luísa utiliza quantos litros? <b>E28:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> A família de Duda? <b>E28:</b> Dois.</p>

**Pesquisadora:** A família de Beto? **E28:** Quatro. **Pesquisadora:** A família de Kaio? **E28:** Três. **Pesquisadora:** No item “b” você tinha que completar a tabela. Quantos litros a família de Duda utiliza? **E28:** Dois. **Pesquisadora:** Quantos copos ela vai utilizar? **E28:** Dois, quatro. **Pesquisadora:** Mas você colocou dois mais oito, o porquê você colocou dois mais oito? **E28:** Por causa que minha amiga estava ajudando. **Pesquisadora:** Mas você acha que é dois mais oito? **E28:** Sim. **Pesquisadora:** E a família de Kaio usa quantos litros? **E28:** Três. **Pesquisadora:** E quantos copos vai precisar? **E28:** Dois. **Pesquisadora:** Mas aqui você fez três mais quatro que deu sete? **E28:** Porque pensei que era assim. **Pesquisadora:** E a família de Beto utiliza quantos litros? **E28:** Cinco. **Pesquisadora:** E como você fez? **E28:** Quatro mais quatro. **Pesquisadora:** Por que quatro mais quatro? **E28:** Oito. **Pesquisadora:** Se ele utiliza cinco litros, vai utilizar quatro copos? **E28:** Sim. **Pesquisadora:** A família de Luísa utiliza quantos litros? **E28:** Cinco litros. **Pesquisadora:** E quantos copos? **E28:** Quatro. **Pesquisadora:** Em todos os casos mesmo mudando a quantidade de litros, continua usando quatro copos? **E28:** Sim. **Pesquisadora:** No item “c” está assim: Na semana do Natal Beto recebeu seu primo Renato, por isso, foram utilizados mais sete copos além do que sua família utiliza. Quantos copos de leite a família de Beto utilizou na semana do Natal. Que conta você fez? **E28:** Quatro mais sete. **Pesquisadora:** Qual o resultado? **E28:** Onze. **Pesquisadora:** Por que você pensou no quatro? **E28:** Porque era mais fácil. **Pesquisadora:** Esse quatro é da onde? **E28:** Dos copos. **Pesquisadora:** E o sete? **E28:** Do debaixo.

**2º Momento:**

**Pesquisadora:** Um litro de leite enche quantos copos? **E28:** Quatro. **Pesquisadora:** Muito bem! Você acha que conforme vai variando a quantidade de litros vai variando a quantidade de copos? Ou sempre vai ser a mesma quantidade? **E28:** Mesma quantidade. **Pesquisadora:** Mesma quantidade. A quantidade de copos depende da quantidade de litros? **E28:** Não. **Pesquisadora:** Tá. No caso aqui um litro encheu quatro copos e dois litros encheram oito copos, por quê? **E28:** Não sei. **Pesquisadora:** Não sabe. Sempre serão quatro copos para cada litro? **E28:** Sim. **Pesquisadora:** Como descobrir a quantidade de copos para qualquer litro, você sabe? **E28:** Não.

E1

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LARISA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIQ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAIQ	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LARISA	5	$5 \times 4 = 20$	20

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E2

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LARISA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIQ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$4 \times 2 = 8$	8
KAIQ	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LARISA	5	$4 \times 5 = 20$	20

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E3

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
R: 4 copos

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE

LARA UTILIZA 8 LITROS DE LEITE



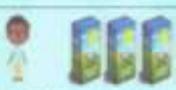
DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
LARA	8	$8 \times 4 = 32$	32
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
KAO	3	$3 \times 4 = 12$	12

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO, POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

R:  $16 + 7 = 23$  copos

E4

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE

LARA UTILIZA 8 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
LARA	8	$8 \times 4 = 32$	32
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
KAO	3	$3 \times 4 = 12$	12

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO, POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA:  $16 + 7 = 23$

E5

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES.

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LURSA UTILIZA 6 LITROS DE LEITE



DUGA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



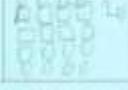
BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUGA	2 	$2 \times 4 = 8$	
KAIO	3 	$3 \times 4 = 12$	
BETO	4 	$4 \times 4 = 16$	
LURSA	6 	$4 \times 5 = 20$	

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA:  $16 + 7 = 23$

E6

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES.

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LURSA UTILIZA 6 LITROS DE LEITE



DUGA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



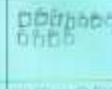
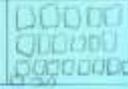
BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUGA	2 	$2 \times 4 = 8$	
KAIO	3 	$3 \times 4 = 12$	
BETO	4 	$4 \times 4 = 16$	
LURSA	6 	$6 \times 4 = 24$	

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA:  $16 + 7 = 23$

E7

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



a) 2 LITROS DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 8 COPOS

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LUÍSA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



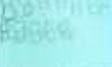
BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



RAIO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$2 \times 4 = 8$	
RAIO	3 	$3 \times 4 = 12$	
BETO	4 	$4 \times 4 = 16$	
LUÍSA	5 	$5 \times 4 = 20$	

c) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA:  $\begin{array}{r} 16 \\ + 7 \\ \hline = 23 \end{array}$  COPOS

E8

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



a) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 COPOS

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LUÍSA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



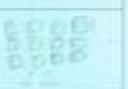
BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



RAIO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



b) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2 	$2 \times 4 = 8$	
RAIO	3 	$3 \times 4 = 12$	
BETO	4 	$4 \times 4 = 16$	
LUÍSA	5 	$5 \times 4 = 20$	

c) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA:  $\begin{array}{r} 16 \\ + 7 \\ \hline = 23 \end{array}$  COPOS

E9

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



a) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LURIA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAYO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAYO	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LURIA	3	$3 \times 4 = 12$	12

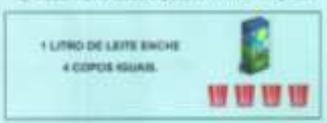
4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO PINATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23 copos de leite

E10

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



a) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LURIA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAYO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAYO	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LURIA	3	$3 \times 4 = 12$	12

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO PINATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23 copos de leite

E11

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES.

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos de leite.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE

LÍBIA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIÓ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAIÓ	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LÍBIA	5	$5 \times 4 = 20$	20

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23 copos

E12

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES.

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos de leite.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE

LÍBIA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIÓ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAIÓ	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LÍBIA	5	$5 \times 4 = 20$	20

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23 copos de leite

E13

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍBIA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



DUÍDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



RAIO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2		8
RAIO	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LÍBIA	3	$3 \times 4 = 12$	12

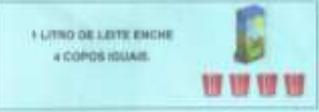
4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E14

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍBIA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



DUÍDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



RAIO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$4 + 4 = 8$	8
RAIO	3	$4 + 4 + 4 = 12$	12
BETO	4	$4 + 4 + 4 + 4 = 16$	16
LÍBIA	3	$4 + 4 + 4 = 12$	12

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E15

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos iguais.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍRIA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
LÍRIA	5	$2 \times 4 = 8$	8
DUDA	2	$3 \times 3 = 6$	6
BETO	4	$2 \times 4 = 8$	8
KAO	3	$5 \times 5 = 25$	25

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO BÊNITO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 12 copos

E16

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 copos iguais.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍRIA UTILIZA 8 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
LÍRIA	8	$2 \times 3$	6
DUDA	2	$3 \times 10$	30
BETO	4	$4 \times 8$	32
KAO	3	$5 \times 10$	50

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO BÊNITO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 39

E17

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



8) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 Copos de Leite

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LURSA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIÓ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



9) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$4 + 4 = 8$	8
KAIÓ	3	$4 + 4 + 4 = 12$	12
BETO	4	$4 + 4 + 4 + 4 = 16$	16
LURSA	3	$4 + 4 + 4 = 12$	12

10) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

16  
+ 7  
-----  
23

RESPOSTA: 23 Copos de Leite

E18

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



8) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 COPOS DE LEITE

DURANTE UMA SEMANA, A FAMÍLIA DE:

LURSA UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIÓ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



9) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$4 + 4 = 8$	8
KAIÓ	3	$4 + 4 + 4 = 12$	12
BETO	4	$4 + 4 + 4 + 4 = 16$	16
LURSA	3	$4 + 4 + 4 = 12$	12

10) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

16  
+ 7  
-----  
23

RESPOSTA: 23 COPOS DE LEITE

E19

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LARA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KENO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4$	8
KENO	3	$3 \times 4$	12
BETO	4	$4 \times 4$	16
LARA	2	$2 \times 4$	8

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO REBATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

E20

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LARA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KENO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KENO	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LARA	2	$2 \times 4 = 8$	8

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO REBATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

E21

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍBIA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



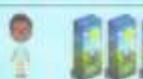
DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIU UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAIU	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LÍBIA	2	$2 \times 4 = 8$	8

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E22

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍBIA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIU UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA:

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAIU	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LÍBIA	2	$2 \times 4 = 8$	8

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E23

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



1) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4 COPOS

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LUÍSA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAO	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LUÍSA	5	$5 \times 4 = 20$	20

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23 COPOS

E24

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



1) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: 4

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LUÍSA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 \times 4 = 8$	8
KAO	3	$3 \times 4 = 12$	12
BETO	4	$4 \times 4 = 16$	16
LUÍSA	5	$5 \times 4 = 20$	20

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E25

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍBIA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIÓ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	5		8
KAIÓ	3	12	12
BETO	4	16	16
LÍBIA	5	20	20

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E26

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



4) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS?  
RESPOSTA: \_\_\_\_\_

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LÍBIA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAIÓ UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	5		8
KAIÓ	3	12	12
BETO	4	16	16
LÍBIA	5	20	20

4) NA SEMANA DO NATAL BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS COPOS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 23

E27

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS? RESPONDA.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LUISA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$4 + 4 = 8$	8
KAO	3		
BETO	4		
LUISA	5		

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS LITROS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

E28

2) OBSERVE AS ILUSTRAÇÕES E AS INFORMAÇÕES:

1 LITRO DE LEITE ENCHE 4 COPOS IGUAIS.



3) 1 LITRO DE LEITE ENCHE QUANTOS COPOS? RESPONDA.

DURANTE UMA SEMANA A FAMÍLIA DE:

LUISA UTILIZA 5 LITROS DE LEITE



DUDA UTILIZA 2 LITROS DE LEITE



BETO UTILIZA 4 LITROS DE LEITE



KAO UTILIZA 3 LITROS DE LEITE



3) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE LEITE E A QUANTIDADE DE COPOS QUE A FAMÍLIA DE CADA CRIANÇA UTILIZA POR SEMANA.

NOME	QUANTIDADE DE LITROS	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE COPOS
DUDA	2	$2 + 2 = 4$	8
KAO	3	$3 + 4 = 7$	11
BETO	4	$4 + 4 = 8$	4
LUISA	5	$5 + 4 = 9$	4

4) NA SEMANA DO NATAL, BETO RECEBEU SEU PRIMO RENATO. POR ISSO FORAM UTILIZADOS MAIS 7 COPOS DE LEITE ALÉM DO QUE A SUA FAMÍLIA UTILIZA. QUANTOS LITROS DE LEITE A FAMÍLIA DE BETO UTILIZOU NA SEMANA DO NATAL?

RESPOSTA: 11

## APÊNDICE VII– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS SITUAÇÃO 3

Estudante	Diálogo da situação 3
E1	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E1:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E1:</b> Três, já tinha a resposta aqui. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E1:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E1:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você chegou nos resultados? <b>E1:</b> Se em uma hora ele pesca três peixes, tem que colocar três aqui. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E1:</b> Quinze peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que quinze peixes? <b>E1:</b> Porque eu fiz a continha e deu quinze peixes. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E1:</b> Seis por causa que quinze menos nove é seis.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia o tempo que ele pescou, varia a quantidade de peixes? <b>E1:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Porque em uma hora ele pesca três, em duas horas pesca seis. Então realmente varia. <b>Pesquisadora:</b> Varia como, mais ou menos? <b>E1:</b> Varia mais. <b>Pesquisadora:</b> Conforme mais tempo ele fica? <b>E1:</b> Mais peixe ele vai pescando. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixes que ele pescou? Depende do quê? <b>E1:</b> Das horas. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três peixes e em duas horas ele pesca seis peixes? <b>E1:</b> Por causa que em uma hora aqui falou que ele pesca três e três mais três, no caso, ele ficou duas horas já, aí aqui vai ser seis. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada hora? <b>E1:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como se descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E1:</b> Hum? <b>Pesquisadora:</b> Por exemplo se for oito horas, ou dez horas, qualquer quantidade de horas. O que você faz? <b>E1:</b> Sempre vai ser vezes três, por causa que a cada hora é três peixes <b>Pesquisadora:</b> Ah entendi.</p>
E2	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E2:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E2:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E2:</b> Seis peixes. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E2:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que você multiplicou por três? <b>E2:</b> Porque são três peixes que ele pesca. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E2:</b> Quinze peixes. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E2:</b> Tipo assim, como ele pescou cinco horas e três peixes a cada hora, então deu quinze no total. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E2:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E2:</b> Ele tinha quinze, né aí ficou seis.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia o tempo, varia a quantidade de peixes? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sim, por quê? <b>E2:</b> Porque assim, como ele pesca em uma hora consegue três peixes, ele pode conseguir mais se ficar mais tempo. <b>Pesquisadora:</b> Conforme mais tempo ele fica, mais peixes ele vai pescando? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Ok. Como você descobre a quantidade de peixes que ele pescou, depende da quantidade de horas? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Depende? <b>E2:</b> Sim, da hora que ele ficou no rio pescando. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três e duas horas ele pesca seis? <b>E2:</b> Porque três vezes três é seis. <b>Pesquisadora:</b> Três vezes três? <b>E2:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada hora? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E2:</b> É, não entendi muito bem. <b>Pesquisadora:</b> Por exemplo se ele pescar oito horas ou pescar dez horas, como posso descobrir a quantidade de peixes? <b>E2:</b> Ah eu não sei, é bastante tempo, né. Imagina um tempão desse lá no rio.</p>
E3	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E3:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que</p>

	<p>completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E3:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E3:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E3:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você chegou no resultado? <b>E3:</b> Eu só coloquei vezes. <b>Pesquisadora:</b> Por que você foi multiplicando? <b>E3:</b> Porque aqui é a cada uma hora, duas ou três já é diferente. <b>Pesquisadora:</b> Por que em todas linhas você multiplicou por três? <b>E3:</b> Pra dar certo, porque a cada uma hora ele pesca três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E3:</b> Quinze peixes. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E3:</b> Eu usei três vezes cinco que virou quinze. <b>Pesquisadora:</b> Três do quê? <b>E3:</b> Três peixes e cinco horas. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E3:</b> Ele ficou com seis. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E3:</b> Porque eu coloquei quinze menos nove. <b>Pesquisadora:</b> Ele ficou com quantos? <b>E3:</b> Com seis.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme altera a quantidade de horas, altera a quantidade de peixes? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E3:</b> Você pode pescar com três varas, ou se quiser pesca com uma. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá. Mas conforme muda as horas vai alterando a quantidade de peixes que vai pescando? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E3:</b> Porque tem que colocar mais peixes, por cada uma hora pesca três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme o tempo vai passando? <b>E3:</b> Vai pegando três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Três peixes a mais ou a menos? <b>E3:</b> Três peixes a mais. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme o tempo vai passando ele vai pescando mais peixes, é isso? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de peixes que João pescou? <b>E3:</b> É só coloca três vezes um, três vezes dois, três vezes três, assim. <b>Pesquisadora:</b> Então depende? <b>E3:</b> Da hora. <b>Pesquisadora:</b> Para saber quantos peixes? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três e em duas horas ele pesca seis peixes? <b>E3:</b> Porque cada uma hora ele pega três. E em duas horas fica seis. <b>Pesquisadora:</b> Então em cada uma hora? <b>E3:</b> Ele pesca três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes a cada hora? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E3:</b> Só você colocar o vezes primeiro, depois você descobre quanto vai dar aqui. <b>Pesquisadora:</b> E esses vezes que tem que colocar, é vezes quanto sempre? <b>E3:</b> Três vezes. <b>Pesquisadora:</b> Então o três ele não vai variar? <b>E3:</b> O que? <b>Pesquisadora:</b> Sempre vai ser três vezes? <b>E3:</b> Sim, a quantidade que você pega o peixe. <b>Pesquisadora:</b> Se for oito horas, você vai fazer? <b>E3:</b> Três vezes oito. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez horas? <b>E3:</b> Três vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> Entendi.</p>
E4	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E4:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E4:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E4:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E4:</b> Duas vezes três que deu seis. <b>Pesquisadora:</b> Dois é do quê? <b>E4:</b> De duas horas. <b>Pesquisadora:</b> E o três? <b>E4:</b> Três peixes dele. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E4:</b> Nove peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E4:</b> Dezesete peixes. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E4:</b> Três mais seis é igual a nove e nove mais nove deu dezesete. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E4:</b> Ele ficou com sete. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E4:</b> Eu fiz, um, dois, três, quatro .... dezesete (contou os risquinhos que fez) e tirei nove e ficou um, dois, três... sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai variando as horas, varia a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E4:</b> Vai mudando, uma hora ele pescou três, duas horas ele pescou seis e três horas ele pescou nove. <b>Pesquisadora:</b> Mudou então? <b>E4:</b> Mudou. <b>Pesquisadora:</b> Conforme muda o tempo, muda a quantidade de peixe? <b>E4:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixes que João pescou, depende do quê? <b>E4:</b> Agora não sei .... (Silêncio) ele pesca e fala, acho que ele faz assim, ele pesca e bota no papelzinho, três peixes, seis peixes bota no papelzinho, nove peixes ele bota no papelzinho. <b>Pesquisadora:</b> Mas para eu descobrir a quantidade de peixes que ele pescou, depende da quantidade de horas? <b>E4:</b> Não, aqui é outro, uma hora três, duas horas seis e três horas nove. <b>Pesquisadora:</b> Então depende do tempo? <b>E4:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Não depende? <b>E4:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não depende? <b>E4:</b> Eu acho que não depende.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E4:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E4:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada hora? Sim ou não? <b>E4:</b> Em uma hora ele pescou três peixes, em duas horas pescou seis e em três horas pescou nove. <b>Pesquisadora:</b> Então sempre serão três peixes para cada hora? <b>E4:</b> Três vezes três é nove. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? Se ele pescar oito horas ou pescar dez horas como faz para descobrir a quantidade de peixes? <b>E4:</b> Agora eu não sei.</p>
E5	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E5:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E5:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E5:</b> Três vezes um igual a três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E5:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Por que seis peixes? <b>E5:</b> Porque em uma hora ele pesca três peixes e duas horas ele pesca seis peixes, porque já passou de uma hora e ele pescou mais três. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E5:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E5:</b> Uma hora ele pesca três, mais uma hora ele pesca mais três e mais uma hora ele pesca mais três. <b>Pesquisadora:</b> Por que toda hora você multiplica por três? <b>E5:</b> Porque são três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E5:</b> Cinco vezes três igual a quinze. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E5:</b> Porque são cinco horas e três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E5:</b> Vendeu nove e ele pescou quinze ficou com seis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E5:</b> Duas vezes três igual a seis. <b>Pesquisadora:</b> Mas você fez antes alguns risquinhos. <b>E5:</b> Sim, pra contar. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez esses risquinhos? <b>E5:</b> Eu tirei. <b>Pesquisadora:</b> Tirou quantos? <b>E5:</b> Tirei alguns para dar esse resultado de seis. <b>Pesquisadora:</b> Mas porque você não fez o quinze menos nove ao invés de duas vezes três? <b>E5:</b> Porque eu contei e o resultado deu esse.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia as horas, varia a quantidade de peixes? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E5:</b> Cada uma hora pesca três, então duas horas ele pesca seis. Então realmente varia. <b>Pesquisadora:</b> E a quantidade de peixes para eu descobrir depende de alguma coisa? <b>E5:</b> Da quantidade de copos. <b>Pesquisadora:</b> De copos? <b>E5:</b> Não, da quantidade de horas. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá. Então a quantidade de peixes depende da quantidade de horas, muito bem. Por que aqui uma hora são três peixes e duas horas são seis peixes? <b>E5:</b> Por que cada uma hora ele pesca três, três mais três é seis, ou duas vezes três é igual a seis. <b>Pesquisadora:</b> Sempre a cada uma hora serão três, então sempre vão ser de três em três? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir para qualquer quantidade de horas quantos peixes ele pescou? <b>E5:</b> Para qualquer quantidade de horas? <b>Pesquisadora:</b> É. <b>E5:</b> Duas, quatro horas três peixe. <b>Pesquisadora:</b> Han? <b>E5:</b> Então não vai aumentar a quantidade de peixes, a cada uma hora ele só pesca três. <b>Pesquisadora:</b> Que conta eu posso fazer se fosse cinco horas? <b>E5:</b> Cinco horas? Cinco vezes três. <b>Pesquisadora:</b> E se ele pescasse durante dez horas? <b>E5:</b> Cinco vezes três, não, dez vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Se ele pescasse durante quinze horas? <b>E5:</b> Quinze vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Então é sempre vezes três? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E5:</b> Porque cada hora são só três peixes.</p>
E6	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E6:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E6:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E6:</b> Dois mais um. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E6:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E6:</b> Três mais dois. <b>Pesquisadora:</b> Quanto que é três mais dois? <b>E6:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Mas você acha que a resposta correta é cinco ou seis? <b>E6:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E6:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que toda hora você sempre utilizou o três? <b>E6:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E6:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E6:</b> Cinco vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Cinco do quê? <b>E6:</b> Cinco peixes. <b>Pesquisadora:</b> E o três? <b>E6:</b> Três horas. (O enunciado é lido</p>

	<p>novamente para o estudante e ele não consegue explicitar). <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E6:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E6:</b> Quinze menos nove e ficou oito.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia o tempo, as horas, também vai variar a quantidade de peixes que ele pegou? <b>E6:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E6:</b> Porque em uma hora ele pescou três peixes, em duas horas seis e em três horas nove. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme o tempo ele vai pescando... <b>E6:</b> Peixes. <b>Pesquisadora:</b> E como você descobre a quantidade que ele pescou. Depende do quê? <b>E6:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E6:</b> Porque ele pega três em uma hora, e na outra ele pescou seis. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E6:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada hora que ele pesca? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe me dizer como descobrir a quantidade de peixes para qualquer quantidade de hora? <b>E6:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse 8 horas? <b>E6:</b> Não sei.</p>
E7	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E7:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E7:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E7:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Em três horas? <b>E7:</b> Um peixe. <b>Pesquisadora:</b> Se em uma hora ele pesca três peixes, em duas horas ele vai pescar dois peixes? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E7:</b> Porque informando as horas, depende a quantidade de peixes que ele vai pescar. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está correto? <b>E7:</b> Eu acho que era para ter colocado o três aqui (referente a três horas), o dois que já está aqui e o um aqui (referente a uma hora). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? Como você fez? <b>E7:</b> Cinco vezes três aí ele pescou em quinze horas, então quantos peixes ele pescou quinze menos dois. <b>Pesquisadora:</b> Mas como você fez na folha? <b>E7:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E7:</b> Ele ficou quinze horas pescando. <b>Pesquisadora:</b> O cinco é do quê? <b>E7:</b> Porque ele pescou cinco horas. <b>Pesquisadora:</b> E o três? <b>E7:</b> Ih esqueci. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E7:</b> Quinze menos nove ele fica com oito peixes. <b>Pesquisadora:</b> Da onde você tirou esse quinze? <b>E7:</b> Ele tinha quinze peixes ele vendeu nove (do enunciado).</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia o tempo que ele pescou, vai variar a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E7:</b> Não. Porque a cada uma hora ele vai pescar três, mais três vai ficar seis e mais três nove <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui você colocou uma hora três peixes, duas horas seis peixes? Está certo? <b>E7:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que não está certo? <b>E7:</b> Porque eu coloquei do maior para o menor. <b>Pesquisadora:</b> E não é do maior para o menor? Seria como o certo? <b>E7:</b> Do menor para o maior. <b>Pesquisadora:</b> Então uma hora seria um peixe? Em uma hora quantos peixes ele pesca? <b>E7:</b> Três <b>Pesquisadora:</b> Então não está certo esse três? <b>E7:</b> Tá. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas seria quantos peixes? <b>E7:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Assim mesmo? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que em cinco horas você colocou quinze peixes? Aqui você fez cinco vezes três. <b>E7:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Que aí no total foram quinze peixes. Será que aqui não daria para fazer <math>2 \times 3</math> e <math>3 \times 3</math>. No caso uma hora três peixes, <math>2 \times 3</math> seis e três horas <math>3 \times 3</math> igual a 9 <b>E7:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> O que você acha? <b>E7:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Quando fala de hora é mais difícil? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Outra pergunta, sempre serão três peixes para cada hora? <b>E7:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? Como vou saber quantos peixes ele pegou se ele ficou oito horas lá pescando ou dez horas pescando, como descobrir a quantidade de peixes? <b>E7:</b> Se ele ficar dez horas, ele pega seis em oito horas ele pega três. Seis vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Existe uma continha? <b>E7:</b> Estou lembrando ... dezoito. <b>Pesquisadora:</b> Dezoito o que? Se ele pesca em quanto tempo? <b>E7:</b> Se ele pesca de oito a dez horas, vai ser seis vezes três que dá dezoito. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou em seis vezes três, se for de oito a dez horas? <b>E7:</b> Porque dez horas ele pesca seis peixes <b>Pesquisadora:</b> Porque dez horas ele pesca seis peixes? <b>E7:</b> Em oito ele pega quatro. Quatro ou três ... (silêncio) não sei. <b>Pesquisadora:</b> Em uma hora ele pescou três peixes,</p>

	em duas horas ele pescou seis peixes? <b>E7:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não? <b>E7:</b> Porque em cada hora ele pesca três peixes. <b>Pesquisadora:</b> E aqui teria que ser quantos peixes em duas horas? <b>E7:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Aqui seria três? <b>E7:</b> Sim.
E8	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E8:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E8:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E8:</b> Seis peixes. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E8:</b> Nove peixes. <b>Pesquisadora:</b> Como você chegou nos resultados? <b>E8:</b> Porque cada hora é três, então em uma hora ele pesca três, em duas horas ele pesca seis e em três horas ele pesca nove. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E8:</b> Ele pescou quinze. <b>Pesquisadora:</b> Por que quinze peixes? <b>E8:</b> Porque cada hora é três, então em uma hora ele pesca três, em duas horas ele pesca seis, em três horas ele pesca nove, em quatro hora ele pesca doze e em cinco horas ele pesca quinze. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E8:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E8:</b> Ele tinha quinze aí tirei nove e deu oito.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia o tempo que ele pescou, varia a quantidade de peixes? <b>E8:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E8:</b> Porque em uma hora ele pesca três, em duas horas pesca seis. Conforme mais tempo ele fica? <b>E8:</b> Mais peixe ele vai pescando <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixes que ele pescou? Depende do quê? <b>E8:</b> Das horas. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três peixes e em duas horas ele pesca seis peixes? <b>E8:</b> Por causa que cada hora é três. <b>Pesquisadora:</b> Nesse caso, sempre serão três peixes para cada hora? <b>E8:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como se descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E8:</b> Só fazer vezes três, tipo dez vezes três.</p>
E9	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E9:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E9:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E9:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito? <b>E9:</b> Porque duas vezes quatro deu oito. <b>Pesquisadora:</b> Em três horas ele pescou quantos peixes? <b>E9:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Por que quinze? <b>E9:</b> Porque três vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Conforme foi aumentando as horas foi aumentando a quantidade de peixes por hora? <b>E9:</b> (O estudante não soube responder, mas a sua estratégia indica que conforme aumenta as horas, aumenta-se também a quantidade de peixes por hora). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E9:</b> Vinte e nove. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E9:</b> Vinte. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E9:</b> Dez mais dez igual a vinte. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui você fez alguns risquinhos e tirou, como você fez? <b>E9:</b> Ele tinha vinte e nove tirei nove e ficou vinte.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia o tempo, vai mudando a quantidade de peixes que ele pesca? <b>E9:</b> Muda. <b>Pesquisadora:</b> Por que muda? <b>E9:</b> Porque em uma hora ele pescou três peixes, em duas horas ele pescou dois peixes e em três horas ele pescou (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Você acha que muda a quantidade de peixes? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixes que João pescou. Depende do quê? <b>E9:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora pescou três peixes e em duas horas você colocou que ele pescou oito peixes? <b>E9:</b> Porque as horas passa e ele pesca mais peixes. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada uma hora? <b>E9:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não? <b>E9:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Para cada uma hora sempre serão três peixes? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descubro a quantidade peixes para qualquer quantidade de horas. Por exemplo se ele pescou oito horas ou se pescou dez horas como vou saber quantos peixes ele pescou? <b>E9:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Sabe? <b>E9:</b> Não.</p>
E10	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E10:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que</p>

	<p>completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E10:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E10:</b> Seis peixes. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você pensou para dar o resultado de seis? <b>E10:</b> Três mais três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você pensou em três mais três? <b>E10:</b> Porque foram três peixes para cada hora. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas quantos peixes ele pesca? <b>E10:</b> Nove peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E10:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Por que quinze? <b>E10:</b> Por causa de cinco horas. <b>Pesquisadora:</b> E que conta você fez? <b>E10:</b> Três mais três mais três mais três mais três. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E10:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E10:</b> Quinze menos nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez quinze menos nove? <b>E10:</b> Porque dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes, aí ele ficou com quinze, aqui falou que ele vendeu nove peixes, aí quinze menos nove é seis. <b>Pesquisadora:</b> Por que desse quinze? <b>E10:</b> Porque é daqui de cima (apontando para o item b).</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que varia a quantidade de peixes conforme varia a quantidade de horas? <b>E10:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E10:</b> Porque depende da hora que você está pescando. <b>Pesquisadora:</b> Isso significa o que? <b>E10:</b> Como assim? <b>Pesquisadora:</b> O que significa isso, depende da hora que você está pescando. <b>E10:</b> Tipo, por exemplo, você está pescando três horas, você pode pegar nove peixes. <b>Pesquisadora:</b> Se você pesca uma hora? <b>E10:</b> Aí você ganha três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Então, se ele ficou mais tempo pescando? <b>E10:</b> Ele ganha mais. <b>Pesquisadora:</b> E a quantidade de peixes que ele pescou, depende do quê? <b>E10:</b> Da hora. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E10:</b> Por causa que não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui é uma hora três peixes e aqui duas horas seis peixes? <b>E10:</b> Eu acho que essa aqui também não sei. Como assim? <b>Pesquisadora:</b> Para uma hora são três e para duas são seis? <b>E10:</b> Por causa que três mais três são seis. <b>Pesquisadora:</b> Então você fez três peixes para uma hora e mais três peixes para duas horas que deram seis? <b>E10:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que sempre em uma hora são três peixes? <b>E10:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E10:</b> Eu não sei, acho que, desculpa como é que você falou? <b>Pesquisadora:</b> Como eu faço para descobrir em três horas foram nove peixes, certo? <b>E10:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez horas teria algum jeito de descobrir a resposta, alguma continha para fazer para descobrir? <b>E10:</b> Eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> teria que fazer? <b>E10:</b> Eu não sei <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem!</p>
E11	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E11:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E11:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez aqui? <b>E11:</b> Um vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Por que um vezes três? <b>E11:</b> Porque a hora é pra um e aqui é três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E11:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E11:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que você em todas as linhas você multiplicou por três? <b>E11:</b> Por causa dos peixes que vai de três em três. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E11:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E11:</b> Para uma hora foi três, duas seis, três nove, quatro doze e cinco quinze peixes. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E11:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E11:</b> Quinze menos nove. <b>Pesquisadora:</b> Da onde você tirou o quinze? <b>E11:</b> Ele pescou.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia o tempo, vai variando a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que varia? <b>E11:</b> Porque se for um eu pesco três peixes, se for duas pesco seis e se for três pesco nove. <b>Pesquisadora:</b> Conforme o tempo vai passando, mais peixes ele vai pescando, é isso? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como sabemos a quantidade de peixes que ele pescou. Depende do que para saber quantos peixes foram? <b>E11:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Depende do que, esse três, seis e nove? <b>E11:</b> Das horas. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três peixes e em duas horas seis peixes? <b>E11:</b> Porque as horas passa e ele pega dois peixes. <b>Pesquisadora:</b> São dois peixes conforme a hora vai passando? <b>E11:</b> Não, três.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada hora? <b>E11:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E11:</b> Porque não vai só uma hora, vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Vai aumentando quantos a cada uma hora? <b>E11:</b> Em três em três. <b>Pesquisadora:</b> Como consegue descobrir a quantidade que ele pescou para qualquer quantidade de hora? <b>E11:</b> Com as horas. <b>Pesquisadora:</b> Como eu sei, vamos supor que ele ficou pescando lá oito horas, como vou saber quantos peixes ele pescou? Tem como fazer uma continha para descobrir? <b>E11:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Não tem. Não tem como descobrir quantos peixes ele pescou, se for oito horas? <b>E11:</b> Não.</p>
E12	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E12:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E12:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez aqui? <b>E12:</b> Uma vezes três que é uma hora. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E12:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E12:</b> Duas vezes três que dá o resultado seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E12:</b> Três vezes três que dá o resultado nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que você em todas as linhas você multiplicou por três? <b>E12:</b> Porque em cada hora ele pesca três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E12:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E12:</b> Para uma hora foi três, duas horas seis, três horas nove, quatro horas doze e cinco horas quinze peixes. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E12:</b> Ele tava com quinze tirou nove ficou seis.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de horas, varia a quantidade de peixes que ele pesca? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque cada hora ele pesca três, em duas ele pesca seis e em três ele pesca nove. <b>Pesquisadora:</b> Conforme mais tempo ele vai pescando? <b>E12:</b> Mais peixes ele vai ter. <b>Pesquisadora:</b> E vai indo de quanto em quanto? <b>E12:</b> De peixes? <b>Pesquisadora:</b> É. <b>E12:</b> De três em três. <b>Pesquisadora:</b> Para descobrir a quantidade de peixes depende do quê? <b>E12:</b> Juntando tudo? <b>Pesquisadora:</b> Não. Aqui, como eu sei que ele pescou nove peixes, depende do quê? <b>E12:</b> Da hora. <b>Pesquisadora:</b> Da quantidade de horas? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E12:</b> Porque cada uma hora é três e duas dá seis. <b>Pesquisadora:</b> E sempre serão três peixes para cada hora? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E12:</b> Como assim? <b>Pesquisadora:</b> Que conta poderia fazer? <b>E12:</b> Eu colocaria oito vezes três, por exemplo. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez horas? <b>E12:</b> dez vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse trinta horas? <b>E12:</b> Trinta vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Então você vai multiplicando por quanto? <b>E12:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Você sempre faria vezes três? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque a cada uma hora é três peixes, então faria por três.</p>
E13	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E13:</b> Em uma hora ele pesca três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E13:</b> Em uma hora João pesca três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E13:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E13:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez para chegar nesses resultados? <b>E13:</b> Pelas horas e pelos peixes, se em uma hora eu pesco três peixes em duas horas eu vou pescar seis e em três horas eu vou pescar nove, aumentando de três em três. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E13:</b> Pescou quinze. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para chegar no quinze? <b>E13:</b> Porque se dez mais cinco é quinze. <b>Pesquisadora:</b> Mas você sabia que tinha que chegar no resultado quinze? <b>E13:</b> Sim, se três foi nove em cinco é quinze. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E13:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E13:</b> Quinze menos nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que você usou o quinze e o nove? <b>E13:</b> Eu usei o quinze daqui (apontando para o item anterior) e o nove daqui.</p> <p><b>2º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de horas, varia a quantidade de peixes? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E13:</b> Porque se eu pesco três em uma hora, em duas horas eu vou pescar seis, porque três mais três é seis. <b>Pesquisadora:</b> Para descobrir a quantidade de peixes, depende do quê? <b>E13:</b> Da continha. <b>Pesquisadora:</b> Mas depende do que mais para eu saber? <b>E13:</b> Da hora. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três e em duas horas ele pesca seis? <b>E13:</b> Porque três mais três é igual a seis. <b>Pesquisadora:</b> E sempre a cada uma hora três peixes? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de peixes que ele pescou para qualquer quantidade de horas? Que conta poderia fazer? <b>E13:</b> Acho que a quantidade de peixes e horas. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse oito horas, como faria para saber quantos peixes ele pescou? <b>E13:</b> Oito? <b>Pesquisadora:</b> É. <b>E13:</b> Três, seis, nove, dez, onze... vinte e quatro. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de horas, que continha você faz? <b>E13:</b> Três vezes, toda vez que for hora só que vai ser sempre três peixes a cada uma hora.</p>
E14	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E14:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E14:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E14:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E14:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez para chegar no três? <b>E14:</b> Em uma hora ele pescava três peixes. <b>Pesquisadora:</b> E aqui o que você fez? <b>E14:</b> Em uma hora ele pescou três e aqui ele pescou seis. <b>Pesquisadora:</b> E aqui em três horas? <b>E14:</b> Ele pesca três, nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você chegou no resultado nove? <b>E14:</b> Se uma é três... (o estudante conta no dedo de três em três até chegar no nove) três horas é nove. <b>Pesquisadora:</b> Você conta nos dedinhos de três em três, mas no registro você colocou cinco mais nove. <b>E14:</b> É que dá nove também. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E14:</b> Dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Por que dezesseis? <b>E14:</b> Porque em três horas ele pesca nove, em quatro horas ele pesca treze e em cinco horas ele pesca dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E14:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Por que sete? <b>E14:</b> Porque ele tem dezesseis tirou um, dois, três...nove aí ficou um, dois, três...sete.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de horas, varia a quantidade de peixes? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E14:</b> Porque em uma hora é três, aí tem mais peixe do que mais hora. <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai passando as horas o que vai acontecendo, ele vai pescando mais ou menos? <b>E14:</b> Mais peixes. <b>Pesquisadora:</b> Mais peixes ele pesca? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem. Para eu saber a quantidade de peixes, igual você colocou aqui nove peixes, como você sabe que são nove peixes? <b>E14:</b> Porque três horas é três peixes, aqui eu coloquei cinco mais quatro que fica nove. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de peixes que ele pesca, depende da quantidade de horas que ele pescou? <b>E14:</b> Não, porque é mais. <b>Pesquisadora:</b> O que? <b>E14:</b> Os peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E14:</b> Porque em uma ele pesca três e três mais três é seis, em três horas ele pescou três e mais três e ficou nove. <b>Pesquisadora:</b> Sempre a cada uma hora ele pesca três peixes? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você faz para descobrir a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E14:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> O que? <b>E14:</b> Peixes. Mais três, mais três e fica seis <b>Pesquisadora:</b> E se fosse cinco horas? <b>E14:</b> Cinco? <b>Pesquisadora:</b> Sim, o que você faria? <b>E14:</b> Eu ia fazer a conta. <b>Pesquisadora:</b> Que conta? <b>E14:</b> Pra saber.</p>
E15	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E15:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quantos peixes? <b>E15:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E15:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E15:</b> Eu pensei em três mais três. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E15:</b> Oito peixes. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E15:</b> Eu pensei assim, se uma hora é um, dois, três; duas horas é seis e três horas é seis, sete e oito. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E15:</b> Dezesseis peixes.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> O que você pensou para dar dezesseis? <b>E15:</b> Não me lembro mais (deixou em branco e não respondeu o item d).</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai mudando a quantidade de horas, vai alterando a quantidade de peixes que ele vai pescando? <b>E15:</b> acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E15:</b> Porque vai mudando, em uma hora ele pegou três, em duas horas ele pegou seis, em três horas ele pescou oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que vai mudando? <b>E15:</b> Porque vai passando a hora. Se em uma hora ele pegou três porque eles tinham suficiente e só três peixe queria comer a isca. <b>Pesquisadora:</b> Então só três peixes queriam comer a isca nesse tempo que ele estava pescando, ele ficou duas horas pescando... <b>E15:</b> Em duas horas deu mais tempo para ele pegar seis peixes. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme vai mudando o tempo, vai mudando a quantidade? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Vai dando mais tempo? <b>E15:</b> Isso. <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber a quantidade de peixes, depende de que? <b>E15:</b> Da hora. <b>Pesquisadora:</b> Depende da quantidade de horas é isso? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E15:</b> Porque... <b>Pesquisadora:</b> Quanto mais tempo ele fica pescando? <b>E15:</b> Ele pega mais peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora três peixes e duas horas seis peixes? <b>E15:</b> Porque uma hora os peixes estavam menos com fome e só três comeram. <b>Pesquisadora:</b> Ai o que aconteceu depois? <b>E15:</b> Ai depois que bateu duas horas veio mais peixes e ficaram seis. <b>Pesquisadora:</b> Então foram três peixes para uma hora e mais três peixes para mais uma hora e deram duas horas, é isso? <b>E15:</b> É em uma hora ele pega três em duas horas ele pega seis, eu fiz uma mais dois que deu 3 e aqui fiz três mais três que deu 6. <b>Pesquisadora:</b> E aqui porque você fez quatro mais quatro? <b>E15:</b> Por que três horas só deu para pegar oito peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E15:</b> Porque deu mais horas para ele ficar e mais peixes chegou. <b>Pesquisadora:</b> Mas se a cada uma hora ele pega três. Imagina aqui uma hora para esse, uma hora para esse e uma hora para esse, então nessa uma hora ele pegou quantos peixes? <b>E15:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E essa daqui? <b>E15:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E nessa daqui? <b>E15:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito, por que aqui vai ser mais dois? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Aqui você fez mais dois, é mais dois que coloco? <b>E15:</b> E não me lembro. <b>Pesquisadora:</b> Sempre a cada uma hora serão três peixes ou não? <b>E15:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que sim? <b>E15:</b> Porque em uma hora ele deu só para pegar três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Então a cada hora vai ser três. E por que nessa hora ele foi mais dois em vez de ser três? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Será que você se enganou? <b>E15:</b> Acho que me enganei. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de horas como faço para descobrir quantos peixes, existe alguma continha? <b>E15:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de horas, se for cinco horas, ser for seis horas? <b>E15:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que não? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que não? <b>E15:</b> Não sei.</p>
E16	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E16:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E16:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E16:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E16:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Conforme a hora vai passando ele pesca a mesma quantidade? <b>E16:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Então por que você sempre colocou o três? <b>E16:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E16:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você pensou para dar quinze? <b>E16:</b> (O estudante não soube responder). <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E16:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E16:</b> Não sei.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia o tempo que ele ficou pescando, vai variar a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E16:</b> Porque vai pegar no peixe em três em três. <b>Pesquisadora:</b> Depende do que para descobrir a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E16:</b> Ele vai pescar uma hora vai pegar três peixes, em duas horas ele vai pegar mais três e três horas ele vai pegar mais três. <b>Pesquisadora:</b> Sim, depende do que para saber a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E16:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Sabe me dizer do que depende? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Do que depende? <b>E16:</b> Do ...(silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três, em</p>

	<p>duas horas ele pescou quantos? <b>E16:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou três também? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui ele não ficou mais tempo pescando? Não deveria ter mais peixes? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Se ele ficou mais tempo, ou não? <b>E16:</b> Ou não. <b>Pesquisadora:</b> Por que ou não? <b>E16:</b> Porque ele vai pegar de três em três. Em uma hora ele pegou três e em duas horas ele pegou três. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe como descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E16:</b> Contando. <b>Pesquisadora:</b> Contando como? <b>E16:</b> De três em três. <b>Pesquisadora:</b> A cada hora. Vamos supor se for quatro horas quantos peixes ele pescou? <b>E16:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> É? <b>E16:</b> Deixa eu contar aqui, em uma hora ele pegou três, uma hora ele pegou mais três, mais três em quatro horas ele pegou mais três, vai ficar quinze <b>Pesquisadora:</b> Por que aqui, em uma hora você colocou três e em duas horas três novamente? <b>E16:</b> É porque ele pegou de três em três. <b>Pesquisadora:</b> Três em três, mas aqui não deveria ser duas horas, três para essa e mais três, não deveria ser seis ao invés de três? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E por que você só colocou três? <b>E16:</b> Eu esqueci. <b>Pesquisadora:</b> E no caso três horas, não deveria ser, uma hora três, duas horas seis e três horas? <b>E16:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Não deveria ser assim? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você colocou assim? <b>E16:</b> Eu esqueci.</p>
E17	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E17:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E17:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E17:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E17:</b> Nove peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que em duas horas você colocou seis? <b>E17:</b> Por que a cada uma hora ele pesca três. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E17:</b> Dezoito. <b>Pesquisadora:</b> Por que dezoito? <b>E17:</b> Porque a cada hora ele pesca três. <b>Pesquisadora:</b> Você fez de três em três? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Conta novamente. <b>E17:</b> (o estudante contou e percebeu que fez três risquinhos a mais por isso sua resposta não foi correta). <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está correto? <b>E17:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E17:</b> Eu coloquei três a mais. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que colocou horas a mais e deveria ser quantos peixes para cinco horas? <b>E17:</b> Deveria ser quinze. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E17:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E17:</b> Ele tinha dezoito tirei nove, mas não está certo. <b>Pesquisadora:</b> Por que não está certo? <b>E17:</b> Porque não é dezoito.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai mudando o tempo, vai mudando a quantidade de peixes que ele pesca? <b>E17:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Como assim? <b>E17:</b> Vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Aumentando de quanto em quanto? <b>E17:</b> De três em três. <b>Pesquisadora:</b> A cada hora que ele pesca vai aumentando? <b>E17:</b> Em três. <b>Pesquisadora:</b> Então se ele ficar mais tempo pescando? <b>E17:</b> Ele pega em três em três. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de peixes que ele vai pescar depende de que? <b>E17:</b> Ham? <b>Pesquisadora:</b> Depende do que para ele pescar nove peixes? <b>E17:</b> Da quantidade que ele vai ficar a hora. <b>Pesquisadora:</b> Da quantidade que ele vai ficar a hora. Então a quantidade de peixe que ele pesca depende das horas? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem. Por que em uma hora são três peixes e em duas horas são seis peixes? <b>E17:</b> Porque vai aumentando a hora <b>Pesquisadora:</b> E a cada uma hora a mais? <b>E17:</b> Ele pega três. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes a cada hora? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de hora, como eu vou saber quantos peixes ele pescou? <b>E17:</b> Aumentando de três em três <b>Pesquisadora:</b> Ah, aumentando de três em três, então se tiver seis horas? <b>E17:</b> Vai aumentando de três em três <b>Pesquisadora:</b> Então se for seis horas, você faz três, seis vezes? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez? <b>E17:</b> Vai aumentando de três em três.</p>
E18	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E18:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E18:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E18:</b> Em duas horas nove. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E18:</b> Doze. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para chegar nos resultados? <b>E18:</b> Porque em uma hora ele pega três peixes, aí eu fiz a conta três</p>

	<p>mais três que daria seis. Daí eu fiz a três, mais três, mais três igual a nove e ficou nove peixes em duas horas, daí tipo em três horas daria, três, mais três, mais três, mais três que daria doze. <b>Pesquisadora:</b> Mas a cada uma hora ele pesca quantos peixes? <b>E18:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E em duas horas? <b>E18:</b> Eu fiz errado, né. Para uma hora é dois peixes e pra duas horas é seis peixes. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E18:</b> Coloca três a mais. <b>Pesquisadora:</b> Três a mais do que seis? <b>E18:</b> É, sete, oito e nove. <b>Pesquisadora:</b> Então tinha que ser quanto? <b>E18:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E18:</b> Dezoito peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que dezoito? <b>E18:</b> Eu fiz aqui e contei um, dois, três...dezoito. <b>Pesquisadora:</b> Você fez para cinco horas? Conta novamente. <b>E18:</b> (o estudante contou e percebeu que fez três risquinhos a mais por isso sua resposta não foi correta). <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está correto? <b>E18:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E18:</b> Tem três a mais. <b>Pesquisadora:</b> Então deveria ser quantos? <b>E18:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E18:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E18:</b> Eu fiz dezoito menos nove. <b>Pesquisadora:</b> Mas era dezoito o certo? <b>E18:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Era quanto? <b>E18:</b> Quinze.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia a quantidade de horas, vai variando a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E18:</b> Porque em uma hora ele pega três peixes, eu fiz a conta três mais três que daria seis. Daí eu fiz três, mais três, mais três igual a nove e ficou nove peixes em duas horas, daí tipo em três horas daria, três, mais três, mais três, mais três que daria doze. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme varia o tempo varia a quantidade de peixes? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então quanto mais tempo ele pesca? <b>E18:</b> Mais ele ganha peixe. <b>Pesquisadora:</b> E a cada hora quantos peixes ele pesca? <b>E18:</b> Ele pesca a cada uma hora três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir a quantidade, aqui você colocou nove peixes, como eu sei que são nove. Depende do que para descobrir a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E18:</b> Depende das horas. <b>Pesquisadora:</b> Ah, depende das horas. Então porque em uma hora ele pesca essa quantidade e duas horas essa quantidade? <b>E18:</b> Em uma hora ele pesca três, assim eu fiz a conta, um mais um é dois né, então em três mais três que daria nove e mais três que daria nove. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que sempre a uma hora são três peixes? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de peixes que ele pescou para qualquer horas? <b>E18:</b> A quantidade de peixes, ... (silêncio) não faço a mínima ideia <b>Pesquisadora:</b> Por exemplo se ele pescou durante oito horas, como eu vou saber quantos peixes ele pescou? <b>E18:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Se fosse em oito horas como você faria para descobrir quantos peixes ele pescou? Não precisa dar a resposta <b>E18:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez horas, ou quinze horas, você não sabe como faria para achar a resposta? <b>E18:</b> Não, não faço a mínima ideia <b>Pesquisadora:</b> E como aqui você conseguiu, se ele pescou durante cinco horas você conseguiu fazer assim até chegar? <b>E18:</b> Porque é cinco horas e a senhora falou dez e quinze. <b>Pesquisadora:</b> Aí já e muito? <b>E18:</b> Sim.</p>
E19	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E19:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E19:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E19:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E19:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para chegar nos resultados? <b>E19:</b> Fui aumentando de três. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E19:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para dar quinze? <b>E19:</b> É cinco horas né a cada hora ele pegava três, aí eu fiz um, dois, três; quatro, cinco, seis; sete, oito, nove; dez, onze, doze; treze, quatorze e quinze (O estudante conta nos dedos). <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu nove peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E19:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E19:</b> Quinze né, aí ele vendeu nove, aí daria ...eu tenho quinze, aí tira nove vai ficar seis.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme varia as horas que ele fica pescado, vai variar a quantidade de peixes que ele pescou? <b>E19:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Por que varia? <b>E19:</b> Cada hora ele pega um peixe. <b>Pesquisadora:</b> Um, a cada hora? <b>E19:</b> Um, dois, três.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> E conforme o tempo? <b>E19:</b> Em duas horas ele pega seis, três pega nove peixes. <b>Pesquisadora:</b> Então, como descobre a quantidade de peixes que ele pescou. Depende do quê? <b>E19:</b> Do número 3. <b>Pesquisadora:</b> Como assim, depende do número 3? <b>E19:</b> Cada hora ele pega três peixes né. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora pesca três peixes e em duas horas pesca seis peixes? <b>E19:</b> Eu acho porque os peixes não passa muito no rio, só passa indo para outro lugar, ai eles vê a comida e come aí pega o peixe, e a cada hora eles pega três. <b>Pesquisadora:</b> Mas você sabe me dizer o porquê em uma hora ele pesca três e em duas horas pesca seis? <b>E19:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada hora? <b>E19:</b> Seria. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de hora? <b>E19:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Vamos supor se fosse oito horas, se fosse dez horas, cinco horas, como descobre a quantidade de peixes? <b>E19:</b> Também com o número três. <b>Pesquisadora:</b> Como assim com o número três? <b>E19:</b> Cada hora ele pega três, se passar umas cinco horas, cada hora ele vai pegar três, 1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 e 15. Ele pega quinze de cinco horas. <b>Pesquisadora:</b> Se for cinco horas, você faz 5x3, é isso? <b>E19:</b> Não (o estudante contou de três em três nas mãos). <b>Pesquisadora:</b> Você vai somando de três em três a quantidade? <b>E19:</b> Vou.</p>
E20	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E20:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E20:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E20:</b> Seis peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que seis? <b>E20:</b> Em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pegou seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E20:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E20:</b> Porque ele ficou mais tempo. <b>Pesquisadora:</b> E a cada uma hora ele pescou quanto? <b>E20:</b> Três peixes de cada vez, a cada hora ele foi pegando três peixes, três peixes que deu nove. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E20:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Por que quinze? <b>E20:</b> Porque cinco vezes...eu esqueci de colocar o número. <b>Pesquisadora:</b> Mas qual era a ideia, cinco vezes? <b>E20:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é esse cinco? <b>E20:</b> Das horas que ele pescou. <b>Pesquisadora:</b> E o três? <b>E20:</b> De três horas que ele pescou aqui. <b>Pesquisadora:</b> De três horas? <b>E20:</b> Não, é de três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E20:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E20:</b> Ele vendeu nove peixes e tinha pescado tudo quinze, aí ele vendeu nove e se você contar isso daqui deu seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E20:</b> Eu risquei nove e sobrou seis.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai variando o tempo, vai variando a quantidade de peixes? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E20:</b> Porque ele fica mais tempo, ele vai pegando mais peixes. <b>Pesquisadora:</b> E quantos a mais a cada hora? <b>E20:</b> Na primeira hora ele pegou três, na segunda hora ele pegou seis, na terceira hora ele pegou nove, porque ele juntou com o outro. <b>Pesquisadora:</b> A cada uma hora ele pesca quantos peixes? <b>E20:</b> Três. <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então a quantidade de peixes depende do quê? <b>E20:</b> Da hora. <b>Pesquisadora:</b> Então quanto mais horas ele fica pescando... <b>E20:</b> Ele pega mais. <b>Pesquisadora:</b> Quantos a mais a cada hora? <b>E20:</b> Ele vai pegando mais peixe, que ele fica mais minutos que ele ficou. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E20:</b> Porque ele ficou mais tempo no lugar, igual eu falei no outro, tipo o peixe fica em um lugar e vai para outro lugar, aí ele pesca e vai andando com o barco. <b>Pesquisadora:</b> Então ele vai andando com o barco e vai passando o tempo e ele vai pescando mais peixes? <b>E20:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> E a cada hora ele vai pegando quantos a mais? <b>E20:</b> Pegou três, a cada uma hora ele pega três. <b>Pesquisadora:</b> Então, a cada uma hora são três peixes? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir quantos peixes para qualquer hora, você sabe me dizer que conta que faz? <b>E20:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Se for oito horas? <b>E20:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem!</p>
E21	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E21:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E21:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E21:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três</p>

	<p>horas? <b>E21:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que nove? <b>E21:</b> Porque cada hora é três peixes. <b>Pesquisadora:</b> E a cada uma hora ele pescou quanto? <b>E21:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E21:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Por que quinze? <b>E21:</b> Cinco vezes três que deu quinze. <b>Pesquisadora:</b> Mas qual era a ideia, cinco vezes? <b>E21:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é o cinco? <b>E21:</b> Daqui (apontando para o enunciado). <b>Pesquisadora:</b> E o três? <b>E21:</b> De peixes. <b>Pesquisadora:</b> Entendi, então você fez cinco horas vezes três peixes? <b>E21:</b> Isso. <b>Pesquisadora:</b> E deu quanto? <b>E21:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E21:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E21:</b> Eu fiz quinze risquinhos e tirei nove. <b>Pesquisadora:</b> E ficou quanto? <b>E21:</b> Seis.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai mudando o tempo, quantidade de horas, vai mudando também a quantidade de peixes? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E21:</b> Porque ele fica mais cada hora, ele fica uma vez aí depois ele fica mais duas horas. Cada hora ele fica lá ele pesca mais peixes. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme ele fica mais horas, mais peixes ele vai pescando? <b>E21:</b> É, aí por isso que ele chegou no nove, aí ele vai pegando mais peixes, aí ele chegou no nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixes que ele pescou? Depende do quê? <b>E21:</b> Do tempo. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três peixes e em duas horas ele pesca seis? <b>E21:</b> Porque ele ficou mais tempo. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes por hora? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como descobrir a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas, por exemplo, se ele ficar lá dez horas? <b>E21:</b> Aí ele vai pegando mais peixes, precisa da continha, aí a gente vai sabendo. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe qual é essa continha? <b>E21:</b> Aqui em uma hora ele pescou três vezes a mais, aqui... <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E21:</b> Em duas horas ele pescou duas vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Duas vezes três, que deu seis, e em três horas? <b>E21:</b> Ai ele pescou três vezes três que deu nove. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez horas? <b>E21:</b> Ai ele ia pegar mais peixes. <b>Pesquisadora:</b> É. Você sabe qual continha que daria para fazer? <b>E21:</b> Aí eu esqueci.</p>
E22	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E22:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E22:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E22:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E22:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três peixes e em duas horas ele pescou seis peixes? <b>E22:</b> Porque demorou mais ainda do que uma. <b>Pesquisadora:</b> Não poderia ser quatro peixes para duas horas? <b>E22:</b> É três peixes em uma e é seis em duas. <b>Pesquisadora:</b> Por que em três horas ele pescou nove peixes? <b>E22:</b> Porque ele demorou mais ainda. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E22:</b> Um, dois, três...onze. <b>Pesquisadora:</b> Por que onze? <b>E22:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E22:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito? <b>E22:</b> Não sei.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme modifica a quantidade de horas, também modifica a quantidade de peixes? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E22:</b> Porque em uma hora ele pega três e em duas horas ele pega seis. <b>Pesquisadora:</b> E por que em uma hora ele pega três e em duas horas ele pega seis? <b>E22:</b> Porque demora. <b>Pesquisadora:</b> Como eu sei que são seis peixes? Depende do quê? <b>E22:</b> Porque em uma hora ele pega três e em duas horas ele pega seis. <b>Pesquisadora:</b> Então depende do que pra saber quantos peixes? <b>E22:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Você acha que sempre a cada uma hora serão três peixes? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como que eu descubro a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E22:</b> Pelas continhas. <b>Pesquisadora:</b> E que continha eu poderia fazer? <b>E22:</b> Com o lápis. <b>Pesquisadora:</b> Seria continha de mais ou de vezes? <b>E22:</b> De pauzinho. <b>Pesquisadora:</b> Como seria essa continha de pauzinho? <b>E22:</b> Assim (o estudante apontou para a sua resolução). <b>Pesquisadora:</b> Ah igual você fez. Como você faria essa continha de pauzinho, imagina que ele ficou lá oito horas pescando, que continha</p>

	<p>           você iria fazer de pauzinho? <b>E22:</b> Eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> Mas iria fazer de pauzinho?  <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Então está bom!         </p>
E23	<p> <b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E23:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E23:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas? <b>E23:</b> Dois peixes. <b>Pesquisadora:</b> Em três horas? <b>E23:</b> Um peixe. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pesca três peixes, em três horas ele vai pescar um peixe? <b>E23:</b> Eu errei. <b>Pesquisadora:</b> Qual seria a resposta correta? <b>E23:</b> Aqui seria um peixe (referente a uma hora) aqui dois peixes e três peixes (referente a três horas). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? Como você fez? <b>E23:</b> Cinco vezes três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez cinco vezes três? <b>E23:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E23:</b> Com oito. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez para descobrir? <b>E23:</b> Quinze menos nove é igual a oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez quinze menos nove? <b>E23:</b> Porque ele vendeu nove peixes e ficou com oito.         </p> <p> <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai variando o tempo que João vai pescando, vai variando a quantidade de peixes? <b>E23:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Como varia? <b>E23:</b> Por causa da hora e o tempo. <b>Pesquisadora:</b> Como assim? <b>E23:</b> (silêncio). Olha uma hora três peixes, duas horas dois peixes, três horas um peixe. E aqui é dois e aqui é um. <b>Pesquisadora:</b> Aqui no seu caso, conforme vai aumentando as horas a quantidade de peixes vai diminuindo. Por que ele pescou uma hora e pescou três peixes, em duas horas pescou dois peixes e em três horas e pegou um peixe? <b>E23:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> O que você acha? <b>E23:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Mas você acha que está certo? <b>E23:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que não está certo? <b>E23:</b> Por causa que aqui é um peixe, dois peixes e três peixes <b>Pesquisadora:</b> Uma hora um peixe, duas horas dois peixes e três horas três peixes, é isso? <b>E23:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Mas se é a cada uma hora ele pesca três peixes, em uma hora não seria três peixes mesmo? <b>E23:</b> Seria. E duas horas um peixe e três horas ... <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixes para cada hora? <b>E23:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sim? <b>E23:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não? <b>E23:</b> Por causa que depende da hora e da quantidade de peixes. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? Você sabe? <b>E23:</b> Não.         </p>
E24	<p> <b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E24:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E24:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Mas o porquê você fez três mais um que deu quatro? <b>E24:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas quantos peixes ele pesca? <b>E24:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E24:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas ou em três horas ele pesca a mesma quantidade? <b>E24:</b> (Silêncio) <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? Como você fez? <b>E24:</b> Cinco mais três. <b>Pesquisadora:</b> Que deu quanto? <b>E24:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez cinco mais três? <b>E24:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E24:</b> Com oito. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está certo? <b>E24:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E24:</b> Porque se ele vendeu nove não tem como ele ficar com oito.         </p> <p> <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai alterando a quantidade de tempo que ele pesca, vai alterando a quantidade de peixes? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E24:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que conforme vai mudando a quantidade de horas, por exemplo, uma hora, duas horas, muda a quantidade de tempo, muda a quantidade de peixes? <b>E24:</b> Porque sim né. Três horas ele pesca três peixes, duas horas ele pesca seis peixes, três horas ele pesca doze peixes. Aqui eu falei errado. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá. Para eu saber a quantidade de peixes, depende do quê? <b>E24:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Quanto mais tempo ele pesca, o que acontece? <b>E24:</b> Mais outros peixes ele vai pegando. <b>Pesquisadora:</b> E quanto menos tempo ele pesca? <b>E24:</b> Menos peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por         </p>

	<p>que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E24:</b> Porque em duas horas dá de pescar seis peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três e em duas horas ele pescou seis? <b>E24:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Você não sabe? <b>E24:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Outra pergunta, sempre serão três peixes a cada hora? <b>E24:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Não. Varia? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que varia? <b>E24:</b> Porque sim, porque ele tem mais tempo para pescar outros peixes, aí ele tem outros peixes. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe me dizer como descobrir para qualquer quantidade de horas, a quantidade de peixes que ele vai pescar? <b>E24:</b> Dez horas.</p>
E25	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E25:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E25:</b> Três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Mas o que você colocou? <b>E25:</b> Um e coloquei oito. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe o que fez aqui? <b>E25:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas? <b>E25:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que ele pescou dez peixes? <b>E25:</b> Porque ele demorou muito tempo. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E25:</b> Ele pegou oito. <b>Pesquisadora:</b> Mas se em três horas ele pescou dez como você falou, se ele ficou cinco horas ele pescou menos do que três horas? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E25:</b> Nove. <b>Pesquisadora:</b> Mesmo que ele vendeu nove, ele ficou com nove? <b>E25:</b> Ele pegou quantos peixes, nove, ele pegou oito, eu acho que ficou três.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme muda as horas, vai mudando a quantidade de peixes que João pescou? <b>E25:</b> Vai. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E25:</b> Ele ficou cinco horas lá e ele pescou dez peixes. <b>Pesquisadora:</b> Por que ele ficou cinco horas e pegou dez peixes? <b>E25:</b> É porque cinco horas demora, depois ele pegou dez peixes. <b>Pesquisadora:</b> Entendi. Você acha que a quantidade de peixes que ele vai pescar, depende da quantidade de horas que ele fica lá pescando? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha? <b>E25:</b> Porque sim. <b>Pesquisadora:</b> Tá bom! <b>Pesquisadora:</b> Como você faz para descobrir a quantidade de peixes, para qualquer quantidade de horas? <b>E25:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se for oito horas? <b>E25:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem!</p>
E26	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas ele pescou quantos peixes? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas ele pesca quantos peixes? <b>E26:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que ele pescou cinco peixes? <b>E26:</b> Não sei também. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? <b>E26:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Quantos peixes ele vai pescar durante cinco horas? <b>E26:</b> Oito horas. <b>Pesquisadora:</b> Não são cinco horas, quantos peixes ele pesca em cinco horas? <b>E26:</b> Quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que quatro? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Quantos peixes ele tinha? <b>E26:</b> Oito. <b>Pesquisadora:</b> Tem como ele ter oito e vender nove. <b>E26:</b> Não.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai mudando as horas, vai mudando a quantidade de peixes que ele pesca? <b>E26:</b> Vai <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E26:</b> Quer dizer não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não? <b>E26:</b> Porque ele tem três peixes. <b>Pesquisadora:</b> Mas conforme a hora vai passando, vai pescando mais ou pescando menos. O que você acha? <b>E26:</b> Mais. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme vai mudando o tempo, vai mudando a quantidade de peixes que ele pesca? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de peixes depende da quantidade de horas? <b>E26:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora são três peixes e em duas horas vai ser diferente a quantidade? <b>E26:</b> Porque ele tá pescando. <b>Pesquisadora:</b> E aí o que é que tem que ele está pescando? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem. Sempre serão três peixes para cada hora? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Como</p>

	<p>           você faz para descobrir a quantidade de peixes, para qualquer quantidade de horas? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem!         </p>
E27	<p> <b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E27:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E27:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> (Após essa pergunta o estudante não soube explicitar sobre a situação).  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme muda as horas, vai mudando a quantidade de peixes que João pescou? <b>E27:</b> hum... <b>Pesquisadora:</b> Você acha que muda? <b>E27:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixe que ele pesca? <b>E27:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> depende de algo. <b>E27:</b> Não sei.         </p>
E28	<p> <b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> João gosta de pescar a cada 1 hora ele pesca 3 peixes. Quantos peixes João pesca em uma hora? <b>E28:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” você tinha que completar a tabela com a quantidade de peixe pescado conforme o tempo. Em uma hora, quanto ele pesca? <b>E28:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Só que aqui você colocou um mais três. Por que você colocou? <b>E28:</b> Eu pensei que era mais fácil. <b>Pesquisadora:</b> Em duas horas você fez como? <b>E28:</b> Dois mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que dois mais cinco? <b>E28:</b> Que era mais fácil também. <b>Pesquisadora:</b> Da onde você tirou esse cinco? <b>E28:</b> Daqui (resposta da quantidade de peixes). <b>Pesquisadora:</b> Mas deu sete. <b>E28:</b> Sete. <b>Pesquisadora:</b> Então você fez duas horas mais cinco peixes que deu sete. Mas sete é o quê? <b>E28:</b> Horas. <b>Pesquisadora:</b> Então duas horas mais cinco peixes dá sete horas? <b>E28:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> E em três horas quantos peixes? <b>E28:</b> Seis. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E28:</b> Três mais seis. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é esse três? <b>E28:</b> Daqui (das horas). <b>Pesquisadora:</b> E esse seis? <b>E28:</b> Daqui (resposta da quantidade de peixes). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: João pescou durante 5 horas. Quantos peixes João pescou? Como você fez? <b>E28:</b> Cinco mais quatro. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez cinco mais quatro? <b>E28:</b> Porque é mais fácil. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é esse cinco? <b>E28:</b> Daqui (apontando para o enunciado do item). <b>Pesquisadora:</b> E esse quatro? <b>E28:</b> Daqui (apontando para a resposta da primeira linha da tabela). <b>Pesquisadora:</b> Dos peixes pescados durante as cinco horas João vendeu 9 peixes. Com quantos peixes João ficou? <b>E28:</b> Com oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que oito? <b>E28:</b> Porque ele pescou bastante.  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vai mudando as horas, vai mudando a quantidade de peixes que ele pesca? <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E28:</b> Mais ele pega peixe, mais ele tem. <b>Pesquisadora:</b> Quantas mais horas ele pesca, mais peixe ele tem? <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? Sabe me dizer? <b>E28:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixe que ele pesca? <b>E28:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> depende de algo. <b>E28:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que em uma hora ele pescou três peixes e em duas horas ele pescou cinco? <b>E28:</b> Por causa que ele pegou bastante peixe. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão três peixe para cada hora? <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de peixes para qualquer quantidade de horas? <b>E28:</b> Pelos números. <b>Pesquisadora:</b> Pelos números? <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Quais números? <b>E28:</b> Não sei.         </p>

E1

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO.

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 \times 3 = 3$	3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3 = 6$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 6

E2

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO.

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS	$1 \times 3 = 3$	
3 HORAS	$2 \times 3 = 6$	6 PEIXES
	$3 \times 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 15

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 6

E3

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO.

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS		6 PEIXES
3 HORAS		9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 6 PEIXES

E4

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO.

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3 = 6$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 6 PEIXES

E5

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS	$3 \times 2 = 6$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA:  $5 \times 3 = 15$   
15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA:  $15 - 9 = 6$   
6 PEIXES

E6

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS	$2 + 1 = 3$	3
3 HORAS	$3 + 2 = 6$	6
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	9

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA:  $5 \times 3 = 15$   
15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA:  $15 - 9 = 6$   
6 PEIXES

E7

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS	3 PEIXES	
3 HORAS	9 PEIXES	
3 HORAS	9 PEIXES	

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA:  $5 \times 3 = 15$   
15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA:  $15 - 9 = 6$   
6 PEIXES

E8

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS	$2 + 1 = 3$	3
3 HORAS	$3 + 2 = 6$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	9

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA:  $5 \times 3 = 15$   
15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 9 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA:  $15 - 9 = 6$   
6 PEIXES

E9

ESTUDANTE: BRUNO / 7011111

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3 = 6$	
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	8 PEIXES
	$5 \times 3 = 15$	15 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

$5 \times 3 =$

RESPOSTA: 15 PEIXES JOÃO PESCOU.

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

$9 - 8 = 1$

RESPOSTA: 1 PEIXE JOÃO FICOU.

E10

ESTUDANTE: BRUNO

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS		6 PEIXES
3 HORAS		9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

$5 \times 3 =$

RESPOSTA: 15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

$9 - 8 = 1$

RESPOSTA: 1 PEIXE

E11

ESTUDANTE: BRUNO

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3 = 6$	
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	6 PEIXES
	$3 \times 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

$5 \times 3 = 15$

RESPOSTA: 15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

$9 - 8 = 1$

RESPOSTA: 1 PEIXE

E12

ESTUDANTE: BRUNO

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA 1 HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES 3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3 = 6$	
3 HORAS	$3 \times 3 = 9$	6 PEIXES
	$3 \times 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

$5 \times 3 = 15$

RESPOSTA: 15 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

$9 - 8 = 1$

RESPOSTA: 1 PEIXE

E13

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$3+0=3$	3 PEIXES
2 HORAS	$3+3=6$	6 PEIXES
3 HORAS	$6+3=9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 9 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 3 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 6 PEIXES

E14

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$3+2+1=6$	3 PEIXES
2 HORAS	$8+8=16$	6 PEIXES
3 HORAS	$5+4=9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 16 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 4 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 7 PEIXES

E15

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1+2=3$	3 PEIXES
2 HORAS	$3+3=6$	6 PEIXES
3 HORAS	$4+4=8$	8 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 8 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 3 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 5 PEIXES

E16

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 \times 3$	3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \times 3$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 9 PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 3 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 6 PEIXES

E17

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
 RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 \times 3 = 3$	3 PEIXES
2 HORAS	$3 + 3 = 6$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 + 3 + 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
 RESPOSTA: 9 PEIXES

7) DOIS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS. JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
 RESPOSTA: 5 PEIXES

E18

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
 RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$3 + 3 = 6$	3 PEIXES
2 HORAS	$3 + 3 + 3 = 9$	9 PEIXES
3 HORAS	$3 + 3 + 3 = 9$	12 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
 RESPOSTA: 18 PEIXES

7) DOIS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS. JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
 RESPOSTA: 9 PEIXES

E19

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
 RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 \times 3$	3 PEIXES
2 HORAS	$2 \times 3$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \times 3$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
 RESPOSTA: 9

7) DOIS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS. JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
 RESPOSTA: 5

E20

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
 RESPOSTA: 3 PEIXES

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS		6 PEIXES
3 HORAS		9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
 RESPOSTA: 9

7) DOIS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 3 HORAS. JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
 RESPOSTA: 5

E21

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 peixes

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS	3+3=6	6 peixes
3 HORAS	3+3+3=9	9 peixes

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 15 peixes

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 7 peixes

E22

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS	3+3=6	6 peixes
3 HORAS	3+3+3=9	9 peixes

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA: 15 peixes

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 7 peixes

E23

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3 peixes

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	3 PEIXES	3 PEIXES
2 HORAS	2 PEIXES	2 PEIXES
3 HORAS	1 PEIXE	1 PEIXE

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA:  $5 \times 3 = 15$  PEIXES

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA:  $15 - 8 = 7$

E24

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?

RESPOSTA: 3

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS	$1 + 3 = 4$	
3 HORAS	$2 + 3 = 5$	
	$4 + 3 = 7$	

6) JOÃO PESCOU DURANTE 5 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?

RESPOSTA:  $5 + 3 = 8$

7) DOS PEIXES PESCADOS DURANTE AS 5 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?

RESPOSTA: 8

E25

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 \cdot 3 = 3$	3 PEIXES
2 HORAS	$2 \cdot 3 = 6$	6 PEIXES
3 HORAS	$3 \cdot 3 = 9$	9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA: 9

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA: 1

E26

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS	$3 \cdot 2 = 6$	
3 HORAS	$3 \cdot 2 = 6$	6 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA: 9

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA: 5

E27

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA		3 PEIXES
2 HORAS		6 PEIXES
3 HORAS		9 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA: 9

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA: 5

E28

3) JOÃO GOSTA DE PESCAR. A CADA 1 HORA ELE PESCA 3 PEIXES.

4) QUANTOS PEIXES JOÃO PESCA EM 1 HORA?  
RESPOSTA: 3

5) COMPLETE A TABELA COM A QUANTIDADE DE PEIXE PESCADO CONFORME O TEMPO:

TEMPO EM HORA	RESOLUÇÃO	QUANTIDADE DE PEIXES
1 HORA	$1 + 3 = 4$	3 PEIXES
2 HORAS	$2 + 5 = 7$	5 PEIXES
3 HORAS	$3 + 6 = 9$	6 PEIXES

6) JOÃO PESCOU DURANTE 3 HORAS. QUANTOS PEIXES JOÃO PESCOU?  
RESPOSTA: 9

7) DOS PEIXES PESCADO DURANTE AS 3 HORAS, JOÃO VENDEU 8 PEIXES. COM QUANTOS PEIXES JOÃO FICOU?  
RESPOSTA: 8

## APÊNDICE VIII– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS SITUAÇÃO 4

Estudante	Diálogo
E1	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E1:</b> Cinco. No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E1:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Porque cinco vezes cinco é vinte cinco. <b>Pesquisadora:</b> Do que são esses dois cinco? <b>E1:</b> Esse cinco é de cinco pacotinhos de figurinhas e cinco de cinco figurinhas da copa. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E1:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E1:</b> Ela tinha vinte e cinco dessa conta aqui (apontando para o item anterior) e o avô dela deu mais quinze, aí fiz essa conta na cabeça e deu quarenta.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E1:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E1:</b> Por causa que em cada pacote tem cinco. E por exemplo se eu comprar dois pacotes eu não vou ter cinco eu vou ter dez <b>Pesquisadora:</b> Então varia? <b>E1:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas? Depende do quê? <b>E1:</b> Depende de quantos ela comprou. <b>Pesquisadora:</b> Comprou o que? <b>E1:</b> Depende de quantos pacotes de figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco figurinhas? <b>E1:</b> Hum? <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco figurinhas? <b>E1:</b> Por causa que um pacote vai ser diferente do que cinco. <b>Pesquisadora:</b> Ah, um pacote vai ser diferente do que cinco? <b>E1:</b> Um pacote vem cinco figurinhas, depois cinco pacotes mudou. <b>Pesquisadora:</b> Mudou? <b>E1:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Ok. Como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E1:</b> Vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Então eu pego a quantidade de pacotes e faço vezes cinco é isso? <b>E1:</b> Sim</p>
E2	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E2:</b> Cinco. No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E2:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E2:</b> Porque cinco vezes cinco é vinte cinco. <b>Pesquisadora:</b> Do que é esse cinco? <b>E2:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> E esse cinco? <b>E2:</b> Cinco pacotes. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E2:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E2:</b> Porque assim, ela tinha vinte e cinco e o avô deu quinze e no total deu quarenta.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E2:</b> Porque assim, se eu tiver uns dez pacotes, eu acho que como tem cinco figurinhas, na verdade se eu tivesse dez pacotes dentro vai ter cinco figurinhas em um pacote, se eu misturasse vai ficar um monte. <b>Pesquisadora:</b> Ahan. <b>E2:</b> E aí ia, a gente poderia ver certo, entendeu? <b>Pesquisadora:</b> Ah, ia mudar? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de figurinhas, depende do quê? <b>E2:</b> Dos pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Depende da quantidade de pacotes? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e cinco pacotes têm vinte e cinco? <b>E2:</b> Porque assim ó, cinco vezes cinco é vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Você fez cinco vezes cinco que deram vinte e cinco? <b>E2:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez cinco vezes cinco são vinte e cinco? <b>E2:</b> Porque têm cinco figurinhas e cinco pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas para cada pacote? <b>E2:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> E como a gente descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E2:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse 10, fosse 20, você saberia dizer? <b>E2:</b> Não.</p>
E3	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E3:</b> Cinco. No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E3:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E3:</b> Cinco vezes cinco.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E3:</b> Porque dá vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> E você já sabia que tinha que dar vinte e cinco? <b>E3:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E3:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E3:</b> Porque ela tem mais que ganhou.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Se variar a quantidade de pacotes, varia também a quantidade de figurinhas? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E3:</b> Porque cada pacote vem cinco, às vezes vem quatro, às vezes vem três, às vezes vem figurinha rara. <b>Pesquisadora:</b> Figurinha rara também? <b>E3:</b> Figurinha a mais. <b>Pesquisadora:</b> Tá, você acha que conforme vai variando, se eu tiver quatro pacote de figurinhas, ou se eu tiver dois pacotes de figurinhas vai? <b>E3:</b> Vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Conforme mais pacotes? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir quantas figurinhas eu tenho depende do quê? <b>E3:</b> Que? <b>Pesquisadora:</b> Para eu descobrir quantas figurinhas eu tenho depende do quê? <b>E3:</b> É, a figurinha que tem dentro.</p> <p><b>Pesquisadora:</b> Mas, depende do que para eu saber quantas figurinhas, por exemplo, eu fui lá na loja comprar as figurinhas, aí eu comprei algumas figurinhas como eu vou saber quantas figurinhas eu comprei? <b>E3:</b> É só você abrir o negocinho das figurinhas.</p> <p><b>Pesquisadora:</b> Mas, depende do que, dos pacotes? <b>E3:</b> Sim, dos pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Depende dos pacotes para eu saber quantas figurinhas eu tenho? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Ah, tá. Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes têm vinte e cinco figurinhas? <b>E3:</b> Quantos? <b>Pesquisadora:</b> Em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco figurinhas, por quê? <b>E3:</b> Porque se eu comprar mais pacotes, vem mais figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Ah entendi, então por isso? <b>E3:</b> Eu coloquei vezes. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá. Outra pergunta: sempre serão cinco figurinhas por pacote? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como consegue descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E3:</b> Se eu tiver dez pacotes posso fazer cinco vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> E se for vinte? <b>E3:</b> cinco vezes vinte. <b>Pesquisadora:</b> Então sempre vai ser cinco vezes a quantidade de pacotes, é isso? <b>E3:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Entendi, se for três pacotes eu faço cinco vezes três, se for dez pacotes, eu faço cinco vezes dez, é isso que você acha? <b>E3:</b> É.</p>
E4	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E4:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E4:</b>Um, dois, três... vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E4:</b> Desenhei. <b>Pesquisadora:</b> Você desenhou cinco figurinhas para cada pacote? <b>E4:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E4:</b> Trinta e nove. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E4:</b> Porque ela tinha vinte e cinco com mais quinze deu trinta e nove. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez a conta? <b>E4:</b> Risquinho. <b>Pesquisadora:</b> Conta novamente. <b>E4:</b> Vixi, eu contei errado. É 40.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas? <b>E4:</b> Sim, só comprar aí já ganha, aí já completa o álbum, se não comprar repetida <b>Pesquisadora:</b> Ai vai ser bastante figurinha que ela vai ter? <b>E4:</b> Daí se ela trocar o que ela não tem ela vai conseguir mais ainda. <b>Pesquisadora:</b> Entendi. <b>E4:</b> Se ela trocou o que tem aí ela vai conseguir mais figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas, como que eu sei a quantidade de figurinhas? <b>E4:</b> Um pacote tem cinco, em dois pacotes tem dez, em três pacotes... <b>Pesquisadora:</b> Então depende da quantidade de pacotes para eu saber quantas figurinhas? <b>E4:</b> Depende. <b>Pesquisadora:</b> Por que um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacote tem vinte e cinco figurinhas? <b>E4:</b> Uhum? <b>Pesquisadora:</b> Por que um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacote têm vinte e cinco figurinhas? <b>E4:</b> 25? <b>Pesquisadora:</b> É, o por quê? <b>E4:</b> Porque é cinco mais cinco, mais cinco, mais cinco, mais cinco e mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Ah porque é cinco mais cinco, mais cinco, mais cinco, mais cinco e mais cinco? <b>E4:</b> É daí vai indo <b>Pesquisadora:</b> Ah porque cada pacote tem cinco e você foi cinco mais cinco, mais cinco, mais cinco, mais cinco e mais cinco, entendi. Sempre serão cinco figurinhas em cada pacote? <b>E4:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E4:</b> Han? <b>Pesquisadora:</b> Como eu descubro a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E4:</b> Tem um que vai tá pesando mais porque tem a figurinha leve daí ele vai estar</p>

	<p>pesando mais. <b>Pesquisadora:</b> Independente do peso vamos supor, se for dez pacotes ou se for vinte pacotes como saber quantas figurinhas tem. Imagina você indo lá na banca comprou lá dez pacotes de figurinhas, como você vai saber quantas figurinhas têm lá? <b>E4:</b> Teve um dia parece que comprei quinze <b>Pesquisadora:</b> Quinze pacotes? E aí como você sabe? <b>E4:</b> Eu esqueci quantas figurinhas eu tenho, mas lá em casa tenho um monte de figurinha repetida <b>Pesquisadora:</b> Ah entendi.</p>
E5	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E5:</b> Cinco.  <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E5:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E5:</b> cinco vezes cinco igual a vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E5:</b> Quarenta e nove. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez aqui? <b>E5:</b> Eu fiz em pé assim, vinte e cinco mais quinze. <b>Pesquisadora:</b> Você somou as unidades cinco mais cinco que deu quanto? <b>E5:</b> Dez, então eu subi um, porque não pode ficar dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que ficou nove? <b>E5:</b> Porque um subiu do nove, ia ficar dez. <b>Pesquisadora:</b> Você tirou um de dez e ficou nove aqui e um aqui (reagrupamento na dezena). E na dezena? <b>E5:</b> Eu somei um mais dois mais um. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que quando não dá para colocar dois números aqui (casa da unidade) ... <b>E5:</b> Sobe um. <b>Pesquisadora:</b> E diminuiu fica valendo nove? <b>E5:</b> Aham.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Se variar a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E5:</b> Porque cinco pacotes de figurinhas vai aumentando a quantidade de figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> E para descobrir a quantidade de figurinhas, depende da quantidade de pacotes? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E5:</b> Porque cinco pacotes, dez pacotes, têm só cinco figurinhas dentro. <b>Pesquisadora:</b> Então depende dos pacotes o tanto de figurinha que vou ter? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote têm cinco figurinhas e em cinco pacotes têm vinte e cinco? <b>E5:</b> Porque quantas figurinhas vão juntando, porque você tem cinco aí você conta quantas figurinhas têm dentro dos pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Em cada pacote tem quantas? <b>E5:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> E sempre vão ser cinco em cada pacote? <b>E5:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como eu faço para descobrir para qualquer quantidade de pacotes quantas figurinhas eu vou ter? <b>E5:</b> Cinco figurinhas dentro. <b>Pesquisadora:</b> Então se eu tiver dez pacotes que conta que faço para descobrir quantas figurinhas? <b>E5:</b> Dez vezes cinco, porque a quantidade de figurinhas não muda dentro. <b>Pesquisadora:</b> Se eu tiver quinze pacotes? <b>E5:</b> Quinze vezes cinco, porque a quantidade de figurinhas não vai mudar, só vai mudar se tiver mais figurinhas do que cinco. <b>Pesquisadora:</b> E se for cem pacotes, que conta que faço? <b>E5:</b> cem vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Muito bem!</p>
E6	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E6:</b> Cinco.  <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E6:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E6:</b> cinco mais cinco mais cinco mais cinco e mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez essa conta? <b>E6:</b> Porque é cinco pacotes e cinco figurinhas em cada pacote. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E6:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez a conta? <b>E6:</b> Eu contei.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E6:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que conforme muda a quantidade de pacotes muda a quantidade de figurinhas? <b>E6:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas? <b>E6:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Depende do que para você saber quantas figurinhas? <b>E6:</b> Não sei, é dos pacotes? <b>E6:</b> Depende dos pacotes para saber a quantidade de figurinhas? <b>E6:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote têm cinco figurinhas e em cinco pacotes têm vinte e cinco figurinhas? <b>E6:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Um pacote tem cinco e cinco tem vinte e cinco figurinhas, por quê? <b>E6:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Em? <b>E6:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas para cada pacote? <b>E6:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como você faz para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de</p>

	pacote? <b>E6:</b> cinco mais cinco, mais cinco, mais cinco, mais cinco e mais cinco que dá vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> E se for dez pacotes, como vou descobrir quantas figurinhas? <b>E6:</b> Não sei.
E7	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E7:</b> Cinco. E como você colocou na resposta? Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Está certo? <b>E7:</b> Não.  <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E7:</b> Porque se um pacotinho tem cinco figurinhas, aí era o cinco.  <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E7:</b> Cinco, dez, quinze, vinte e vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Teria outro jeito de fazer essa conta? <b>E7:</b> Eu poderia primeiro colocar o vinte e depois colocava mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Teria como fazer por meio da multiplicação? <b>E7:</b> Não.  <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E7:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui você colocou trinta e cinco. Como você fez a conta? <b>E7:</b> Eu coloquei quinze mais vinte e cinco, que ia ficar trinta e cinco mais cinco ia ficar dez. Aí dez mais trinta dá quarenta, eu errei de novo.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas? Vamos supor se você tiver oito pacotes você vai ter um tanto de figurinhas, mas se você tiver só três pacotes vai ter a mesma quantidade? <b>E7:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não? <b>E7:</b> Três pacotes vai mudar a quantidade. <b>Pesquisadora:</b> Mudará? <b>E7:</b> Um pacote tem cinco, mais um vai dar dez e mais um vai dar quinze. <b>Pesquisadora:</b> Então conforme vai variando a quantidade de pacotes, vai variando a quantidade de figurinhas? <b>E7:</b> Ahan.  <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas? <b>E7:</b> (silêncio)  <b>Pesquisadora:</b> Como eu descubro a quantidade de figurinhas? <b>E7:</b> A quantidade de figurinhas? <b>Pesquisadora:</b> como eu descubro? <b>E7:</b> Depende da quantidade de pacotes, cada pacotinho vêm cinco, se eu tiver dez, cinco, dez, quinze, vinte, vinte e cinco, trinta, trinta e cinco, quarenta e cinco e cinquenta. <b>Pesquisadora:</b> Ah, então depende da quantidade de pacotes para eu saber a quantidade de figurinhas. <b>E7:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote têm cinco figurinhas e cinco pacotes têm vinte e cinco? <b>E7:</b> Porque cada pacote vem cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas para cada pacote? <b>E7:</b> Sim.  <b>Pesquisadora:</b> Como descubro a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E7:</b> Se eu tiver vinte, eu vou ter sessenta e quatro. <b>Pesquisadora:</b> Como eu descubro, existe uma conta para eu descobrir? <b>E7:</b> Não.</p>
E8	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E8:</b> Cinco.  <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E8:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E8:</b> cinco mais cinco mais cinco mais cinco e mais cinco que deu quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez essa conta? <b>E8:</b> Porque em cada pacote vem cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E8:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez a conta? <b>E8:</b> Eu fiz cinco mais cinco que deu dez, aí eu subi um e somei um mais dois mais um que deu quatro.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E8:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E8:</b> Porque em um tem cinco, em dois têm dez, em três tem quinze, em quatro tem vinte e em cinco tem vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Então varia? <b>E8:</b> Varia. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas? Depende do quê? <b>E8:</b> Depende do pacote que tem. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco figurinhas? <b>E8:</b> Porque em um tem cinco, em dois têm dez, em três têm quinze, em quatro têm vinte e em cinco têm vinte e cinco.  <b>Pesquisadora:</b> E são cinco figurinhas pra cada pacote? <b>E8:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Ok. Como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E8:</b> Se comprar um monte de pacotes não vai mudar as figurinhas só vai mudar o número de figurinha.  <b>Pesquisadora:</b> Não vai mudar a quantidade de figurinhas em cada pacote? <b>E8:</b> Sempre vai ser cinco e no final se juntar todos os pacotes que dá mais figurinha. <b>Pesquisadora:</b> Então</p>

	que conta que faz pra descobrir esse final? <b>E8:</b> Cê pode fazer qualquer número que você pensar vezes cinco.
E9	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E9:</b> Cinco.  <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E9:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para fazer? <b>E9:</b> Eu fiz cinco vezes cinco e contei. <b>Pesquisadora:</b> Você fez a continha e fez os risquinhos pra contar? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E9:</b> Um, dois, três, quatro, cinco... Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez a conta? <b>E9:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Você fez os risquinhos e contou? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas ela tinha? <b>E9:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas seu vô lhe deu? <b>E9:</b> Quinze.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas? <b>E9:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que, você acha que varia a quantidade de figurinhas? <b>E9:</b> Porque em cada um pacote vêm cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai mudando os pacotes? <b>E9:</b> Vai tendo mais figurinhas <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas, depende do quê? <b>E9:</b> Dos pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes vai ter vinte e cinco, por quê? <b>E9:</b> Porque em cada um pacote tem cinco figurinhas aí vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Vai aumentando de quanto em quanto? <b>E9:</b> Cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas em cada pacote? <b>E9:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes, como descobre? <b>E9:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Por exemplo, se for dez pacotes, como descobre a quantidade de figurinhas? <b>E9:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Não precisa dar a resposta, mas como descobre? <b>E9:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Você sabe? <b>E9:</b> Não.</p>
E10	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E10:</b> Cinco.  <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E10:</b> dez. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou para dar dez? <b>E10:</b> Cinco mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que cinco mais cinco? <b>E10:</b> Porque eu acho que Manu comprou cinco pacotes de figurinhas e eu coloquei cinco mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Esse cinco é dos cinco pacotes? <b>E10:</b> Uhum. <b>Pesquisadora:</b> E esse outro cinco? <b>E10:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E10:</b> Eu coloquei cinco mais quinze. <b>Pesquisadora:</b> Que deu quanto? <b>E10:</b> Onze. <b>Pesquisadora:</b> Cinco mais quinze dá esse resultado? <b>E10:</b>Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que ficou onze? <b>E10:</b>Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que está certo? <b>E10:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> O que você acha que está errado? <b>E10:</b> Onze. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que está errado? <b>E10:</b> Porque é mais. <b>Pesquisadora:</b> Você somou cinco mais cinco e deu dez, depois você somou mais um que deu onze? <b>E10:</b> Sim.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme vou alterando a quantidade de pacotes, vai alterando a quantidade de figurinhas? <b>E10:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que conforme vou alterando a quantidade de pacotes, vai mudando a quantidade de figurinhas que eu tenho? <b>E10:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Tenta pensar. <b>E10:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E10:</b> Por causa que dentro têm cinco e você compra uma <b>Pesquisadora:</b> Para saber a quantidade de figurinhas depende de quê? <b>E10:</b> Como assim? <b>Pesquisadora:</b> Eu fui lá na loja e comprei figurinhas, como vou saber quantas figurinhas eu comprei, depende do quê? <b>E10:</b> Depende de contas. <b>Pesquisadora:</b> Que contas? <b>E10:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Será que depende da quantidade de pacotes que comprei? <b>E10:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que sim? <b>E10:</b> Por causa que dentro de um pacote vem cinco figurinhas, aí você compra dois pode vim dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote vem cinco e em dois pacotes vêm dez? <b>E10:</b> Porque por exemplo, você compra dois pacotes, dentro pode vim mais ou menos de figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Sempre um pacote de figurinhas vem cinco? <b>E10:</b> Eu acho que não tem outros lugares que não têm só cinco. <b>Pesquisadora:</b> Mas nesse caso aqui? <b>E10:</b> Acho que nesse aqui eu acho que tem. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a</p>

	<p>quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E10:</b> Você tem que contar para três pacotes, cinco mais cinco mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> E se for dez pacotes? <b>E10:</b> Dez pacotes, eu acho que, perafá, não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse dez pacotes? <b>E10:</b> Acho que sim também. <b>Pesquisadora:</b> O que teria que fazer? <b>E10:</b> Dez pacotes? <b>Pesquisadora:</b> É. <b>E10:</b> Você teria que colocar mais dois <b>Pesquisadora:</b> Além desses dez? <b>E10:</b> Aham.</p>
E11	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E11:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E11:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Por que dez? <b>E11:</b> Porque cinco mais cinco é dez. <b>Pesquisadora:</b> Você colocou quantas? <b>E11:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que é dez ou vinte e cinco? <b>E11:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E11:</b> Setenta e quatro. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você pensou? <b>E11:</b> Cinco vezes quinze.  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E11:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que vai variando a quantidade de pacotes, vai variando a quantidade de figurinhas? <b>E11:</b> Porque vai de cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que a quantidade de figurinhas depende da quantidade de pacotes? <b>E11:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de figurinhas depende do quê? <b>E11:</b> Dos pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco e em cinco pacotes você colocou que têm 10 figurinhas? <b>E11:</b> É cinco mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que foi de cinco em cinco? <b>E11:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas para cada pacote? <b>E11:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E11:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez pacotes? <b>E11:</b> Não sei.</p>
E12	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E12:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E12:</b> Comprou cinco pacotes e ficou vinte e cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E12:</b> Eu pensei um pacote cinco figurinhas, dois pacotes dez figurinhas, três pacotes quinze figurinhas, quatro pacotes vinte figurinhas e cinco pacotes vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E12:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Porque vinte e cinco mais quinze é quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez vinte e cinco mais quinze? <b>E12:</b> Porque ela ganhou e não vendeu. <b>Pesquisadora:</b> Mas na situação está escrito que ela ganhou? <b>E12:</b> Se o vô dela deu, ela ganhou.  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia os pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas no total? <b>E12:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E12:</b> Um pacote de figurinha é cinco, conforme vai aumentando vai aumentando também a figurinha, se aumentar o pacote aumenta a figurinha. <b>Pesquisadora:</b> E como a gente descobre quantas figurinhas têm? Depende do que para saber quantas figurinhas têm? <b>E12:</b> Do pacote. <b>Pesquisadora:</b> Depende? <b>E12:</b> Não pera aí, dependendo do pacote, porque se um pacote tem cinco, dois pacotes vai ter dez. <b>Pesquisadora:</b> Então depende da quantidade de pacote para eu saber a quantidade de figurinha? <b>E12:</b> Três pacotes da quinze, quatro dá vinte e, cinco dá vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco e em cinco têm vinte e cinco? <b>E12:</b> Porque aumentou o pacote aumentou a figurinha. <b>Pesquisadora:</b> E sempre serão cinco figurinhas para cada pacote? <b>E12:</b> Sempre. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E12:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Que conta que eu posso fazer? <b>E12:</b> Um pacote eu iria colocar um vezes cinco, dois pacotes ia colocar duas vezes cinco, em três, três vezes cinco, assim. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse dez? <b>E12:</b> dez vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse trinta? <b>E12:</b> Trinta vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Se fosse cinquenta? <b>E12:</b> Cinquenta vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Você sempre ia fazer como? <b>E12:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Ia fazer vezes? <b>E12:</b> É, isso, tudo que eu colocasse tipo em primeiro eu ia colocar vezes cinco, ia usar o cinco.</p>
E13	<p><b>1º Momento:</b></p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E13:</b> Cinco.</p> <p><b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E13:</b> Se ela comprou cinco pacotes, então ela comprou vinte e cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E13:</b> Vinte mais cinco.</p> <p><b>Pesquisadora:</b> Como você sabia que tinha que chegar no vinte e cinco? <b>E13:</b> Usando a matemática, usando a conta. <b>Pesquisadora:</b> Mas como você chegou no vinte e cinco? <b>E13:</b> Contando quantas figurinhas que vinha em cada pacotinho (a criança mostra os dedos).</p> <p><b>Pesquisadora:</b> Contando cinco, depois dez até chegar no vinte e cinco? <b>E13:</b> Sim, quando acabou chegou no vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Cada dedinho seu é como se fosse cada pacote? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E13:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E13:</b> Mesma coisa do outro, aqui teve que subi um lá em cima, por isso que quatro. <b>Pesquisadora:</b> Dá onde você tirou o vinte e cinco? <b>E13:</b> Da conta de cima. <b>Pesquisadora:</b> E o quinze? <b>E13:</b> Do que o vô dela deu.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Se variar a quantidade de pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E13:</b> Porque se em um pacote vem cinco em dois pacotes vai vim dez, se cada pacote vem cinco em três pacotes vai ser quinze. <b>Pesquisadora:</b> Então vai variar? <b>E13:</b> Uhum. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de figurinhas, depende do quê? <b>E13:</b> Depende da conta. <b>Pesquisadora:</b> E também depende do quê? <b>E13:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Depende do quê? <b>E13:</b> Do pacote. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco e em cinco pacotes têm vinte e cinco? <b>E13:</b> Sempre vem cinco porque cada pacotinho tem cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Em um pacote tem cinco e para cinco pacotes você colocou vinte e cinco? <b>E13:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sempre em um pacote tem cinco figurinhas. <b>E13:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de pacotes, como eu descubro quantas figurinhas? <b>E13:</b> Usando o cinco, porque cada pacote vem cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como eu vou usar esse cinco? <b>E13:</b> É só você usar a quantidade de pacotinhos que você vai querer e multiplicar por cinco. <b>Pesquisadora:</b> Entendi.</p>
E14	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E14:</b> Cinco.</p> <p><b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E14:</b> Vinte e seis. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E14:</b> Eu contei. <b>Pesquisadora:</b> Como você contou? <b>E14:</b> (O estudante contou novamente) É vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E14:</b> Quarenta e um.</p> <p><b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E14:</b> Ela tinha 20 e colocou mais 10 e ficou 30, aí aqui tinha 6 e aqui tinha 5, aí 5 mais 6 é 11 e deu 41. <b>Pesquisadora:</b> E por isso ficou quarenta e um? <b>E14:</b> Sim.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que muda? <b>E14:</b> Porque cada pacote é cinco figurinhas, aí compra mais multiplica. <b>Pesquisadora:</b> Multiplica por quanto? <b>E14:</b> Por cinco. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de figurinhas, depende do quê? <b>E14:</b> Do pacote. <b>Pesquisadora:</b> De quantos pacotes tem? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e seis? <b>E14:</b> Porque Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa Manu comprou, daí ficou vinte e seis. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um tem cinco e cinco tem vinte e seis? <b>E14:</b> Porque ela comprou cinco e comprou dois pacotes e ficou dez e comprou mais esses que ficou vinte e comprou mais um que ficou vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Mas aqui você colocou vinte e seis, você se enganou? <b>E14:</b> Aham, é vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Em cada pacote vai ter cinco figurinhas? <b>E14:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E14:</b> Porque o pacote é cinco figurinhas, aí você pega mais um pacote aí fica mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Se tivesse dez pacotes você ia fazer como? <b>E14:</b> Se tivesse dez? <b>Pesquisadora:</b> É. <b>E14:</b> Eu ia fazer cinquenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobriu que são cinquenta? <b>E14:</b> Porque dez é cinquenta. <b>Pesquisadora:</b> E se fosse sete pacotes, que conta você faria? <b>E14:</b> Cinco mais cinco... que ia ser trinta e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Se ia fazer cinco mais cinco que ia dar trinta e cinco, ou você iria fazer cinco vezes sete que dá trinta e cinco? <b>E14:</b> Cinco vezes sete que dá trinta e cinco. <b>Pesquisadora:</b></p>

	Então você ia fazer vezes cinco ou não? <b>E14: É. Pesquisadora:</b> Se fosse dez pacotes você ia fazer 10x5, se fosse seis pacotes seis vezes cinco, se fosse vinte pacotes, você ia fazer vinte vezes cinco, é isso? <b>E14: É.</b>
E15	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E15:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? Como você pensou? <b>E15:</b> Eu pensei assim, se tinha cinco pacotes e tinha cinco figurinhas em cada um, eu contei um mais dois, mais três, mas eu contei de cinco, fiquei pulando, aí cada um tem cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E15:</b> Vinte. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E15:</b> Eu não fiz conta. <b>Pesquisadora:</b> Você fez o quê? <b>E15:</b> Risquinhos. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou nesses risquinhos? <b>E15:</b> Eu sabia que era pra colocar cinco e quinze também.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, também varia a quantidade de figurinhas? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Conforme muda a quantidade de pacotes, vai mudando a quantidade de figurinhas no total? <b>E15:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E15:</b> Porque ... (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Se mudo a quantidade de pacotes, vamos supor se eu for lá na loja comprar quatro pacotes, vai ser um tanto de figurinhas ou se for lá na loja comprar dez pacotes, eu vou trazer o mesmo tanto que se eu comprei quatro pacotes? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Vai ser o mesmo tanto? <b>E15:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Quanto mais pacotes eu compro o que acontece? <b>E15:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Eu compro mais ou menos, ou mesma quantidade? <b>E15:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Então você sabe me dizer conforme vai alterando a quantidade de pacotes vai alterando a quantidade de figurinhas? <b>E15:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de figurinhas que eu vou ter depende do quê? <b>E15:</b> Do ... (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Depende dos pacotes? <b>E15:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote têm cinco figurinhas e em cinco pacote têm vinte e cinco? <b>E15:</b> Porque cada pacote tem cinco figurinhas, eu vou contando de cinco em cinco em cinco em cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Entendi. Sempre em um pacote vai ter cinco figurinhas? <b>E15:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como faço para descobrir para qualquer quantidade de figurinhas? <b>E15:</b> Contando de cinco em cinco.</p>
E16	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E16:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E16:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E16:</b> Eu fiz dez, quinze, vinte e vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que você começou a partir do dez? <b>E16:</b> Porque já tava aqui (indicando que o cinco ele já havia considerado). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E16:</b> trinta e nove. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E16:</b> Cinco vezes quinze. <b>Pesquisadora:</b> Esse cinco é do quê? <b>E16:</b> Cinco pacotes. <b>Pesquisadora:</b> E o quinze? <b>E16:</b> De figurinhas.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, vai variar a quantidade de figurinhas? <b>E16:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E16:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que varia a quantidade de figurinhas conforme os pacotes? <b>E16:</b> Um pacote vem cinco e mais um vem mais cinco. <b>Pesquisadora:</b> Então vai variando? <b>E16:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Como eu vou descobrir a quantidade de figurinhas, depende do que para saber quantas figurinhas eu tenho? <b>E16:</b> Do número. <b>Pesquisadora:</b> Número do quê? <b>E16:</b> Da figurinha. <b>Pesquisadora:</b> Da figurinha ou depende do número de pacotes? <b>E16:</b> Do pacote. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote eu tenho cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco figurinhas? <b>E16:</b> É porque vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Vai aumentando de quanto em quanto? <b>E16:</b> Em cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Então sempre serão cinco figurinhas para cada pacote? <b>E16:</b> Aham. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E16:</b> Han? <b>Pesquisadora:</b> Vamos supor se eu tiver dez pacotes, como vou fazer para descobrir a quantidade de figurinhas? <b>E16:</b> A quantidade de figurinhas eu tenho que saber...o <b>Pesquisadora:</b> Se eu tenho dez pacotes que conta que eu faço? <b>E16:</b> Han? Que conta que a senhora faz? <b>Pesquisadora:</b> Existe uma</p>

	<p>conta para a gente descobrir? <b>E16:</b> A senhora tá falando 10+10. <b>Pesquisadora:</b> Se for dez pacotes quantas figurinhas, você sabe como faço para descobrir? <b>E16:</b> Vai vim dez figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Em dez pacotes? <b>E16:</b> Em dez pacotes vai vim... em cada pacote vem cinco, vai vim 40. <b>Pesquisadora:</b> Ah tá, e como você fez essa conta para dar 40, o que você pensou? <b>E16:</b> Um pacote vem cinco e mais .... um vai dar dez, aí mais um vai dar quinze. <b>Pesquisadora:</b> Então você vai somando cada pacote mais cinco figurinhas? <b>E16:</b> Ahan.</p>
E17	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E17:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E17:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E17:</b> cinco vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez cinco vezes cinco? <b>E17:</b> Porque são cinco pacotes e cinco figurinhas em cada pacote. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E17:</b> Quinhentos e três. <b>Pesquisadora:</b> Mas um na casa da centena fica cento e três. Como você somou essa continha? <b>E17:</b> Coloquei mais quinze. <b>Pesquisadora:</b> Como você somou a continha? <b>E17:</b> Eu coloquei dez de cinco mais cinco, aí eu coloquei dois mais um. <b>Pesquisadora:</b> Se eu somar cinco mais cinco na casa da unidade serão dez. O resultado eu coloco na casinha da unidade ou da dezena? <b>E17:</b> Na dezena. <b>Pesquisadora:</b> E dois mais um? <b>E17:</b> Aqui (apontando para a ordem da unidade). (O estudante relata que ao somar as unidades e o resultado for acima de uma dezena, coloca-se o resultado integralmente na ordem da dezena).  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E17:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E17:</b> Porque vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Vai aumentando como? <b>E17:</b> Em cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que vai aumentando de cinco em cinco? <b>E17:</b> Porque tem cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Como eu vou saber a quantidade de figurinhas? <b>E17:</b> Aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Aumentando como? <b>E17:</b> Em cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que depende da quantidade do que para eu saber a quantidade de figurinhas? <b>E17:</b> Do pacote. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco? <b>E17:</b> Porque vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Como assim um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco? <b>E17:</b> Porque foi aumentando em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Sempre em um pacote terá cinco figurinhas? <b>E17:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como consigo descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E17:</b> Vai aumentando de cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Se eu tiver dez pacotes? <b>E17:</b> Vai aumentando de cinco em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Então eu pego dez e vou aumentando cinco para esse, cinco para esse até dar os dez pacotes, é isso? <b>E17:</b> Ahan <b>Pesquisadora:</b> E se eu tiver vinte? <b>E17:</b> Vai aumentando em cinco. <b>Pesquisadora:</b> Em quantas vezes? <b>E17:</b> Vinte. <b>Pesquisadora:</b> E se eu tiver trinta pacotes? <b>E17:</b> Vai aumentando. <b>Pesquisadora:</b> Em quantas vezes? <b>E17:</b> Trinta. <b>Pesquisadora:</b> Trinta vezes quanto? <b>E17:</b> Cinco.</p>
E18	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E18:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E18:</b> Dez pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Mas perguntou quantos pacotes? <b>E18:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Perguntou o quê? Quantas figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Que conta você fez? <b>E18:</b> Eu fiz de cinco vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> E deu quanto? <b>E18:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Cinco vezes cinco dá dez? <b>E18:</b> Acho que não, acho que coloquei de mais. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E18:</b> Não sei. (O estudante não registrou a resposta)  <b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme vai variando a quantidade de pacotes, vai variando a quantidade de figurinhas? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E18:</b> Porque sim. <b>Pesquisadora:</b> Han? <b>E18:</b> Eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que varia? <b>E18:</b> Eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de figurinhas, depende do quê? <b>E18:</b> Depende da conta. <b>Pesquisadora:</b> E depende do que também? <b>E18:</b> Depende de quantos pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Em um pacote tem cinco figurinhas e em dois pacotes tem quantas</p>

	<p>figurinhas? <b>E18:</b> Em quantos pacotes? <b>Pesquisadora:</b> Em dois? <b>E18:</b> Dez que daria <b>Pesquisadora:</b> Por que em um tem cinco e em dois têm dez? <b>E18:</b> Porque cinco mais cinco é dez. <b>Pesquisadora:</b> Sempre em um pacote serão cinco figurinhas? <b>E18:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E18:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Vamos imaginar, se fosse dez pacotes, como você vai descobrir quantas figurinhas vêm? <b>E18:</b> Contando. <b>Pesquisadora:</b> Como? <b>E18:</b> Pegando as figurinhas e fazendo assim o, pegando elas e jogando na mesa e contando <b>Pesquisadora:</b> Você iria abrir os pacotes? <b>E18:</b> Pegar as figurinhas e fazendo. <b>Pesquisadora:</b> Ir contando? <b>E18:</b> Sim.</p>
E19	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E19:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E19:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como você pensou? <b>E19:</b> Ela tem cinco e eu fui contando, cinco aí ela ganhou mais cinco e ficou dez, mais cinco quinze, mais cinco vinte e mais cinco vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que você foi somando mais cinco mais cinco mais cinco? <b>E19:</b> Porque cada pacote tinha cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Existe outra forma de fazer? <b>E19:</b> Tem como fazer aquele risquinho e fazer assim, pra você ir contando e fazer o número e você escreve aqui... Você fazia o risquinho, aí fazia o número aqui em cima, aí você contava o número, aí fazia aqui embaixo. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E19:</b> Eu fiz assim, ela tinha cinco pacotes e o avô dela deu quinze figurinhas, aí fiz os risquinhos e ficou quarenta.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E19:</b> Uhum. <b>Pesquisadora:</b> Por que varia? <b>E19:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E19:</b> Cada vez ela consegue comprar um pacote né, aí vem cinco, aí se ela conseguir juntar dez pacotes vai ficar mais figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Então vai variando conforme os pacotes vai variando a quantidade de figurinhas? <b>E19:</b> Vai. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas, depende do que para saber a quantidade de figurinhas? <b>E19:</b> Depende da figurinha. <b>Pesquisadora:</b> Da figurinha ou do pacote? <b>E19:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de figurinhas depende da quantidade de pacotes? <b>E19:</b> Uhum. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco? <b>E19:</b> Porque cada pacote vem cinco, daí se ela conseguir juntar mais pacotes aí vai aumentando as figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> De quanto em quanto? <b>E19:</b> Cinco em cinco (mostrou com as mãos). <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas em cada pacote? <b>E19:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E19:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E19:</b> Por pacote. <b>Pesquisadora:</b> Como descobre a quantidade de figurinhas? <b>E19:</b> Se você conseguir o pacote aí você vai ver, aí você vai contando quantas figurinhas você conseguiu. <b>Pesquisadora:</b> Ah então eu pego os dez pacotes abro e conta quantas figurinhas? <b>E19:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Mas tem um jeito de eu saber sem abrir os pacotes? <b>E19:</b> Tem como você pegar um pacote aí vai contando um, dois, três, quatro e cinco, outro seis, sete, oito, nove e dez. <b>Pesquisadora:</b> Você vai contando de cinco em cinco? <b>E19:</b> Ahan.</p>
E20	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E20:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E20:</b> Ela comprou cinco pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Está perguntando sobre quantos pacotes ou quantas figurinhas? <b>E20:</b> Ah... Um, dois, três quatro e cinco... Seis, sete, oito nove e dez... Vinte e quatro (o estudante contou nos dedos). Posso fazer risquinho? <b>Pesquisadora:</b> Pode. <b>E20:</b> (o estudante fez cinco grupos com cinco risquinhos em cada grupo, contou e alcançou o resultado correto) Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Está certo como você colocou? <b>E20:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por que não está certo? <b>E20:</b> Porque eu coloquei aqui cinco, mas é 25. <b>Pesquisadora:</b> O que você pensou para colocar vinte e cinco? <b>E20:</b> É que eu pensei que era pra colocar quantas unidade que tinha. <b>Pesquisadora:</b> Quantas unidades, quantos pacotes que tinham? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe</p>

	<p>deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E20:</b> Dezenove. <b>Pesquisadora:</b> Por que dezenove? <b>E20:</b> Porque se eu juntar os cinco com quinze dá dezenove.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Se variar a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E20:</b> Porque vai ser mais pacote de figurinhas e tipo e não vai dar o mesmo total de figurinhas que tem lá dentro porque vai ter mais. <b>Pesquisadora:</b> Ah entendi. Para eu saber a quantidade de figurinhas depende do quê? <b>E20:</b> Para eu saber? <b>Pesquisadora:</b> Eu fui lá numa loja, como vou saber quantas figurinhas eu comprei, depende do quê? <b>E20:</b> Vamos comprar cinco pacote de figurinha né, certinho mas dentro também vem cinco, tipo se a gente pegar dois pacotes e abrir vai ter dez. <b>Pesquisadora:</b> Então o número de figurinhas depende dos pacotes que eu tenho? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Quanto mais pacotes eu tiver? <b>E20:</b> Mais figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Menos pacotes? <b>E20:</b> Menos figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote têm cinco e em dois, por exemplo, têm dez figurinhas? <b>E20:</b> Porque se juntar tudo vai dar isso, porque cinco mais cinco dá dez. <b>Pesquisadora:</b> Sempre em um pacote vai ter cinco? <b>E20:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Como faço para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E20:</b> Contar. <b>Pesquisadora:</b> Contar como? <b>E20:</b> Tipo a gente vamo abrindo de vagar contando assim certinho, tipo se tiver muito não vai dar para a gente contar muito porque vai ser muito difícil para a gente contar toda hora. <b>Pesquisadora:</b> Então existe outra forma em vez de contar uma por uma? <b>E20:</b> Não.</p>
E21	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E21:</b> Cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E21:</b> Ela abriu dois e ficou com dez, porque cinco mais cinco é dez. <b>Pesquisadora:</b> Mas falou que ela abriu? <b>E21:</b> Ih, eu acho que misturei tudo. <b>Pesquisadora:</b> Você colocou cinco vezes cinco. Cinco vezes cinco é dez? <b>E21:</b> Não, é mais (querendo dizer que cinco mais cinco que o resultado é dez). <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E21:</b> Eu fiz quinze vezes dez. <b>Pesquisadora:</b> Da onde é o quinze? <b>E21:</b> Daqui (apontando para a resposta anterior). <b>Pesquisadora:</b> E o dez? <b>E21:</b> Daqui (apontando para a resposta anterior). <b>Pesquisadora:</b> E quinze vezes dez, dá dezenove? <b>E21:</b> Não sei.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Varia. <b>E21:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas, como você sabe quantas figurinhas vai ter? <b>E21:</b> Se pegar vem cinco. <b>Pesquisadora:</b> As figurinhas dependem do tanto de pacote? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E21:</b> Porque a quantidade, se ele comprou um monte vem cinco em cada um, em cada um pacote. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote vem cinco figurinhas e em dois pacotes vai ter quantos? <b>E21:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Duas figurinhas em dois pacotes? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Em um pacote tem cinco e em dois pacotes quantas figurinhas? <b>E21:</b> Dois. <b>Pesquisadora:</b> Somente dois? <b>E21:</b> Acho que três <b>Pesquisadora:</b> Se a gente abrir dois pacotes de figurinha aqui, a gente vai conseguir três figurinhas aqui? <b>E21:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Mas se em um só pacote tem cinco. <b>E21:</b> Então vai dar cinco, se pegar duas dá cinco. <b>Pesquisadora:</b> Dois pacotes dá cinco? <b>E21:</b> É <b>Pesquisadora:</b> Não, um pacote só já tem cinco. <b>E21:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas em cada pacote? <b>E21:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E como você descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacote, você sabe, seu tiver dez pacote ou tiver vinte como você descobre? <b>E21:</b> Daí já esqueci.</p>
E22	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E22:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E22:</b> Vinte e cinco (contou os risquinhos). <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>Pesquisadora:</b> Eu contei, porque aí eu vi cinco mais cinco e já ficou com dois (dois pacotes). <b>Pesquisadora:</b> E você continuou contando até dar cinco pacotes? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E22:</b> Quarenta. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E22:</b> Porque eu vi o tanto de figurinha que ela ganhou, um monte.</p>

	<p><b>Pesquisadora:</b> E qual é esse monte? <b>E22:</b> Aqui (apontando para o quinze que Manu ganhou do vô).</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme modifica a quantidade de pacotes, também modifica a quantidade de figurinhas? <b>E22:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Se alterar a quantidade de pacotes, você não sabe se vai alterar a quantidade de figurinhas? <b>E22:</b> Não vai ficar igual. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que para eu descobrir a quantidade de figurinhas, depende da quantidade de pacotes? <b>E22:</b> Acho que sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha? <b>E22:</b> Porque eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes têm vinte e cinco? <b>E22:</b> Porque tem bastante figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> E porque tem bastante figurinhas? <b>E22:</b> Porque cada um vem cinco <b>Pesquisadora:</b> Então se tem cinco pacotes, cada pacote vem cinco, é? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Sempre terão em um pacote cinco figurinhas? <b>E22:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Para qualquer quantidade de pacotes, como descobrir quantas figurinhas? <b>E22:</b> Porque cada um vem cinco. <b>Pesquisadora:</b> Certo, como eu descubro? <b>E22:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Existe uma forma, sem precisar abrir os pacotes? <b>E22:</b> Não sei.</p>
E23	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E23:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Está certo? <b>E23:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E23:</b> Porque é cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E23:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E23:</b> Cinco, dez, quinze, vinte e vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E23:</b> Trinta e cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez a conta? <b>E23:</b> Fiz cinco mais cinco e ficou cinco, porque não dá para colocar dez. Depois, dois mais um que deu três.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E23:</b> Sim, depende da quantidade que você vai comprar de pacotes <b>Pesquisadora:</b> De pacotes, para você ter as figurinhas, é? <b>E23:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Como você descobre a quantidade de figurinhas que você vai ter? <b>E23:</b> Depende de quantas figurinhas você vai comprar. <b>Pesquisadora:</b> De quantos pacotes? <b>E23:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Então depende do quê? <b>E23:</b> Depende da quantidade que você vai comprar de pacotes. <b>Pesquisadora:</b> Por que em um pacote tem cinco figurinhas e em cinco pacotes tem vinte e cinco figurinhas? <b>E23:</b> Por causa da conta. <b>Pesquisadora:</b> Sempre serão cinco figurinhas em cada pacote? <b>E23:</b> Depende de quantas figurinhas você vai comprar e quantas unidades que vem no pacote. <b>Pesquisadora:</b> No caso aqui vem cinco em cada pacote, sempre vai ter cinco figurinhas em cada pacote quando você for abrir? <b>E23:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> Como descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes, como você sabe quantas figurinhas vai ter? <b>E23:</b> Dez pacotes vai vim trinta figurinhas <b>Pesquisadora:</b> Dez pacotes vai vir trinta? <b>E23:</b> É.</p>
E24	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E24:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E24:</b> Silêncio. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E24:</b> Cinco vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que os riquinhos que você fez representa cinco vezes cinco? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> E qual é o resultado de cinco vezes cinco? <b>E24:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E24:</b> Silêncio. <b>Pesquisadora:</b> Qual conta você fez? <b>E24:</b> Quinze vezes quinze. <b>Pesquisadora:</b> E quanto deu? <b>E24:</b> Quarenta e três. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que é quarenta e três? Silêncio. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que fez quinze vezes quinze ou três vezes quinze? <b>E24:</b> Quinze vezes quinze.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E24:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Sim? <b>E24:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E24:</b> Porque em um pacote vem cinco figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Ahan. <b>E24:</b> Se eu comprar outros mais outros pacotes cada um vai vir cinco. <b>Pesquisadora:</b> Então vai aumentando? <b>E24:</b> Ahan. <b>Pesquisadora:</b> Então para saber quantas figurinhas depende do quê? <b>E24:</b> Depende da</p>

	<p>quantidade. <b>Pesquisadora:</b> Quantidade de que? <b>E24:</b> Figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> E porque um pacote tem cinco figurinhas e dois pacotes vai ter quanto? <b>E24:</b> Dois pacotes, vai vim um de cada um de cinco. <b>Pesquisadora:</b> É, um de cada um vai dar cinco, aí vai dar quanto? Em dois? <b>E24:</b> Vai juntar. <b>Pesquisadora:</b> É? <b>E24:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Um pacote vem cinco em outro pacote vem cinco, quantas figurinhas eu tenho? <b>E24:</b> (silêncio) <b>Pesquisadora:</b> Sempre em um pacote vai ter cinco? <b>E24:</b> (silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Tá bom. E como faz para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? Tem como? Se for oito ou dez pacotes, tem como eu saber quantas figurinhas? <b>E24:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Só abrindo para saber? <b>E24:</b> Ahan.</p>
E25	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E25:</b> Oito. Quantas figurinhas você colocou na resposta? <b>E25:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E25:</b> Dez. <b>Pesquisadora:</b> Você colocou vinte? <b>E25:</b> Eu fiz errado. <b>Pesquisadora:</b> O que você fez errado? <b>E25:</b> O vinte. <b>Pesquisadora:</b> Não era vinte? <b>E25:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E25:</b> Com nove ou com oito. <b>Pesquisadora:</b> Por que? <b>E25:</b> Não sei.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Conforme varia a quantidade de pacotes, varia a quantidade de figurinhas? <b>E25:</b> Vai. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E25:</b> Porque vai, porque ai já comprou um pacote de figurinha. E figurinha, eu não peguei um pacote de figurinha não. Figurinha vêm cinco. <b>Pesquisadora:</b> Ahan. <b>E25:</b> E as figurinhas no álbum da copa vem quatro. <b>Pesquisadora:</b> Se eu alterar a quantidade de pacotes, altera a quantidade de figurinhas? <b>E25:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por exemplo, se eu pegar dez pacotes de figurinhas e se eu pegar cinco pacotes de figurinhas, vai ser diferente o tanto de figurinhas que eu vou ter? <b>E25:</b> Vai ter um monte. <b>Pesquisadora:</b> Para eu saber a quantidade de figurinhas, depende do tanto de pacotes que eu vou ter? ou não depende? <b>E25:</b> Não depende. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que não depende? <b>E25:</b> Ah eu não sei. <b>Pesquisadora:</b> E por que um pacote são cinco e em cinco você colocou que são vinte? <b>E25:</b> Em cinco eu coloquei que são vinte? <b>Pesquisadora:</b> É. <b>E25:</b> Ah está errado. <b>Pesquisadora:</b> Em um pacote são cinco e em cinco você colocou que são vinte? <b>E25:</b> É porque figurinha ele vêm cinco, não vem cinco? <b>Pesquisadora:</b> Vem cinco. <b>E25:</b> Mais cinco vem dez, então é dez pacote eu botei errado <b>Pesquisadora:</b> Tudo bem. E como faço para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E25:</b> Pacotes? <b>Pesquisadora:</b> Como eu vou saber para qualquer quantidade de pacotes? <b>E25:</b> Não sei.</p>
E26	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E26:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E26:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas você acha que ela comprou? <b>E26:</b> Três. <b>Pesquisadora:</b> Você colocou vinte. <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E26:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Se ela comprou cinco pacotes e o vô dela deu 15 figurinhas ela ficou com cinco? <b>E26:</b> Quatro. <b>E26:</b> Você acha que ficou com quatro? <b>E26:</b> Não sei.</p> <p><b>2º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Se eu mudar a quantidade de pacotes, vai mudar a quantidade de figurinhas no total? <b>E26:</b> Vai. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E26:</b> Porque sim. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de figurinhas depende do quê? <b>E26:</b> Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Então, a quantidade de figurinhas depende da quantidade de pacotes que eu tenho? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Em um pacote tem cinco figurinhas e em dois pacotes tenho dez figurinhas, por quê? <b>E26:</b> Não sei <b>Pesquisadora:</b> Sempre em um pacote tem cinco figurinhas? <b>E26:</b> Sim <b>Pesquisadora:</b> Não muda a quantidade de cada pacote? <b>E26:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E26:</b> Não sei.</p>
E27	<p><b>1º Momento:</b>  <b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E27:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas</p>

	<p>figurinha, Manu comprou? <b>E27:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Quantos risquinhos você fez? <b>E27:</b> (O estudante fez alguns risquinhos, mas ele não sabe contar a quantidade).</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Se eu mudar a quantidade de pacotes, vai mudar a quantidade de figurinhas no total? <b>E27:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E27:</b> É. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de figurinhas depende do quê? <b>E27:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> A quantidade de figurinhas depende da quantidade de pacotes? <b>E27:</b> (Silêncio). <b>Pesquisadora:</b> Sempre em um pacote tem cinco figurinhas? <b>E27:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Não muda a quantidade de cada pacote? <b>E27:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> Como faz para descobrir a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E27:</b> Não sei.</p>
E28	<p><b>1º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Quantas figurinhas tem em um pacote de figurinhas da copa? <b>E28:</b> Cinco. <b>Pesquisadora:</b> No item “b” Manu comprou cinco pacotes de figurinhas da copa. Quantas figurinha, Manu comprou? <b>E28:</b>Cinco. <b>Pesquisadora:</b> Como você fez? <b>E28:</b> Cinco vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Aqui embaixo você colocou quantos? <b>E28:</b> Vinte e cinco. <b>Pesquisadora:</b> E nesse desenho, como você fez? <b>E28:</b> Três vezes cinco. <b>Pesquisadora:</b> Por que você fez três vezes cinco? <b>E28:</b> É que é mais fácil de eu contar. <b>Pesquisadora:</b> E quanto que fica? <b>E28:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Qual dos dois está certo, vinte e cinco ou quinze? <b>E28:</b> Quinze. <b>Pesquisadora:</b> Você acha que a resposta não deve ser vinte e cinco? <b>E28:</b> Não. <b>Pesquisadora:</b> No item “c”: Manu comprou os cinco pacotes com as figurinhas e seu vô lhe deu quinze figurinhas. Com quantas figurinhas Manu ficou? <b>E28:</b>Com dezesseis. <b>Pesquisadora:</b> Por quê? <b>E28:</b> Ela tinha quinze e ficou com dezesseis.</p> <p><b>2º Momento:</b></p> <p><b>Pesquisadora:</b> Conforme vai mudando a quantidade de pacotes, vai mudando a quantidade de figurinhas <b>E28:</b> Sim. <b>Pesquisadora:</b> Por que você acha que vai mudando? <b>E28:</b> Por causa quanto mais ele compra, mais ele tem. <b>Pesquisadora:</b> Ok. Como você descobre a quantidade de figurinhas, depende do quê? <b>E28:</b> É... Não sei. <b>Pesquisadora:</b> Por que em pacote tem cinco figurinhas e cinco pacotes você colocou essa quantidade? <b>E28:</b> Por causa que era que ele tem mais figurinhas. <b>Pesquisadora:</b> Você sabe como descobre a quantidade de figurinhas para qualquer quantidade de pacotes? <b>E28:</b> Pra o que veio na copa aqui. <b>Pesquisadora:</b> Como assim? <b>E28:</b> O que veio no álbum aqui.</p>

E1

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LEU DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 + 15 = 40$

RESPOSTA: 40

Em um dia  
votou 30 golos  
na copa



E2

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LEU DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 + 15 = 40$

RESPOSTA: 40 pacotes

E3

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5 figurinhas

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25 figurinhas da copa

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LEU DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 + 15 = 40$

RESPOSTA: 40 figurinhas da copa

E4

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LEU DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 + 15 = 40$

RESPOSTA: 40

E5

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5 FIGURINHAS

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25 FIGURINHAS

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 - 15 = 10$

RESPOSTA: 10 FIGURINHAS

E6

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5 PACOTES

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$

RESPOSTA: 25 PACOTES

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 + 15 = 40$

RESPOSTA: 40 PACOTES

E7

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 25

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 - 15 = 10$

RESPOSTA:

E8

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: PACOTE DE FIGURINHAS

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$

RESPOSTA: 25

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 - 15 = 10$

RESPOSTA: 10

E9

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 3 FIGURINHAS.

a) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 3 FIGURINHAS

b) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 3 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS DA COPA

c) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$18 - 9 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS DA COPA

E10

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 3 FIGURINHAS.

a) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 3 FIGURINHAS

b) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 3 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS

c) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$18 - 9 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS

E11

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 3 FIGURINHAS.

a) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 3 FIGURINHAS

b) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 3 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS

c) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$18 - 9 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS

E12

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 3 FIGURINHAS.

a) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 3 FIGURINHAS

b) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 3 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS

c) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$18 - 9 = 9$

RESPOSTA: 9 FIGURINHAS

E13

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 8 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 8 figurinhas

5) MANU COMPROU 2 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 16 figurinhas

6) MANU COMPROU OS 8 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZOUT?

RESPOSTA: 10 figurinhas com 18

E14

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 8 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 8 figurinhas

5) MANU COMPROU 8 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 64 figurinhas

6) MANU COMPROU OS 8 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZOUT?

RESPOSTA: 10 figurinhas

E15

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 8 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 8 figurinhas

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 40

6) MANU COMPROU OS 8 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZOUT?

RESPOSTA: 30

E16

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 8 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 8 FIGURINHAS DA

5) MANU COMPROU 8 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 64 FIGURINHAS

6) MANU COMPROU OS 8 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 18 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZOUT?

RESPOSTA: 10 FIGURINHAS

E17

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5 figurinhas

4) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 5 = 15$   
5 5 5 = 15

RESPOSTA: 15 figurinhas

4) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZ?

$15 - 15 = 0$   
15  
- 15  
---  
0

RESPOSTA: 0 figurinhas

E18

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5 figurinhas

4) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 5 = 15$

RESPOSTA: 15 pacotes

4) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZ?

$15 \times 10 =$

RESPOSTA:

E19

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5 pacotes

4) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 5 = 15$

RESPOSTA: 15 pacotes

4) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZ?

$15 \times 10 =$

RESPOSTA: 15 pacotes

E20

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

4) MANU COMPROU 3 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$3 \times 5 = 15$

RESPOSTA: 5

4) MANU COMPROU OS 3 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FEZ?

$15 \times 10 =$

RESPOSTA: 15

E21

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5 FIGURINHAS

5) MANU COMPROU 8 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$8 \times 5 = 40$  FIGURINHAS

RESPOSTA: 40 FIGURINHAS

6) MANU COMPROU OS 8 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$40 + 15 = 55$

RESPOSTA: 55

E22

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 + 15 = 40$

RESPOSTA: 40

E23

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

5) MANU COMPROU 8 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$8 \times 5 = 40$

RESPOSTA: 40

6) MANU COMPROU OS 8 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$40 + 15 = 55$

RESPOSTA: 55

E24

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

4) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

5) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

$5 \times 5 = 25$

RESPOSTA: 25

6) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÔ LHE DEU 15 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

$25 + 15 = 40$

RESPOSTA: 40

E25

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

8) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 54

9) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 270

10) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÓ LHE DEU 10 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

RESPOSTA: 93

E26

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

8) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5     5

9) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 25

10) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÓ LHE DEU 10 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

RESPOSTA: 11111

E27

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

8) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

9) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

10) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÓ LHE DEU 10 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

RESPOSTA: \_\_\_\_\_

E28

ESTUDANTE: \_\_\_\_\_

4) EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA TEM 5 FIGURINHAS.

8) QUANTAS FIGURINHAS TEM EM UM PACOTE DE FIGURINHAS DA COPA?

RESPOSTA: 5

9) MANU COMPROU 5 PACOTES DE FIGURINHAS DA COPA. QUANTAS FIGURINHAS MANU COMPROU?

RESPOSTA: 25

10) MANU COMPROU OS 5 PACOTES COM AS FIGURINHAS E SEU VÓ LHE DEU 10 FIGURINHAS. COM QUANTAS FIGURINHAS MANU FICOU?

RESPOSTA: 25